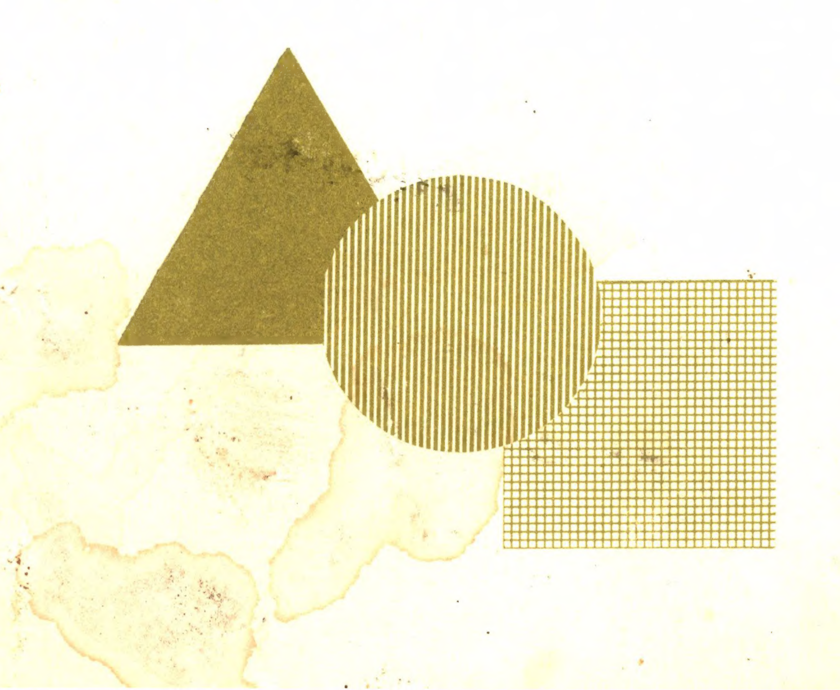
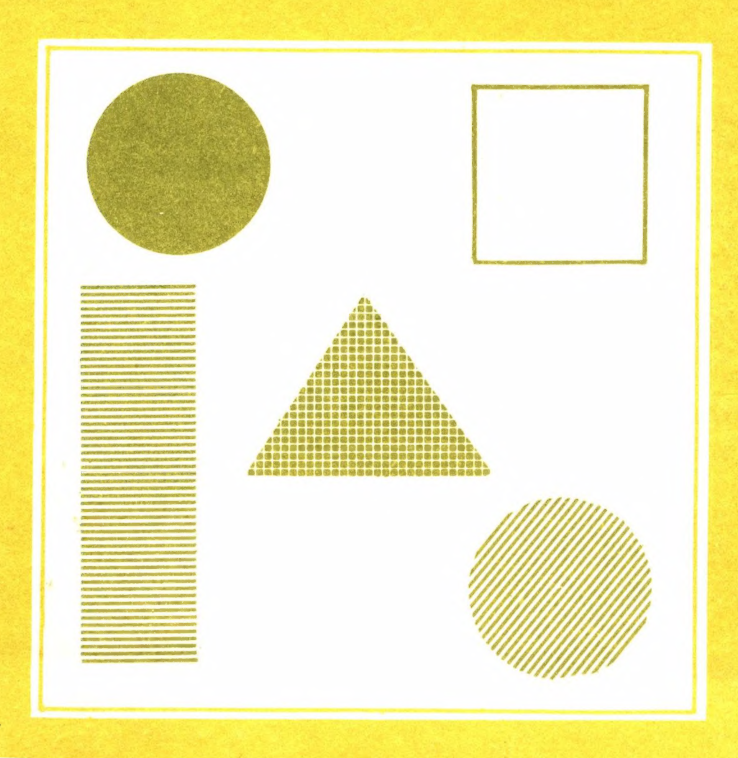


ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДОШКОЛЬНИКОВ





ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДОШКОЛЬНИКОВ

Под редакцией А. А. Столяра

Допущено Министерством просвещения СССР в качестве учебного пособия для студентов педагогических институтов по специальности № 2110 «Педагогика и психология (дошкольная)»

МОСКВА «ПРОСВЕЩЕНИЕ» 1988

ББК 74.102
Ф79

Авторы:
Р. Л. Березина, З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая, Т. Д. Рихтерман,
А. А. Столяр

Рецензенты: кафедра дошкольной педагогики МГЗПИ (зав. кафедрой, доктор психологических наук, профессор *З. М. Истомина*);
кандидат педагогических наук, доцент *Е. И. Щербакова* (Бердянский пединститут им. П. Д. Осипенко)

Ф79 **Формирование** элементарных математических представлений у дошкольников: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по спец. № 2110 «Педагогика и психология (дошк.)»/ Р. Л. Березина, З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая и др.; Под ред. А. А. Столяра.— М.: Просвещение, 1988.— 303 с.: ил.

ISBN 5-09-000248-7

В пособии даны методологические, теоретические и дидактические основы формирования элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста. Раскрываются формы и методы обучения детей математике во всех возрастных группах детского сада, обосновывается необходимость систематической подготовки детей в дошкольных учреждениях к усвоению школьной программы.

$$Ф \frac{4309000000-383}{103(03)-88} -7-88$$

ББК 74.102

ISBN 5-09-000248-7

Предисловие

Настоящее учебное пособие предназначено студентам педагогических институтов по учебной дисциплине «Формирование элементарных математических представлений у детей». Опираясь на традиционную методику, разработанную А. М. Леушиной[1], сохранив в ней все ценное, авторы предлагают учебное пособие, написанное в соответствии с новой программой курса.

Необходимость в создании нового учебного пособия вызвана высокими требованиями современной школы к математической подготовке детей в детском саду в связи с переходом на обучение в школе с шести лет.

Математическая подготовка в школе предполагает не только усвоение детьми определенных знаний, формирование у них количественных, пространственных и временных представлений. Наиболее важным является развитие у дошкольников мыслительных способностей, умения решать различные задачи. Этому в пособии уделено особое внимание.

Педагог должен знать, не только как обучать дошкольников, но и то, чему он их обучает, т. е. ему должна быть ясна математическая сущность тех представлений, которые он формирует у детей. Материал, разъясняющий основные логические и математические операции, поможет будущим педагогам в работе по формированию и развитию логического мышления детей.

Широкое использование специальных обучающих игр, содержащихся в данном пособии, представляется важным для пробуждения у дошкольников интереса к математическим знаниям, совершенствования познавательной деятельности, общего умственного развития.

Работа авторов над содержанием пособия распределяется следующим образом:

Р. Л. Березина — главы XII, XIII (§ 1, 2), XIV, XVIII;

З. А. Михайлова — главы II, IX (§ 5), X, XI;

Р. Л. Непомнящая — главы I, IX (§ 1—4), XIII (§ 3—7), XV;

Т. Д. Рихтерман — глава XVI;

А. А. Столяр — главы III — VIII, XVII.

При написании настоящего учебного пособия использованы рукописные материалы А. М. Леушиной.

---

[1] См.: **Леушина А. М.** Формирование элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста.— М., 1974.

Часть первая

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДЕТЕЙ КАК НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ДИСЦИПЛИНА

Глава I. ПРЕДМЕТ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДОШКОЛЬНИКОВ

§ 1. Методика формирования элементарных математических представлений как научная область

Методика формирования элементарных математических представлений в системе педагогических наук призвана оказать помощь в подготовке детей дошкольного возраста к восприятию и усвоению математики — одного из важнейших учебных предметов в школе, способствовать воспитанию всесторонне развитой личности.

Выделившись из дошкольной педагогики, методика формирования элементарных математических представлений стала самостоятельной научной и учебной областью. Предметом ее исследования является изучение основных закономерностей процесса формирования элементарных математических представлений у дошкольников в условиях общественного воспитания.

Круг задач, решаемых методикой, достаточно обширен:

— научное обоснование программных требований к уровню развития количественных, пространственных, временны́х и других математических представлений детей в каждой возрастной группе;

— определение содержания фактического материала для подготовки ребенка в детском саду к усвоению математики в школе;

— совершенствование материала по формированию математических представлений в программе детского сада;

— разработка и внедрение в практику эффективных дидактических средств, методов и разнообразных форм организации процесса развития элементарных математических представлений;

— реализация преемственности в формировании основных математических представлений в детском саду и соответствующих понятий в школе;

— разработка содержания подготовки высококвалифицированных кадров, способных осуществлять педагогическую и методическую работу по формированию и развитию математических представлений у детей во всех звеньях системы дошкольного воспитания;

— разработка на научной основе методических рекомендаций родителям по развитию математических представлений у детей в условиях семьи.

Общая задача методики — исследование и разработка дидактических основ процесса формирования элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста. Она решается с позиций марксистско-ленинской теории, которая, выработав единый взгляд на мир, открыв законы развития природы, общества, личности, служит методологической, мировоззренческой основой любой науки.

Теоретическую базу методики формирования элементарных математических представлений у дошкольников составляют не только общие, принципиальные, исходные положения философии, педагогики, психологии, математики и других наук. Как система педагогических знаний она имеет и свою собственную теорию, и свои источники. К последним относятся:

— работы классиков марксизма-ленинизма, документы партии и правительства по вопросам народного образования;

— научные исследования и публикации, в которых отражены основные результаты научных поисков (статьи, монографии, сборники научных трудов и т. д.);

— программно-инструктивные документы («Программа воспитания и обучения в детском саду», методические указания и т. д.);

— методическая литература (статьи в специализированных журналах, например в «Дошкольном воспитании», пособия для воспитателей детского сада и родителей, сборники игр и упражнений, методические рекомендации и т. д.);

— передовой коллективный и индивидуальный педагогический опыт по формированию элементарных математических представлений у детей в детском саду и семье, опыт и идеи педагогов-новаторов.

Методика формирования элементарных математических представлений у дошкольников постоянно развивается, совершенствуется и обогащается результатами научных исследований и передового педагогического опыта.

В настоящее время благодаря усилиям ученых и практиков создана, успешно функционирует и совершенствуется научно обоснованная методическая система по формированию элементарных математических представлений у дошкольников. Ее основные элементы — цель, содержание, методы, средства и формы организации работы — теснейшим образом связаны между собой и взаимообусловливают друг друга. Ведущим и определяющим среди них является цель, так как она социально детерминирована и носит объективный характер. Детский сад выполняет социальный заказ общества, подготавливая детей к изучению основ наук (в том числе и математики) в школе.

Советская педагогика и психология, опираясь на марксистско-ленинское учение, рассматривает развитие личности как процесс усвоения общественно-исторического опыта человечества. Этот опыт в его обобщенном виде передается молодому поколению взрослыми в процессе обучения. Ф. Энгельс писал, что индивидуальный опыт ребенка заменяется результатом опыта его предков. И усвоение

детьми математических аксиом не что иное, как усвоение накопленной людьми наследственности[1].

Обучение и развитие находятся в диалектической связи. Опираясь на наличный уровень развития, обучение должно несколько опережать его. Это значит, что в процессе обучения необходимо ориентироваться не только на то, что способен делать сам ребенок, но и на то, что он может сделать при помощи взрослых, под их руководством, т. е. на перспективу, на «зону ближайшего развития», в которой лежат обычно новые и более сложные действия и операции, чем те, которыми уже владеет ребенок. При их освоении используется «...не только законченный уже на сегодняшний день процесс развития, не только уже завершенные его циклы, не только проделанные уже процессы созревания, но и те процессы, которые сейчас находятся в состоянии становления, которые только созревают, только развиваются»[2]. То, что ребенок недавно мог делать с помощью взрослого, через некоторое время в результате обучения выполняется им самостоятельно. «Зона ближайшего развития» становится «актуальным» уровнем развития.

Обучение ведет за собой развитие, являясь его источником и прокладывая ему пути. Каждый из этих взаимосвязанных процессов имеет свои закономерности. Неправомерно как отождествление, так и противопоставление их друг другу.

Однако до сих пор и в теории, и на практике не изжило себя полностью мнение, что, чем меньше возраст ребенка, тем меньше вмешательства должно быть в процесс его развития. Считается, что приобретение количественных, пространственных, временных представлений совершается само собой, стихийно в повседневной жизни и разнообразной деятельности детей. Существуют попытки жестко определять возрастные возможности в усвоении знаний, отрицать программность обучения маленьких детей. Так, швейцарский психолог Ж. Пиаже считает большой ошибкой думать о том, что ребенок воспринимает понятие числа и другие математические понятия непосредственно в обучении. По его мнению, эти понятия формируются у ребенка самостоятельно и спонтанно.

По мнению Ж. Пиаже, его учеников и последователей, овладение математическими понятиями происходит на основе логических операций классификации и сериации, которые ребенок открывает сам и обучиться которым практически невозможно. Они появляются довольно поздно, в 11—12 лет, т. е. уже в школьном возрасте. Такая точка зрения не решает проблемы математического развития и обучения детей в дошкольном возрасте.

Продуктивный подход к решению этой задачи сложился в советской педагогике и психологии на основе данных многочисленных ис-

---

[1] См.: **Энгельс Ф.** Диалектика природы // Маркс К., Энгельс Ф. Соч.—2-е изд.— Т. 20.— С. 582.

[2] **Выготский Л. С.** Проблема обучения и умственного развития в школьном возрасте // Избранные психологические исследования.— М., 1956.— С. 448.

следований. Он заключается в следующем: в условиях рационально построенного обучения, учитывая возрастные возможности дошкольников, можно сформировать у них полноценные представления об отдельных математических понятиях. Обучение при этом рассматривается как непременное условие развития, которое в свою очередь становится управляемым процессом, связанным с активным формированием элементарных математических представлений и логических операций. При таком подходе не игнорируется стихийный опыт и его влияние на развитие ребенка, но ведущая роль отводится целенаправленному обучению.

Под математическим развитием дошкольников следует понимать сдвиги и изменения в познавательной деятельности личности, которые происходят в результате формирования элементарных математических представлений и связанных с ними логических операций.

Формирование элементарных математических представлений — это целенаправленный и организованный процесс передачи и усвоения знаний, приемов и способов умственной деятельности, предусмотренных программными требованиями. Основная его цель — не только подготовка к успешному овладению математикой в школе, но и всестороннее развитие детей.

§ 2. Методика формирования элементарных математических представлений и другие науки

Методика формирования элементарных математических представлений у детей в детском саду связана со многими науками, и прежде всего с теми, предметом изучения которых являются разные стороны личности и деятельности ребенка-дошкольника, процесс его воспитания и обучения.

Наиболее тесная связь существует у нее с дошкольной педагогикой, наукой о коммунистическом воспитании детей. Методика формирования элементарных математических представлений опирается на разрабатываемые дошкольной педагогикой и дидактикой задачи обучения и умственного воспитания подрастающего поколения: принципы, условия, пути, содержание, средства, методы, формы организации и т. д. Связь эта по своему характеру взаимная: исследование и разработка проблем формирования элементарных математических представлений у детей в свою очередь совершенствует педагогическую теорию, обогащая ее новым фактическим материалом.

Многосторонние контакты существуют между частными методиками, изучающими конкретные закономерности процесса воспитания и обучения маленьких детей: методикой формирования элементарных математических представлений, развития речи, теорией и методикой физического воспитания и др.

Подготовка детей к усвоению математики в школе не может осуществляться успешно без связи с методикой начального обучения математике и теми аспектами самой математики, которые являются теоретической основой обучения дошкольников и младших школьников. Опора на эти науки позволяет, во-первых, определить объем и содержание знаний, которые должны быть освоены детьми в детском саду и служить фундаментом математического образования; во-вторых, использовать методы и средства обучения, в полной мере отвечающие возрастным особенностям дошкольников, требованиям принципа преемственности.

Реформой общеобразовательной и профессиональной школы поставлена задача повышения качества обучения всем общеобразовательным предметам, в том числе и математике. Общеизвестно, что при усвоении математических знаний у многих учащихся возникают серьезные затруднения, причиной которых, как правило, бывает недостаточная математическая подготовка в дошкольном возрасте.

Совершенствование содержания и методов обучения математике в школе предполагает новое отношение к подготовке детей в период, непосредственно предшествующий школьному обучению. В настоящее время уже внесены существенные изменения в программу развития математических представлений у дошкольников (увеличение объема устного счета, счет групп предметов, обучение измерению отдельных величин, расширение геометрических знаний и др.); найдены и апробированы более эффективные методы и средства обучения (моделирование, проблемные задачи и ситуации, развивающие и обучающие игры и т. д.). Связь с методикой обучения математике в начальной школе позволяет верно определить основные пути дальнейшего совершенствования методики формирования элементарных математических представлений у дошкольников.

Обучение должно строиться с учетом закономерностей развития познавательной деятельности, личности ребенка, что является предметом изучения психологических наук. Восприятие, представление, мышление, речь не только функционируют, но и интенсивно развиваются в процессе обучения.

Психологические особенности и закономерности восприятия ребенком множества предметов, числа, пространства, времени служат основой при разработке методики формирования элементарных математических представлений. Психология определяет возрастные возможности детей в усвоении знаний и навыков, которые не являются чем-то застывшим и меняются в зависимости от типа обучения. Современные психологические исследования показывают, что способности дошкольников в овладении математическими представлениями велики и до конца еще не раскрыты, полностью не изучены.

Рациональное построение процесса обучения связано с созданием оптимальных условий на основе анатомо-физиологических особенностей маленьких детей. Закономерности протекания физиологических процессов у дошкольников служат основой для определения

места и длительности занятий по формированию элементарных математических представлений для каждой возрастной группы детского сада, обусловливают саму их структуру, сочетание и чередование различных методов и средств обучения, разных по характеру видов деятельности (включение физкультминуток, дозирование учебно-познавательных задач и т. д.).

Методика формирования элементарных математических представлений относительно молодая научная педагогическая дисциплина, однако она имеет давние истоки. Исторический экскурс показывает, как постепенно изменялись концепции первоначального обучения математике в зависимости от запросов жизни и уровня развития самой математической науки, дает возможность критически оценить богатое наследие, избежать многих ошибок, учесть положительный опыт прошлого, а также результаты новейших исследований. В марксистско-ленинской теории она находит прочную методологическую основу, которая обеспечивает всестороннее и глубокое рассмотрение явления в его развитии, соблюдение принципа объективности, конкретности, единства теории и практики.

Связь с различными науками создает теоретическую базу методики формирования математических представлений у детей в детском саду.

§ 3. Исследование проблем формирования элементарных математических представлений у дошкольников

Долгое время концепции первоначального обучения маленьких детей числу и счету строились либо на основе умозрительных теоретических построений, либо путем эмпирического опыта. Выдающиеся мыслители прошлого (Я. А. Коменский, И. Г. Песталоцци, К. Д. Ушинский, Л. Н. Толстой), видные деятели в области дошкольного воспитания за рубежом (Ф. Фребель, М. Монтессори) и в нашей стране (Е. И. Тихеева, Ф. Н. Блехер) успешно сочетали непосредственную работу с детьми с теоретическим осмыслением ее результатов.

Становление методики формирования математических представлений у дошкольников связано с применением экспериментальных методов исследования, которые стали внедряться в последнее время.

Научный поиск в этой области ведется в Институте дошкольного воспитания АПН СССР и в ряде других научных и учебных учреждений страны. В этой работе принимают участие и воспитатели, методисты, преподаватели.

В последние годы широкое развитие получили исследования проблем обучения шестилеток (АПН СССР, НИИ педагогических наук Украины, Грузии, Прибалтийских и других республик, Могилевский педагогический институт и др.). Эти исследования оказывают непосредственное влияние на теорию и практику формирования элементарных математических представлений у дошкольников.

В современных условиях в связи с переходом к обучению в школе детей с шестилетнего возраста[1] особую значимость приобретает разработка методов совершенствования подготовки дошкольников к освоению школьной математики.

Исследования в области формирования элементарных математических представлений у детей непосредственно связаны с практикой и дают научные способы решения ее важнейших проблем. Разрабатываемые содержание, методические приемы, дидактические средства и формы организации работы находят применение в практике формирования элементарных математических представлений у детей в детском саду. Публикация основных результатов исследования делает их достоянием широких кругов дошкольных работников. Рекомендации ученых учитываются при переработке программы развития элементарных математических представлений в детском саду. Периодически в ней производятся изменения, вносятся новые требования и задачи с учетом результатов научных исследований. Выводы и рекомендации ученых способствуют совершенствованию работы детских садов по развитию математических представлений у детей, служат основой для последующих научных исследований.

Студенческие, учебно- и научно-исследовательские работы (контрольные, курсовые, выпускные, дипломные), в которых приобретаются знания, навыки и умения, необходимые будущему специалисту, должны отвечать требованиям актуальности, новизны, теоретической и практической значимости, объективности и достоверности, как и любые другие научные работы, посвященные проблемам математического развития дошкольников.

Исследование проблем формирования элементарных математических представлений у детей имеет такую же логику и структуру, как и любое научно-педагогическое исследование. Оно начинается с определения объекта и предмета исследования, формулирования целей, задач, гипотез, характеристик основных методологических и теоретических позиций. Затем осуществляется выбор соответствующих методов исследования, которые дают возможность получить исходные научные данные. И наконец, необходим анализ полученных результатов. На их основе делают выводы и научно-практические рекомендации.

Важно правильно определить о б ъ е к т и п р е д м е т исследования. Ими могут быть разные стороны процесса формирования элементарных математических представлений у детей. Так, если в качестве объекта исследования выступают практические действия детей, способствующие их умственному развитию, то предметом исследования могут стать организованные действия малышей с совокупностями предметов, необходимые для формирования самых элементарных представлений о числе. Выделение предмета помогает четче обозначить проблему исследования, которой в данном случае может быть совершенствование процесса формирования количественных пред-

---

[1] См.: О реформе общеобразовательной и профессиональной школы: Сб. документов и материалов.— М., 1984.

ставлений у самых маленьких детей и организация обучения их на занятиях (исследование В. В. Даниловой).

Цели исследования могут быть связаны с:

— отбором оптимального (по объему, сложности и последовательности раскрытия) содержания процесса формирования простейших математических представлений у детей;

— научным обоснованием новых методов, форм, средств обучения;

— выяснением комплекса условий, необходимых для успешного решения задач математического развития детей;

— разработкой новых приемов контроля за уровнем развития дошкольников при формировании у них элементарных математических представлений;

— выявлением новых закономерностей процесса формирования математических представлений детей и их обоснованием;

— совершенствованием методов исследования проблем подготовки детей в детском саду к усвоению математики в школе.

Обычно в исследовании решается не одна, а несколько взаимосвязанных между собой задач, которые вытекают из целей и конкретизируют их. Содержанием таких задач может быть:

— изучение сущности процесса формирования тех или иных математических представлений у детей: особенности, структура, последовательность, отношения с другими процессами и явлениями и т. д.;

— выявление условий, обеспечивающих наиболее успешное усвоение детьми практических и умственных действий, лежащих в основе математических представлений;

— экспериментальная проверка системы педагогического руководства учебно-познавательной деятельностью детей в процессе формирования у них элементарных математических представлений;

— разработка методических рекомендаций для различных категорий дошкольных работников по организации процесса математического развития детей и др.

Так, в исследовании, посвященном формированию у детей среднего и старшего дошкольного возраста знаний о величине предметов и об элементарных способах измерения (Р. Л. Березина), были поставлены и решены следующие задачи:

1. Изучены особенности определения и распознавания детьми величины предметов.

2. Выявлены уровни развития у них представлений о способах и мерах измерения различных объектов.

3. Разработана система формирования у детей дошкольного возраста знаний о величинах и способах их измерения.

Важным этапом исследовательской работы является формулирование гипотезы. Возникает она уже при изучении и анализе литературы, уточняясь, развиваясь и конкретизируясь по мере проведения исследования.

Так, изучая особенности формирования представлений у дошколь-

ников о массе предметов, исследователь (Н. Г. Белоус) предположил, что истоком понятия массы может стать развитие «барического чувства»[1] у детей. Далее, развивая гипотезу, он предполагает, что процесс дифференцированной оценки массы различных предметов должен протекать сначала на сенсорной основе путем непосредственного сравнения предметов «на руках», а затем с помощью измерительной деятельности, которая не только расширяет восприятия и представления детей о массе, но и наполняет их математическим содержанием. Наконец, в окончательном, наиболее развернутом своем варианте гипотеза звучит как приблизительное решение проблемы. Автор полагает, что сенсорное обследование массы предмета с помощью «взвешивания на руках» — путь для освоения процесса измерения величин. Формирование знаний у детей о способах измерения сначала условной меркой, а в последующем и общепринятыми эталонами оценки массы будет способствовать не только более полному и глубокому развитию самого «барического чувства», но и понятия числа. Измерение условной меркой, предшествуя измерению общепринятыми эталонами, позволит ребенку осознать значение и роль стандартных средств измерения, сформирует у него полноценные представления о массе.

К гипотезе исследователь возвращается неоднократно на протяжении всего исследования. Формулируя ее, он прибегает к обобщению, пользуется аналогией и сравнением, мысленно конструирует и моделирует изучаемое явление. С помощью гипотезы прогнозируется экспериментальная или опытная работа с детьми и ее результаты.

Важную роль в исследовании проблем математического развития ребенка играют основные *методологические и теоретические положения*, которыми руководствуется исследователь. Они возникают на основе глубокого анализа состояния науки, критического рассмотрения ее ведущих теорий, концепций, идей. С этой целью исследователь изучает работы классиков марксизма-ленинизма, основополагающие документы партии и правительства по народному образованию, литературу по физиологии, общей, детской и педагогической психологии, общей и дошкольной педагогике, методике обучения математике в школе, детском саду, программы, учебные пособия и другие источники.

Реализация и проверка теоретических положений осуществляется с помощью различных *методов исследования*: наблюдений, анкетирования, бесед, диагностических заданий, изучения педагогической документации, эксперимента, анализа продуктов детской деятельности. Продуманное и целенаправленное их использование в определенной системе (методика исследования) дает возможность решить задачи исследования, проверить гипотезу, полу-

---

[1] Термин «барическое чувство» возник на основе греческого baros — тяжесть, barys — тяжелый. В данном случае речь идет о названии раздела в традиционных системах сенсорного воспитания М. Монтессори, Е. И. Тихеевой, Ю. И. Фаусек и др.

чить достоверные научные факты и результаты. Результаты исследования, подвергаясь многостороннему качественному и количественному анализу с применением статистико-математических методов, служат выделению существенных связей и зависимостей, построению теоретических и практических выводов и рекомендаций.

Ведущим методом исследования проблем формирования элементарных математических представлений у детей является **эксперимент**, включая его основные разновидности: лабораторный и естественный.

В эксперименте выделяют его констатирующий, формирующий и контрольный этапы. Каждый из них требует тщательной разработки, соблюдения принципа структурного равенства при подборе и распределении детей в экспериментальные и контрольные группы, разработки методики точной регистрации (с помощью различных средств) результатов этапов и всего хода экспериментальной работы, которая может длиться от нескольких месяцев до нескольких лет.

В большинстве выполненных на современном этапе исследований в данной области констатирующий эксперимент направлен на выяснение особенностей количественных, пространственных, временных и некоторых других представлений, имеющихся у ребенка. На его основе определяются, а затем и классифицируются трудности, ошибки, недостатки восприятия и понимания, устанавливаются разные уровни, этапы и ступени развития детских представлений. Это служит отправной точкой для формирующего, или, как еще его называют, преобразующего, эксперимента. В нем обычно разрабатывается и апробируется система педагогических мер, являющаяся наиболее оптимальной для развития соответствующих математических представлений у детей. Наконец, контрольный эксперимент показывает, насколько эффективно и оправдано используется созданная педагогическая система и реализуются методические концепции.

Глава II. ИЗ ИСТОРИИ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДЕТЕЙ

§ 1. Истоки развития методики

Методика формирования элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста прошла длительный путь своего развития. Предшественником ее как науки было устное народное творчество. Различные считалки, поговорки, пословицы, загадки, шутки приобщали детей к счету, формировали понятие числа. Мысль об обучении детей счету в процессе упражнений была высказана первопечатником Иваном Федоровым в созданной им первой печатной учебной книге в России — «Букваре» (1574).

В XVII—XIX вв. вопросы содержания и методов обучения детей дошкольного возраста арифметике и формирования представлений о

размерах, мерах измерения, времени и пространстве нашли отражение в передовых педагогических системах воспитания, разработанных Я. А. Коменским, И. Г. Песталоцци, К. Д. Ушинским, Л. Н. Толстым и др.

Педагоги той эпохи под влиянием практики пришли к выводу о необходимости подготовки детей к усвоению математики в дальнейшем обучении. Ими высказаны отдельные предложения о содержании и методах обучения детей в условиях семьи. Специальных пособий по подготовке детей к школе они не разрабатывали, а основные свои идеи включали в книги по воспитанию и обучению.

Выдающийся чешский мыслитель-гуманист и педагог Я. А. Коменский (1592—1670) в руководстве по воспитанию детей до школы «Материнская школа» (1632) в программу по арифметике и основам геометрии включил усвоение счета в пределах первых двух десятков (для 4—6-летних детей), различение чисел, определение большего и меньшего из них, сравнение предметов по выбору, геометрических фигур, изучение общеупотребляемых мер измерения (дюйм, пядь, шаг, фунт).

И. Г. Песталоцци (1746—1827), выдающийся швейцарский педагог-демократ и основоположник теории начального обучения, указывал на недостатки существующих методов обучения, в основе которых лежит зубрежка, и рекомендовал учить детей счету конкретных предметов, пониманию действий над числами, умению определять время. Предложенные им методы элементарного обучения предполагали переход от простых элементов к более сложным, широкое использование наглядности, облегчающей усвоение детьми чисел. Идеи И. Г. Песталоцци послужили в дальнейшем (середина XIX в.) основой реформы в области обучения математике в школе[1].

Передовые идеи в обучении детей арифметике до школы высказывал великий русский педагог-демократ, основоположник научной педагогики в России К. Д. Ушинский (1824—1871). Он предлагал обучать детей счету отдельных предметов и групп, действиям сложения и вычитания, формировать понимание десятка как единицы счета.

Великий русский мыслитель Л. Н. Толстой издал в 1872 г. «Азбуку», одной из частей которой является «Счет». Критикуя существующие методы обучения, Л. Н. Толстой предлагал обучать детей счету вперед и назад в пределах сотни, изучать нумерацию, основываясь при этом на детском практическом опыте, приобретенном в игре.

Методы формирования у детей понятия о числе, форме нашли свое отражение и дальнейшее развитие в системах сенсорного воспитания немецкого педагога Ф. Фребеля (1782—1852) и итальянского педагога М. Монтессори (1870—1952).

В классических системах сенсорного воспитания специально рас-

---

[1] См.. **Песталоцци И. Г.** Как Гертруда учит своих детей // Избранные педагогические произведения: В 3 т.— М., 1963.— Т. 2.

сматривались вопросы ознакомления детей с геометрическими формами, величинами, обучения счету, измерениям, составлению рядов предметов по размеру, весу и т. д. Ф. Фребель видел задачи обучения счету в усвоении детьми дошкольного возраста ряда чисел. Им созданы знаменитые «Дары» — пособие для развития строительных навыков в единстве с познанием чисел, форм, размеров, пространственных отношений. М. Монтессори, опираясь на идеи самовоспитания и самообучения, считала необходимым создание специальной среды для развития представлений о числе, форме, величинах, а также изучение письменной и устной нумерации. Она предлагала использовать для этого счетные ящики, связки цветных бус, нанизанных десятками, счеты, монеты.

Передовые педагоги прошлого, русские и зарубежные, признавали роль и необходимость первичных математических знаний в развитии и воспитании детей до школы, выделяли при этом счет в качестве средства умственного развития и настоятельно рекомендовали обучать ему детей как можно раньше, примерно с трех лет. Обучение понималось ими как упражняемость в практических, игровых действиях с использованием наглядного материала, воспроизведение накопленного детьми опыта в различении чисел, времени, пространства, мер.

§ 2. Влияние школьных методов обучения арифметике в XIX— начале XX в. на развитие методики формирования элементарных математических представлений у детей

Становление методики формирования элементарных математических представлений в XIX—начале XX в. происходило под непосредственным воздействием основных идей школьных методов обучения арифметике.

В то время единой методики преподавания арифметики не существовало. Шла длительная борьба между двумя направлениями, с одним из которых связан так называемый метод изучения чисел, или монографический, а с другим — метод изучения действий, который называли вычислительным.

Согласно методу изучения чисел в разработке немецкого методиста А. В. Грубе преподавание арифметики должно идти (в пределах 100) от числа к числу. Каждое из этих чисел, якобы доступное «непосредственному созерцанию», сравнивается с каждым из предыдущих чисел путем установления между ними разностного и кратного отношения. Действия должны как бы сами вытекать из знания наизусть состава чисел. Монографический метод получил определение метода, описывающего число.

В процессе изучения каждого числа материалом для счета служили пальцы на руках, штрихи на доске или в тетради, палочки. Например, при изучении числа 6 предлагалось разложить палочки

по одной. Задавались вопросы: «Из скольких палочек составилось наше число? Отсчитайте по одной палочке, чтобы получилось шесть. Во сколько раз шесть больше одного? Какую часть шести составляет одна палочка? Сколько раз одна палочка заключается в шести?» И т. д. Потом изучаемое число точно так же сравнивалось с числом 2, предлагалось разложить шесть палочек по две и отвечать на вопросы: «Сколько двоек в шести? Сколько раз два содержится в шести?» И т. д. Так данное число сравнивалось со всеми предшествующими (3, 4, 5). После каждой группы таких упражнений действия записывались в виде таблицы, результаты которой заучивались наизусть, с тем чтобы в дальнейшем по памяти производить все арифметические действия, не прибегая к вычислениям.

В 90-х годах под влиянием критики монографический метод обучения арифметике был несколько видоизменен немецким дидактом и психологом В. А. Лаем. Книга В. А. Лая «Руководство к первоначальному обучению арифметике, основанное на результатах дидактических опытов» была переведена на русский язык.

Как же происходило обучение по Лаю? Детям показывали числовую фигуру. Они ее рассматривали, а затем описывали с закрытыми глазами расположение точек. Например, фигура, обозначающая число 4: один кружок — в левом верхнем углу, один кружок — в левом нижнем углу, один кружок — в правом верхнем углу и один кружок — в правом нижнем углу. В. А. Лай считал, что, чем отчетливее, яснее и живее наблюдение вещей, тем отчетливее, яснее и живее возникают числовые представления. За описанием следует зарисовка данной числовой фигуры и составление ее на счетах.

После работы над образом числа дети переходили к изучению его состава. Педагог закрывал три кружка из четырех (дети воспринимали один верхний левый), затем он закрывал и этот кружок, а первые три открывал или закрывал два кружка. Результаты каждого действия описывались и объяснялись: один да три будет четыре; три и один будет четыре; два и два будет четыре. После этого на изученный состав числа 4 решались задачи. Ответ давался без вычислений, на основе запоминания состава числа.

По этому методу дети воспринимали и запоминали числа, предлагаемые им в виде квадратных числовых фигур. Последовательность обучения по монографическому методу состояла в следующем: а) описание, наблюдение и составление некоторой числовой фигуры; б) изучение состава числа и запоминание числа; в) упражнение в арифметических действиях.

Однако уже в 70-х годах XIX в. стали появляться противники монографического метода. В 1874 г. в журнале «Отечественные записки» (№ 9) критике его подверг Л. Н. Толстой. «В этих немецких приемах,— писал он в статье «О народном образовании»,— была еще и та большая выгода для учителей... что при них учителю не нужно... работать над собою и правилами обучения. Большую часть времени по этой методе учитель учит тому, что дети знают, да, кроме того, учит по руководству, и ему легко».

Недовольство методом все более нарастало, и в 80—90-х годах целая плеяда русских математиков выступила с его резкой критикой, противопоставляя ему метод изучения действий, или, иначе, вычислительный метод.

В чем же русские математики видели недостатки монографического метода? Во-первых, критиковалось исходное положение метода, согласно которому число в пределах 100 можно якобы наглядно представить себе как группу единиц. Такой способности не существует, говорили критики. Мы наглядно можем представить себе группу из двух — четырех предметов. А при большем количестве всегда приходится прибегать к счету. Поэтому изучать числа и их состав путем разложения числа бессмысленно. В пределах 100 таких разложений свыше 5000, запомнить которые невозможно. Во-вторых, монографический метод критиковали за томительную скуку и крайнее однообразие приемов обучения, при котором дети не осмысливали значения каждого арифметического действия, не дифференцировали их: обучение сводилось лишь к тренировке памяти и определенных навыков. Механическое заучивание начал арифметики при однообразии методических приемов отбивало желание у учащихся заниматься дальше.

Несмотря на критику монографического метода, непризнание его в русских школах, поклонник этого метода Д. Л. Волковский издал книгу «Детский мир в числах» (1912). Книга иллюстрировалась числовыми фигурами В. А. Лая, карточками и чертежами. Она была предназначена не только для начальной школы, но и для приготовительных классов женских гимназий, детских садов и домашнего обучения. Монографический метод проник в детский сад, и по нему сравнительно долго (вплоть до настоящего времени) строилось обучение детей счету.

Другой метод — метод изучения действий (вычислительный) — предполагает научить детей не только вычислять, но и понимать смысл этих действий, основу десятичного исчисления. Обучение при этом строится по десятичным концентрам. В пределах каждого концентра изучаются не отдельные числа, а счет и действия.

Для обоснования двух методических течений были выдвинуты две психологические теории — теория восприятия групп предметов и теория счета. Каждая из этих теорий пыталась решить вопрос о том, что изначально: число или счет. Сторонники теории восприятия утверждали, что ребенку свойственна способность охватывать множество как единое пространственно организованное целое, не считая его, и поэтому они поддерживали монографический метод обучения.

Представители другой теории утверждали, что врожденным качеством является восприятие не одного числа, а последовательности чисел во времени, т. е. натурального ряда чисел, в силу чего ребенок, считая, умеет называть числительные по порядку, а определить их общее количество (сколько всего) не может. Как видно, представители обеих психологических теорий стояли на идеа-

листических позициях и спорили лишь о том, что является изначально данным: число или последовательность чисел.

Однако оба метода (и монографический и вычислительный) сыграли положительную роль в дальнейшем развитии современной методики, которая вобрала в себя отдельные позитивные моменты: приемы, упражнения, дидактические средства (числовые фигуры) одного и другого метода, но базируется на материалистическом понимании происхождения всех математических понятий. Понятия («число», «счет», «геометрическая фигура», «измерение» и многие другие) возникали и развивались в процессе разнообразной деятельности человека по изучению материального мира.

Усвоение и осмысление математических понятий детьми осуществляется в процессе овладения ими общественно-историческим опытом, по мере развития и приобретения чувственного опыта. В действиях с множествами предметов, при сравнении одних предметов с другими, их счете и измерении познаются количественные, пространственные и временные отношения.

§ 3. Развитие методики формирования элементарных математических представлений в годы становления советской дошкольной педагогики

Методические пособия, издававшиеся в России в дореволюционный период, адресовались, как правило, одновременно семье и детскому саду, цель этих пособий состояла в ознакомлении родителей и воспитателей с содержанием обучения детей математике.

Наиболее полно содержание и методы изучения с детьми дошкольного возраста математического материала отражены в методическом пособии «Математика в детском саду», составленном В. А. Кемниц в 1912 г. по результатам практической работы с детьми в семейной обстановке. В пособии представлены беседы с детьми, практические работы, игры, упражнения, направленные на первоначальное математическое развитие детей до 7—8 лет. Методика здесь строится по принципу последовательного усложнения, новое знание базируется на понимании и прочном усвоении предыдущего материала.

Книга содержит беседы и занятия, способствующие усвоению понятий, которыми пользуются при различных практических вычислениях и измерениях: «один», «много», «несколько», «пара», «равный», «больше», «меньше», «столько же», «такой же» и др. Основной задачей является изучение чисел от 1 до 10, причем каждое из них рассматривается отдельно. В этом процессе участвуют все анализаторы: зрительный, слуховой, двигательный и т. д. Одновременно на наглядном материале дети усваивают действия над этими числами.

В ходе бесед и занятий дети овладевают геометрическими, пространственными и временными представлениями, получают знания о делении целого на части, величинах, измерении.

В годы Советской власти методические пособия, руководства, программа, методика обучения детей дошкольного возраста разрабатывались Л. В. Глаголевой, Л. К. Шлегер, Е. И. Тихеевой, Ф. Н. Блехер. Ими определена достаточно разнообразная программа развития у детей числовых представлений, знаний о величинах и измерении, форме, пространстве и времени.

Широкое развитие сети детских садов в первые годы Советской власти потребовало разработки принципиально новой системы общественного дошкольного воспитания. Советская дошкольная педагогика развивалась в борьбе с различными буржуазными системами и теориями: теорией свободного воспитания, саморазвития, методом проектов и др. Влияние этих идей не могло не сказаться на результатах деятельности педагогов, разрабатывающих методические руководства и программы первоначального математического развития детей до школы.

До 1939 г. в детских садах Ленинграда детей обучали счету по методике Л. В. Глаголевой. В ряде ее методических пособий: «Преподавание арифметики лабораторным методом» (1919); «Сравнения величин предметов в нулевых группах школ» (1930); «Математика в нулевых группах» (1930) — раскрыты содержание, методы и приемы формирования у детей первоначальных представлений о числах, величинах и их измерении, делении целого на равные части.

В методике обучения счету Л. В. Глаголева рекомендовала опираться на обе господствовавшие в то время теории: восприятия чисел путем счета и путем образа (числовые фигуры и группировки предметов). Во всех пособиях, разработанных ею, прослеживается мысль о необходимости идти при обучении от числа к числу. Это дает возможность формировать понятия числа во всех отношениях к другим числам (монографический метод).

Л. В. Глаголева пропагандировала разнообразие методов обучения. При этом большое значение имел каждый из них: лабораторный метод (отработка практических действий с использованием наглядного материала), исследовательский (поиск детьми ситуаций применения знаний, аналогичных изучаемым), иллюстративный (закрепление знаний, умений в продуктивной деятельности), наглядный (демонстрация наглядных пособий). Игра рассматривалась ею как метод обучения на занятиях по счету.

Е. И. Тихеева, известный общественный деятель в области просвещения, педагог-методист, считала, что формирование числовых представлений должно осуществляться у ребенка естественно в ходе его развития, без принуждения и давления. Отсюда и требования к объему знаний, материалу, методам, разработанным ею. Эти требования сводятся к необходимости создания условий для легкого и непринужденного усвоения знаний. Такое усвоение возможно обеспечить не в условиях коллективного обучения, считала Е. И. Тихеева, а в игре и повседневной детской жизни.

В своих книгах «Современный детский сад» (1920), «Счет в

жизни маленьких детей» (1920) Е. И. Тихеева высказывается против систематического обучения дошкольников. Она считает, что до семи лет дети должны сами научиться считать в процессе повседневной жизни и игры. В то же время она возражает и против полной стихийности обучения. Для закрепления количественных представлений, полученных детьми в жизни, рекомендовались специальные игры-занятия с разработанным ею дидактическим материалом. Для легкого и незаметного усвоения счета Е. И. Тихеевой созданы пособия типа парных карточек, лото и др. Кроме этого, она разработала 60 задач для игр-занятий на закрепление количественных и пространственных представлений, объясняя необходимость их тем, что математика как точная наука требует систематизации в усвоении числовых представлений. В качестве счетного материала рекомендовалось использовать естественный материал — камешки, бобы, листья, шишки, а также мелкие игрушки, пуговицы, ленточки и т. п.

Е. И. Тихеева определила и объем знаний, которым должны обладать дети. Особо подчеркивалось при этом значение правильного усвоения ими в дошкольном возрасте первого десятка, что является прочным фундаментом дальнейшего математического развития. Она считала необходимым знакомить детей и с цифрами, для чего ввела игры с парными карточками, на одной из которых написаны цифры, а на другой — числовые фигуры. Е. И. Тихеева рекомендовала использовать счетные ящики, в которые укладывались мелкие предметы, в соответствии с указанной цифрой или числовой фигурой. Предлагалось также подкладывать цифры к группам игрушек, разложенных в разных местах комнаты.

На основе всех этих заданий Е. И. Тихеева знакомила детей с действиями сложения и вычитания и с их «записью» при помощи готовых карточек, на которых написаны цифры и знаки. Наряду с примерами вводились и задачи. Для этого рекомендовалось использовать каждый подходящий случай. «Было у мальчика две конфетки. Одну он съел. Налицо задача,— говорит Е. И. Тихеева,— сколько конфет осталось?» Она считала, что на основе составления и решения задач из практической жизни, по картинкам дети в состоянии перейти к решению устных задач по представлению. Е. И. Тихеева рекомендовала также приучать детей к самостоятельному составлению задач, пользуясь для этих целей мелкими игрушками и предметами.

Большое внимание уделяла Е. И. Тихеева ознакомлению детей с предметами разной величины, усвоению отношений между ними: больше — меньше, шире — уже, длиннее — короче и др. В ходе игр на различение размеров считала возможным познакомить детей 5—6 лет с измерением с помощью общепринятых мер. С этой целью она знакомила детей с аршином (мера измерения, широко используемая в те годы) и учила обращению с ним. Дети получали также представление об объеме, измеряя стаканом емкость сосуда. Для знакомства с массой и объемом различных предметов Е. И. Тихеева исполь-

зовала весы, раскрывала функциональную зависимость массы от объема. Она указывала, что все эти виды измерений не должны быть бесцельными и носить чисто учебный характер; необходимо включить их в игры, связывая приобретенные знания с практическими задачами (например, игра в магазин).

При подготовке детей к школе Е. И. Тихеева отмечала значимость обучения грамоте и счету. При этом признавалось лишь индивидуальное обучение. Однако игры, пособия, созданные ею, предназначались для совместного пользования (лото, домино). Дидактические пособия выполняли обучающую роль. По мнению Е. И. Тихеевой, воспитатель должен организовать процесс самообучения и лишь осуществлять контроль за выполнением детьми правил игры. Такое утверждение явилось результатом переоценки значения дидактических игр и использования игрушек, так называемого принципа автодидактизма (Ф. Фребель, М. Монтессори и др.). Роль же прямого обучения и воздействия воспитателя на ребенка явно недооценивалась.

Замечательный мастер-практик, глубоко знающий ребенка, Е. И. Тихеева чувствовала необходимость обучения, последовательного усложнения учебного материала, однако в своих рекомендациях опиралась на широко распространенную в то время теорию свободного воспитания.

Несмотря на ошибочность некоторых взглядов, ряд общепедагогических высказываний Е. И. Тихеевой и ее пособия по счету не утратили своей ценности и до сих пор. Они вошли в общий фонд советской дошкольной педагогики.

Дальнейшая разработка вопросов методики формирования математических представлений была предпринята педагогом Ф. Н. Блехер. Основные мысли о содержании и методах обучения изложены ею в книге «Математика в детском саду и нулевой группе» (1934), которая стала первым учебным пособием и программой по математике для советского детского сада.

В программе обучения детей счету, разработанной Ф. Н. Блехер, использовались данные зарубежных психологов о времени и сроках восприятия ребенком разных чисел и предлагалось научить детей 3—4-летнего возраста различать и выделять понятия «много» и «один», формировать у них представление о числах 1, 2, 3 на основе восприятия соответствующих совокупностей и определения их словом — числительным. В среднем дошкольном возрасте (5—6 лет) — определять количественные характеристики предметов в пределах 10. На основе счета сравнивать числа, пользоваться порядковым счетом. В старшей группе (6—7 лет) — знать состав чисел, цифры, практически составлять числа из меньших групп, производить действия сложения и вычитания, освоить второй десяток, научиться решать простые арифметические задачи, близкие по содержанию жизненному опыту детей.

Согласно содержанию обучения, разработанного Ф. Н. Блехер, детей вводили в мир пространственных, временных отношений пред-

метов и явлений окружающего мира. В играх они усваивали приемы сравнения предметов по размерам, знакомились с геометрическими фигурами, пространственными направлениями, способами оценки временно́й длительности.

Для реализации поставленных задач Ф. Н. Блехер рекомендовала использовать два сюжета: формировать у детей количественные представления попутно, используя все многочисленные поводы, возникающие в жизни, и проводить специальные игры и занятия. По ее мнению, дети должны активно участвовать в практических жизненных ситуациях (например, выяснять, сколько кроваток потребуется только что купленным куклам, определять самостоятельно, путем подсчета по календарю, количество дней до праздника), выполнять поручения взрослых. В играх, на занятиях, действуя с наглядным материалом, упражняться в образовании групп предметов, сравнивать, отсчитывать, составлять числа из меньших, находить цифры, показывающие то или иное количество, и т. д. Обучение на занятиях понималось ею своеобразно.

Ф. Н. Блехер считала, что формировать у детей количественные представления следует как на основе счета, так и в процессе восприятия групп предметов. Разработанная ею методика обучения во многом отражала идеи монографического метода: идти в обучении от числа к числу, строить обучение на целостном восприятии групп предметов, рассматривать запоминание случаев состава чисел как подготовку к простейшим арифметическим действиям, использовать числовые фигуры и т. д.

Вслед за Я. А. Коменским, И. Г. Песталоцци, Ф. Фребелем Ф. Н. Блехер считала счет средством не только умственного, но и всестороннего развития детей. Счет включался ею в процесс последовательного присоединения предметов (создания групп). Процесс создания групп идет путем присоединения единицы: группа из двух предметов образуется, когда к одному предмету присоединяется другой, и, присоединив к двум еще один, получаем группу из трех предметов и т. д. Все эти действия проделывает сам ребенок.

Таким образом, Ф. Н. Блехер считала, что в основе формирования количественных представлений лежат практические активные действия детей с предметами и счет. Счет вводился начиная со средней дошкольной группы. В младшей же группе основное внимание уделялось восприятию групп в количестве двух-трех предметов.

Ф. Н. Блехер указывала, что учить детей считать легче и удобнее при условии линейного расположения предметов. Это ведет к усвоению порядка расположения чисел, познанию отношений между ними и в дальнейшем к операции над числами. Большое значение она придавала и числовым фигурам, дающим возможность обозревать группу в целом, видеть, из каких меньших групп она состоит.

Таким образом, Ф. Н. Блехер разработала не только содержание обучения математическим знаниям детей дошкольного возраста, но и некоторые методы, преимущественно игровые. Созданные ею иг-

ры по нынешний день используются в дошкольных учреждениях для формирования и закрепления математических представлений и развития умственных способностей детей. Как считала Ф. Н. Блехер, дидактические игры, хотя и являются одним из важных приемов обучения, все же не могут заменить другие его формы и методы.

В начале XX в. монографический метод, получивший широкое распространение в детских садах, был некритично воспринят дошкольными работниками. Вплоть до 50-х годов формирование числовых представлений у детей осуществлялось именно по этому методу. Естественно, что и методические разработки того времени содержали в себе некоторые идеи монографического метода. В большей мере они нашли отражение в работах Ф. Н. Блехер, Л. В. Глаголевой, о чем свидетельствует обилие предлагаемых ими упражнений на распознавание, подбор изображения, изучение состава чисел.

Труды Е. И. Тихеевой, Ф. Н. Блехер и др. послужили основой дальнейшей разработки и совершенствования психолого-педагогических методов первоначального формирования математических представлений.

§ 4. Влияние психолого-педагогических исследований и передового педагогического опыта на развитие методики

Разработка психолого-педагогических вопросов методики формирования начальных математических представлений у детей дошкольного и младшего школьного возраста в 30—50-е годы строилась на основе методологических позиций советской психологии и педагогики. Изучались закономерности становления представлений о числе, развитии счетной, вычислительной деятельности, обосновывалась необходимость начинать обучение детей с раннего возраста, вначале с восприятия множества предметов, с последующим обучением детей счету, выделению отношений между числами, разрабатывались дидактические материалы, пособия, игры. Значительное влияние на этот процесс оказала работа К. Ф. Лебединцева «Развитие числовых представлений в раннем детстве» (Киев, 1923).

К. Ф. Лебединцев пришел к выводу, что первые представления о числах в пределах пяти возникают у детей на основе различения групп предметов, восприятия множеств. А далее, за пределами этих небольших совокупностей, основная роль в формировании понятия числа принадлежит счету, который вытесняет восприятие множеств.

Вопросы развития представлений о множестве предметов у детей, закономерности перехода от восприятия множеств к числу исследовались психологом И. А. Френкелем и математиком-методистом Л. А. Яблоковым. Ими обоснованы положения о том, что необходимо формировать у детей умения распознавать отдельные элементы множества, а затем переходить к обобщениям о зависи-

мости восприятия множества от способа пространственного расположения его элементов, об усвоении детьми числительных и ступенях овладения счетными операциями.

Н. А. Менчинская наиболее полно рассмотрела вопросы психологии обучения арифметике (проблема исследовалась ею начиная с 1929 г.). В книгах «Очерки психологии обучения арифметике» (М., 1947, 1950) и «Психология обучения арифметике» (М., 1955) Н. А. Менчинская проследила процесс формирования понятия о числе в младшем возрасте до начала школьного обучения. На большом экспериментальном материале рассмотрено соотношение восприятия множеств (групп предметов) и счета на различных этапах овладения числом, дан психологический анализ процесса решения детьми арифметических задач.

Н. Н. Лежавой разработано содержание и приемы обучения детей счету на основе идей монографического метода (1953) без учета достижений того времени в области психологии обучения арифметике. Автор рекомендует обучать счету путем добавления к имеющемуся количеству по одному (что трактуется как усвоение действий сложения и вычитания), схватыванию числа на глаз, составу чисел.

Предпринятые в 30—50-х годах разработка и обоснование психологических основ методики формирования математических представлений у детей дошкольного и младшего школьного возраста повлияли на дальнейшее совершенствование содержания и методов обучения детей математике, состояние практической работы.

Передовой педагогический опыт, результаты экспериментальной работы педагогов и методистов отражены в методических пособиях З. С. Пигулевской, Ф. А. Михайловой и Н. Г. Бакст, Я. Ф. Чекмарева.

З. С. Пигулевская в пособии «Счет в детском саду» (М., 1953) раскрыла опыт обучения детей счету на материале содержания занятий, приемов обучения, проведения игр и использования некоторых дидактических средств. Содержание обучения заключалось в последовательном изучении каждого из чисел первого десятка в отдельности. Дети образовывали числа путем последовательного присоединения к одному предмету другого, затем — третьего и т. д. Одновременно с рассмотрением состава числа дети изучали счет. В старшем дошкольном возрасте усваивались действия над числами, решение арифметических задач с использованием конкретного материала.

Автор предлагает обучать сравнению чисел на наглядном материале на основе сопоставления, установления взаимно однозначного соответствия. В пособии З. С. Пигулевской раскрыты подходы к построению занятий по счету с детьми разных возрастов, организация обучения, подчеркивается ведущая роль педагога и необходимость использования приемов, способствующих воспитанию у детей осознанного понимания числа.

В методическом пособии Ф. А. Михайловой и Н. Г. Бакст «Занятия по счету в детском саду» (М., 1958) обобщен опыт

работы детских садов по обучению счету на основе требований «Руководства для воспитателя детского сада». При разработке пособия учтены исследования А. М. Леушиной. В этом пособии раскрыты содержание и приемы обучения детей счету до трех в младшей группе, методика ознакомления детей с образованием чисел, обучения счету в пределах десяти, сравнению, составу чисел, решению арифметических задач в средних и старших группах (5—7 лет).

Авторы пособия рекомендовали до обучения счету сформировать у детей представление о множестве, в дальнейшем уделять внимание изучению состава чисел из единиц и двух меньших чисел, отношений между смежными числами, что рассматривается как предпосылка усвоения действий сложения и вычитания. Наряду с показом образования чисел путем прибавления к числу единицы (8 + 1) авторы раскрывают приемы обучения детей сравнению чисел путем сопоставления двух групп предметов, раскладывая их один под другим. Обучение детей образованию чисел, сравнению их осуществлялось параллельно с усвоением способов решения простых арифметических задач, счета в обратном порядке, счета и отсчета группами, по два, по три.

В пособии указывалось на необходимость использования в обучении наглядного материала, игр и игровых упражнений. Дано их описание, в том числе и разработанных непосредственно авторами. Данное пособие наиболее полно отвечало требованиям «Руководства для воспитателя детского сада» и обучения детей счету. В нем раскрыты содержание, приемы, последовательность обучения, вопросы построения занятий и организации обучения.

Методист-математик Я. Ф. Чекмарев по результатам экспериментов и обобщения опыта разработал методическое пособие для воспитателей старших групп и учителей подготовительных классов «Обучение арифметике детей шестилетнего возраста» (М., 1963) и книгу для детей «Учись считать» (М., 1963).

Автор предложил знакомить детей 6 лет с арифметическими действиями сложения и вычитания на основе изучения состава чисел, решать примеры и задачи, запоминать таблицу сложения и вычитания, развивать у них пространственные и геометрические представления. Однако в данной методике ознакомления с образованием чисел путем прибавления единицы к предыдущему числу исключен принцип сравнения, являющийся основой усвоения детьми последовательности, количественного значения и отношений между числами. Это положение не соответствует взглядам и уровню разработанности методов и приемов формирования количественных представлений в дошкольном возрасте, сложившимся к 50—60-м годам, Я. Ф. Чекмарев выступает в своих методических пособиях пропагандистом монографического метода обучения арифметике, несостоятельность которого была доказана и научно обоснована еще в 20—30-х годах.

§ 5. Вклад А. М. Леушиной в разработку проблем математического развития детей-дошкольников

Вопросы развития количественных представлений у детей дошкольного возраста разрабатывались А. М. Леушиной начиная с 40-х годов. Благодаря ее работам методика получила теоретическое, научное и психолого-педагогическое обоснование, были раскрыты закономерности развития количественных представлений у детей в условиях целенаправленного обучения на занятиях в детском саду. Это стало возможным благодаря глубокому и тщательному анализу различных точек зрения, подходов и концепций формирования математических представлений, учета достижений отечественной и зарубежной науки, практики общественного воспитания и обучения дошкольников в нашей стране.

А. М. Леушина заложила основы современной дидактической системы формирования математических представлений, разработав программу, содержание, методы и приемы работы с детьми 3-, 4-, 5- и 6-летнего возраста. Методическая концепция автора сложилась в результате многолетней экспериментальной и научно-теоретической работы.

Она заключается в следующем: от нерасчлененного восприятия множеств предметов детей необходимо переводить к выявлению отдельных составляющих это множество элементов путем попарного сопоставления их, что представляет дочисловой период обучения (усвоение отношений «столько же», «поровну», «больше», «меньше» и др.). Обучение счету следует за освоением детьми действий с множествами и базируется на сравнении двух предметных групп. Дети знакомятся с числом как характеристикой численности конкретной предметной группы в сопоставлении ее с другой. В ходе сравнения чисел (на наглядной основе) ребенком усваиваются последовательность и отношения между ними, что приводит к сознательному освоению счета и использованию его в вычислениях, выполнению действий при решении простых арифметических задач. Элементарное представление о числе формируется у детей в ходе накопления ими опыта сравнения нескольких предметных групп по признаку количества независимо от других признаков (качественные особенности, расположение в пространстве). На этой основе строилось освоение количественного и порядкового счета, определение состава чисел из единиц и двух меньших чисел.

В методике первоначального ознакомления детей с числами, счетом, арифметическими действиями, разработанной А. М. Леушиной, использованы положительные стороны метода изучения чисел (воспроизведение групп предметов, применение числовых фигур и счетных карточек, изучение состава чисел) и метода изучения действий (число как результат счета, образование чисел на основе сравнения двух совокупностей и практического установления между ними взаимно однозначного соответствия, увеличение или уменьшение одного из них на 1, освоение действий сложения и вычитания

на основе сформированных представлений о числах натурального ряда и навыков счетной деятельности). По утверждению А. М. Леушиной, в работе по развитию количественных представлений у детей следует особое внимание уделять накоплению чувственного опыта, созданию сенсорной основы счетной деятельности, последовательному обобщению детских представлений. Этим требованиям отвечает предложенная ею система практических упражнений с демонстрационным и раздаточным материалом.

Разработанная А. М. Леушиной концепция формирования количественных представлений в 60—70-е годы была существенно дополнена за счет научно-теоретической и методической разработки проблемы развития пространственно-временных представлений у дошкольников. Результаты научных исследований А. М. Леушиной отражены в ее докторской диссертации «Подготовка детей к усвоению арифметического материала в школе» (1956), многочисленных публикациях, учебных пособиях, например: «Обучение счету в детском саду» (М., 1959, 1961), «Формирование элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста» (М., 1974) и др.

Воспитатели детских садов широко использовали разработанные А. М. Леушиной конспекты занятий «Занятия по счету в детском саду» (М., 1963, 1965) и наглядные дидактические материалы (1965).

В дальнейшем под руководством А. М. Леушиной разработаны содержание и методы формирования у детей пространственных и временных представлений, обучения измерению объектов, массы тел, вопросы умственного и всестороннего развития детей в процессе освоения ими элементарных математических знаний, усвоения способов практических действий.

Разработанная А. М. Леушиной концепция формирования элементарных математических представлений у детей служит источником для многих современных исследований, а дидактическая система прошла испытания временем, успешно функционирует уже несколько десятков лет, показала свою эффективность в условиях общественного дошкольного воспитания, реализована в «Программе воспитания и обучения в детском саду».

§ 6. Современное состояние проблемы формирования у детей математических представлений и перспективы совершенствования методики

В связи с перестройкой преподавания математики в начальной школе и новыми психологическими исследованиями стали очевидными недостатки математической подготовки в детском саду: неэффективное использование возросших возможностей дошкольников, ограниченность и слабое развивающее влияние обучения. Сложившаяся система обучения в дошкольном возрасте, ее содержание и методы ориентировали в основном на развитие у детей предметных

способов действий, узких навыков, связанных со счетом и простейшими вычислениями, что недостаточно обеспечивало подготовку к усвоению математических понятий в дальнейшем обучении.

Необходимость пересмотра методов и содержания обучения была обоснована в работах психологов и математиков, которые положили начало новым научным направлениям в разработке проблем математического развития дошкольников. Специалисты выясняли возможности интенсификации и оптимизации обучения, способствующие общему и математическому развитию ребенка, отмечали необходимость повышения теоретического уровня осваиваемых детьми знаний. Это требовало реконструкции программы обучения, в том числе системы представлений, последовательности их введения и т. д., отвечающих современному состоянию математики как науки, приведения методов в строгое соответствие с предлагаемым новым содержанием знаний. Развернулись интенсивные поиски путей введения научных понятий в систему работы с детьми дошкольного возраста. Решение этих сложных проблем осуществлялось по-разному.

Психологи в качестве основания для формирования начальных математических представлений и понятий предлагали различные предметные действия. П. Я. Гальперин разработал линию формирования начальных математических понятий и действий, построенную на введении мерки и определении единицы через отношение к ней.

В исследовании В. В. Давыдова был раскрыт психологический механизм счета как умственной деятельности и намечены пути формирования понятия числа через освоение детьми действий уравнивания и комплектования, измерения. Генезис понятия числа рассматривается на основе краткого отношения любой величины к ее части (Г. А. Корнеева).

В отличие от традиционной методики ознакомления с числом (число — результат счета) новым явился способ введения самого понятия: число как отношение измеряемой величины к единице измерения (условная мера).

Анализ содержания обучения дошкольников с точки зрения новых задач привел исследователей к выводу о необходимости научить детей обобщенным способам решения учебных задач, усвоению связей, зависимостей, отношений и логических операций (классификации и сериации). Для этого предлагались и своеобразные средства: модели, схематические рисунки и изображения, отражающие наиболее существенное в познаваемом содержании.

Математики-методисты настаивали на значительном пересмотре содержания знаний для детей 6-летнего возраста, насыщении его некоторыми новыми представлениями, относящимися к множествам, комбинаторике, графам, вероятности и т. д. (А. И. Маркушевич, Ж. Папи и др.).

Методику первоначального обучения А. И. Маркушевич рекомендовал строить, основываясь на положениях теории множеств.

Он считал необходимым обучать дошкольников простейшим операциям с множествами (объединение, пересечение, дополнение), развивать у них количественные и пространственные представления.

Ж. Папи (бельгийский математик) разработал интересную методику формирования у детей представлений об отношениях, функциях, отображении, порядке и др., используя с этой целью многоцветные графы.

В настоящее время реализуется идея простейшей логической подготовки дошкольников (А. А. Столяр), разрабатывается методика введения детей в мир логико-математических представлений: свойства, отношения, множества, операции над множествами, логические операции (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция) и др.— с помощью специальной серии обучающих игр[1].

В последние годы (1960—1980) осуществлен педагогический эксперимент, направленный на выявление более эффективных методов математического развития детей дошкольного возраста, определение содержания обучения. Педагогические исследования были вызваны непосредственно результатами экспериментов в области возрастной и педагогической психологии и методики математики.

В эти годы выяснялись возможности формирования у детей представлений о величине, установлении взаимосвязей между счетом и измерением, апробировались приемы обучения (Р. Л. Березина, Н. Г. Белоус, З. Е. Лебедева, Р. Л. Непомнящая, Е. В. Проскура, Л. А. Левинова, Т. В. Тарунтаева, Е. И. Щербакова).

Возможности формирования количественных представлений у детей раннего возраста, пути совершенствования количественных представлений у детей дошкольного возраста изучены В. В. Даниловой, Л. И. Ермолаевой, Е. А. Тархановой.

Содержание и приемы формирования пространственно-временных представлений определены на основе ряда исследований Т. А. Мусейибовой, К. В. Назаренко, Т. Д. Рихтерман.

Методы и приемы педагогического руководства математическим развитием детей с помощью игры разработаны З. А. Грачевой, Т. Н. Игнатовой, А. А. Смоленцевой, И. И. Щербининой.

В настоящее время исследуются возможности использования наглядного моделирования в процессе обучения решению арифметических задач (Н. И. Непомнящая), познания детьми количественных и функциональных зависимостей (Л. Н. Бондаренко, Р. Л. Непомнящая, А. И. Кириллова), способности дошкольников к наглядному моделированию при ознакомлении с пространственными отношениями (Р. И. Говорова, О. М. Дьяченко, Т. В. Лаврентьева, Л. М. Хализева).

Результаты научных поисков психологов, математиков и педагогов вызвали необходимость в совершенствовании программы развития элементарных математических представлений у дошкольни-

[1] Подробно об этом изложено в главе IX, § 3.

ков (были введены разделы «Величина», «Геометрические фигуры», «Ориентировка в пространстве и времени»).

Многие современные методические пособия для воспитателей дошкольных учреждений созданы на основе дидактической системы, разработанной А. М. Леушиной и ее последователями. Широко используются и данные новых исследований советских и зарубежных психологов и методистов-математиков[1].

Конспекты занятий по формированию элементарных математических представлений и методические рекомендации их использования строятся на современных научных данных о единстве обучения и воспитания, комплексном подходе в обучении, введении наиболее эффективных дидактических средств (моделирование), обогащении содержания и приемов обучения.

Поиск путей совершенствования методики обучения математике детей дошкольного возраста осуществляется и в других странах. В современных зарубежных работах по развитию математических представлений детей дошкольного возраста уделяется особое внимание дочисловому периоду обучения[2].

М. Фидлер (Польша), Э. Дум (ФРГ) особое значение придают формированию представлений о числах в процессе практических действий с множествами предметов. Предлагаемые ими содержание и приемы обучения (целенаправленные игры и упражнения) помогают детям овладеть умениями классифицировать и упорядочивать предметы по различным признакам, в том числе и по количеству. В работе М. Фидлер отражена взаимосвязь в формировании у детей количественных, пространственных и временных представлений.

Р. Грин, В. Лаксон (США) в качестве основы формирования понятия числа и арифметических действий рассматривают понимание детьми количественных отношений на конкретных множествах предметов. Авторы считают, что формирование представлений о числах происходит во время практических действий с множествами предметов, они показывают, как под влиянием сравнения двух или нескольких множеств у детей формируется представление о месте числа среди других чисел натурального ряда, умение осуществлять простейшие действия увеличения и уменьшения чисел. Сопоставление равночисленных множеств ведет при этом к пониманию общности совокупностей по количеству (столько же) и по числу (такое же число).

Авторы этих работ предлагают формировать математические представления с учетом разнообразных впечатлений, полученных детьми в повседневной жизни. Своеобразно рассматривается ими

---

[1] См.: **Метлина Л. С.** Математика в детском саду.— М., 1984; **Метлина Л. С.** Занятия по математике в детском саду.— М., 1985; **Тарунтаева Т. В.** Развитие элементарных математических представлений у детей.— М., 1980.

[2] См.: **Фидлер М.** Математика уже в детском саду.— М., 1981; **Грин Р., Лаксон В.** Введение в мир числа.— М., 1982; **Альтхауз Д., Дум Э.** Цвет, форма, количество.— М., 1984.

обучение: доказывая необходимость проведения с детьми игр и упражнений, авторы не рекомендуют строго соблюдать требования к качеству усвоения учебного материала. В ходе обучения значительное внимание уделяется выработке у детей умения применять полученные знания на практике. Это достигается за счет использования в качестве наглядного материала предметов окружающей обстановки, практической и игровой мотивации специальных упражнений.

В книге Т. Я. Миндлиной[1] дан краткий обзор методики формирования математических представлений в материнских школах Франции. Автор выделяет в содержании обучения дошкольников три основных вида деятельности, освоение которых решает проблему подготовки детей к обучению математике в школе: классификация, сходство, формирование понятий пространства и времени. Кроме этого, уделяется большое внимание счету. Причем, по мнению французских специалистов, дети до 4 лет должны учиться считать без вмешательства взрослого. Играя с водой, песком и т. д., малыши осваивают понятия о количестве и величине на сенсорном уровне. В возрасте старше 4 лет рекомендуется уже систематическая работа по формированию понятия числа.

Французские педагоги материнских школ считают, что способность к математике зависит от качества обучения. Ими разработана система логических игр для детей разного возраста. В играх у детей развиваются способность к рассуждению, пониманию, самоконтролю, умение переносить усвоенное в новые ситуации. К детям 5—6 лет предъявляются более высокие требования. Они должны усвоить элементарные математические понятия, в том числе понятия теории множеств и их свойств; используя математический язык, точно и кратко выражать свои мысли, обнаруживать и исправлять ошибки, допущенные другим ребенком.

На основании изложенного в данной главе можно заключить, что становление методики формирования элементарных математических представлений первоначально осуществлялось под влиянием отдельных положений русской и зарубежной педагогики, психологии о значении и содержании подготовки детей к усвоению арифметики в школе, возможности формирования умений с раннего возраста различать геометрические фигуры и размеры предметов.

Передовые русские и зарубежные педагоги XVII—XIX вв., исходя из опыта непосредственной работы с детьми, пришли к убеждению о необходимости их подготовки к усвоению математических дисциплин в школе. Ими высказаны отдельные предложения о содержании и методах обучения детей до школы: программа по арифметике (счет, вычисления, счет групп, арифметические действия сложения и вычитания); по основам геометрии (геометрические фигуры, измерения величин); простейшие представления о пространстве и времени.

---

[1] См.: **Миндлина Т. Я.** Дошкольное воспитание во Франции.— М., 1984.

Экспериментальное изучение специфики количественных представлений детей, разработка, систематизация и апробирование игр и дидактических упражнений, направленных на формирование математических представлений, осуществленное А. М. Леушиной и под ее руководством, представляет современное содержание методики.

Дальнейшее совершенствование методики формирования элементарных математических представлений направлено на уточнение содержания, поиск наиболее эффективных методов педагогического руководства математическим развитием детей, разработку и внедрение в практику работы дошкольных учреждений новых дидактических средств, что соответствует требованиям реформы общеобразовательной и профессиональной школы, совершенствованию среднего и высшего образования в нашей стране.

Часть вторая

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДОШКОЛЬНИКОВ

Теоретические основы формирования элементарных математических представлений у дошкольников, так же как и начального обучения математике в I—IV классах школы, получили сравнительно недавно (примерно 20 лет назад) специальное название — «предматематика» (англ. *prematliematics*). (В дальнейшем для простоты и краткости изложения мы будем пользоваться этим термином.)

Традиционно в качестве теоретических основ обучения принимали соответствующие математические теории в их завершенном виде. Однако дедуктивно построенная математическая теория в ее абстрактном виде не может служить основой для дошкольного и начального школьного обучения математике.

Понятия и факты на предматематическом уровне получаются абстрагированием из конкретных ситуаций или же разъясняются с помощью других понятий, хотя строгих определений здесь нет. Изложение дедуктивной математической теории носит формальный характер, изложение предматематики — содержательный. Дедукция, наиболее важная черта (и метод) математики, в предматематике играет второстепенную роль, носит локальный характер.

Предматематику не следует принимать за «детскую математику». На предматематическом уровне изучаются некоторые понятия и темы школьного курса математики в средних и старших классах школы. Этот уровень часто используется и в научно-популярной литературе. Что же касается формирования элементарных математических представлений у дошкольников и обучения математике в начальных классах школы, то они полностью находятся на предматематическом уровне, отражают соответствующую стадию развития математических знаний. Поэтому цели и результаты этого обучения правомерно называть «предматематической» подготовкой дошкольников и младших школьников, т. е. их подготовкой к изучению математики.

Основная цель теоретических основ формирования элементарных математических представлений — математическое описание и уточнение смысла всего того, что практикуется на занятиях с дошкольниками, разъяснение тех понятий, о которых у детей формируют соответствующие представления. Этой цели и подчинено изложение теоретических основ. Мы не будем строить здесь какие-нибудь строгие математические теории. Все изложение ведется на предматематическом уровне. Для иллюстрации различных понятий, фактов или конструкций мы будем пользоваться примерами и играми, моделирующими эти понятия или конструкции, и соответствующим

дидактическим материалом. Часто используются при изложении специально разработанные обучающие игры. От них делается переход к описанию тех логических и математических конструкций, которые этими играми моделируются. Таким образом, теоретические основы излагаются в непосредственной связи с элементарными математическими представлениями, формируемыми у дошкольников в процессе их обучения в детском саду. Особенностью этого изложения является также выявление логической структуры мышления, формируемой и развиваемой одновременно с элементарными математическими представлениями. Это дает возможность педагогу повысить развивающий эффект при формировании у дошкольников элементарных математических представлений.

Используемая при изложении теоретических основ специальная логическая и математическая терминология и символика не предназначена, разумеется, для обучения дошкольников. Язык обучения и общения с дошкольниками уточняется в третьей части настоящего пособия, посвященной методике формирования элементарных математических представлений у дошкольников.

Глава III. МНОЖЕСТВА И СВОЙСТВА ПРЕДМЕТОВ

§ 1. Характеристическое свойство множества

Всякое свойство можно рассматривать как принадлежность его некоторым предметам.

Например, свойством «быть красным» обладают некоторые цветы, ягоды, автомашины и другие предметы. Свойством «быть круглым» обладают луна, мяч, колеса велосипедов и автомашин, детали различных машин и станков и др.

Таким образом, с каждым свойством связывается множество (предметов), обладающих этим свойством. Говорят также, что множество характеризуется данным свойством, или множество задано указанием характеристического свойства.

Под характеристическим свойством множества понимают такое свойство, которым обладают все предметы, принадлежащие этому множеству (элементы этого множества), и не обладает ни один предмет, не принадлежащий ему (не являющийся его элементом).

Иногда свойство отождествляется с множеством предметов, характеризуемым этим свойством. Говоря «круглое», мы одновременно мыслим о множестве всех круглых предметов.

Если некоторое множество A задано указанием характеристического свойства P, то это записывается следующим образом:

$$A=\{x \mid P(x)\}$$

и читается так: «A — множество всех x таких, что x обладает свойством P», или, короче, «A — множество всех x, обладающих свойством P». Когда говорят: «множество всех предметов, обладающих

свойством P», имеются в виду те и только те предметы, которые обладают этим свойством.

Таким образом, если множество A задано характеристическим свойством P, то это означает, что оно состоит из всех предметов, обладающих этим свойством, и только из них. Если какой-нибудь предмет a обладает свойством P, то он принадлежит множеству A, и, наоборот, если предмет a принадлежит множеству A, то он обладает свойством P.

Предложение «предмет a принадлежит множеству A», или «предмет a — элемент множества A», обозначается кратко «$a \in A$». Предложение «предмет a обладает свойством P» — «$P(a)$». Эти два предложения р а в н о с и л ь н ы, т. е. выражают одну и ту же мысль в разной форме, первое — на языке множеств, второе — на языке свойств. Высказывания, выражаемые этими двумя предложениями, одновременно истинны или ложны: истинны, если предмет a действительно принадлежит множеству A (обладает свойством P), ложны в противном случае. Для обозначения равносильности двух предложений применяется знак $\Leftrightarrow$.

Таким образом, если $A = \{x \mid P(x)\}$, то пишут: $a \in A \Leftrightarrow P(a)$.

Например, если A — множество детей, живущих на Ленинском проспекте, то предложения «Саша живет на Ленинском проспекте» и «Саша принадлежит множеству детей, живущих на Ленинском проспекте» (хотя так обычно не говорят) равносильны. Они выражают истинные высказывания, если Саша, о котором идет речь в них, действительно живет на Ленинском проспекте, и ложные высказывания в противном случае.

Предложение $P(x)$, т. е. «x обладает свойством P», например «x живет на Ленинском проспекте», или «...живет на Ленинском проспекте», не выражает высказывания, так как оно содержит «пустое место» (переменную) и бессмысленно задавать вопрос, истинно оно или ложно. Оно обращается в высказывание истинное или ложное, если вместо переменной (на пустое место) поставить какое-нибудь ее значение. Такое предложение с пустым местом (переменной), которое может обращаться в истинное или ложное высказывание, называется в ы с к а з ы в а т е л ь н о й ф о р м о й или п р е д и к а т о м.

Говоря в дальнейшем «предложение», будем иметь в виду высказывание (т. е. повествовательное предложение без пустых мест), или предикат

Например, предложения $2+2=4$, $2+2=5$, $3<5$, $6<5$ — высказывания, причем первое и третье — истинные высказывания, второе и четвертое — ложные, предложения же $2+x=5$, или $2+\ldots=5$, и $x<5$, или $\ldots<5$,— предикаты, которые обращаются в истинные или ложные высказывания лишь при подстановке вместо переменной x (на пустое место) какого-нибудь ее значения.

Такие предикаты используются при обучении маленьких детей в заданиях типа: «Какое число надо поставить на пустое место, чтобы то, что получится, было верно?»

Естественно, что некоторым свойством может обладать бесконечное множество предметов, другим — лишь к о н е ч н о е множество. Поэтому множества подразделяются на конечные и бесконечные (в главе V мы вернемся к этому вопросу).

Конечное множество может быть задано и непосредственным

перечислением всех его элементов в произвольном порядке. Например, множество детей, живущих на Ленинском проспекте, может быть задано описанием с помощью характеристического свойства:

$\{x \mid x$ — живет на Ленинском проспекте$\}$ —

или же перечислением всех его элементов в произвольном порядке:

{Лена, Саша, Витя, Ира, Коля}.

Вполне понятно, что бесконечное множество нельзя задать перечислением всех его элементов.

Математика в большей мере имеет дело с бесконечными множествами (числа, точки, фигуры и другие объекты), но основные математические идеи и логические структуры могут быть смоделированы на конечных множествах. В таком случае истинность предложения, выражающего общее свойство элементов конечного множества (все элементы множества A обладают свойством P) или существование элемента, обладающего определенным свойством (существует элемент множества M, обладающий свойством P), может быть установлена непосредственной проверкой. Если же это предложение получено логическим путем, то проверка подтверждает (или опровергает) правильность рассуждения, с помощью которого оно получено.

Естественно, что в предматематической подготовке обычно имеют дело с конечными множествами.

Элементами множества могут быть самые разнообразные предметы любой природы, как конкретные (растения, животные, предметы обихода и т. д.), так и абстрактные (числа, геометрические фигуры, отношения и т. д.), или изображения таких объектов. Чаще всего мы будем пользоваться множествами, элементами которых являются знакомые детям предметы или их изображения. При этом изображение птички так и будем называть птичкой, изображение дерева — деревом и т. п. Мы будем также пользоваться специальным дидактическим материалом.

§ 2. Универсальное множество. Дидактический материал

Обычно предметы, обладающие определенным свойством, выделяются из некоторого наперед заданного основного, или универсального, множества предметов (множества всех предметов, рассматриваемых в связи с данным свойством).

Например, множество детей, живущих на Ленинском проспекте, мы выделили из множества всех детей определенной (конкретной, известной нам) группы как ее часть (подмножество), характеризуемую указанным свойством. В данном случае множество всех детей этой группы играет роль универсального множества (множества всех детей). Если в качестве универсального множества примем множество всех детей данного детского сада (а не только одной

группы), то множество детей, живущих на Ленинском проспекте, может оказаться иным.

Все вопросы, связанные с множествами (операции над множествами, отношения между ними, разбиение множества на классы и др.), решаются, как правило, внутри некоторого явно заданного или подразумеваемого у н и в е р с а л ь н о г о множества.

Удобно иллюстрировать понятия, связанные с множествами предметов, на одном универсальном множестве специального дидактического материала, который может быть эффективно использован в обучении дошкольников,— «логические блоки».

Идея подобных блоков была выдвинута известным советским психологом Л. С. Выготским. В зарубежной литературе эти блоки называются также «блоками Дьенеша», по имени венгерского психолога и математика, разработавшего этот дидактический материал для обучения детей 4—6 лет. В дальнейшем мы будем называть их кратко блоками (или фигурами).

Эти блоки названы «логическими», потому что они позволяют моделировать разнообразные логические структуры и решать логические задачи с помощью специально создаваемых конкретных ситуаций, т. е. могут быть использованы, как это будет показано дальше, для ранней логической пропедевтики детей 4—6 лет.

Комплект (универсальное множество) состоит из 48 деревянных или пластмассовых блоков. Каждый блок обладает четырьмя свойствами, т. е. является носителем четырех свойств, которыми он полностью определяется: формой, цветом, величиной и толщиной.

Имеются четыре формы: ○ — круг, □ — квадрат, △ — треугольник и ▭ — прямоугольник (под прямоугольником имеется в виду разносторонний прямоугольник; на этом предматематическом уровне дети не считают квадрат прямоугольником); три цвета: красный, синий, желтый; две величины: большой и малый — и две толщины: толстый и тонкий. Это так называемый «пространственный вариант» дидактического материала.

Широкие возможности для применения в обучении дошкольников имеет и «плоский вариант» блоков, который для краткости назовем «фигуры».

Комплект (универсальное множество) состоит из 24 фигур, изображенных на листе плотной бумаги. Дети по заданию воспитателя вырезают их. Каждая из этих фигур полностью определяется тремя свойствами: формой (○, □, △, ▭), цветом: красный, синий, желтый (к, с, ж) — и величиной: большой, маленький (б, м). Толщиной фигуры не различаются (она у всех одна и та же). Таким образом, и м я каждой фигуры состоит из тройки букв-названий (формы, цвета, величины) и может быть символически записано так: □жб — *квадратная желтая большая фигура* (в дальнейшем можно назвать короче — *желтый большой квадрат*); ▭см — *прямоугольная синяя малая фигура* (или *синий малый прямоугольник*) и т. п.

Прежде чем пользоваться блоками (или фигурами) для проведения различных игр и решения разного рода задач, необходи-

мо научиться распознавать каждый элемент универсального множества, состоящего из блоков (или фигур), т. е. уметь называть его полное имя.

§ 3. Подмножество. Дополнение множества и отрицание предложения

Рассмотрим теперь некоторое свойство, которым могут обладать или не обладать элементы нашего универсального множества.

Свойство «быть красным» выделяет из универсального множества подмножество красных блоков или фигур. Свойство «быть круглым» выделяет из этого множества другое подмножество — круглых блоков (или фигур).

Термин «подмножество» применяется в математике в смысле «часть множества». При этом, однако, не исключаются два крайних случая: когда часть множества (подмножество) совпадает со всем множеством, т. е. все элементы множества обладают рассматриваемым свойством, и когда эта часть не содержит ни одного элемента, например ни один блок не обладает свойством «быть зеленым». В последнем случае эту часть называют пустым множеством и обозначают символом «$\varnothing$».

Эти крайние случаи тоже можно смоделировать конкретными ситуациями, создаваемыми с помощью блоков (или фигур). Если, например, рассматривая только красные блоки (теперь множество красных блоков является универсальным), мы предлагаем выделить из них те, которые являются красными, то выделенное подмножество совпадает со всем рассматриваемым множеством. Если же предлагается из этих блоков отделить (переложить в другой ящик) все те, которые являются синими, то этот ящик останется пустым, т. е. фактически в множестве красных блоков выделено «пустое множество» блоков.

Пусть множество M — некоторое универсальное множество, множество A — некоторое подмножество множества M. Символически это обозначается «$A \subseteq M$». Говорят также, что множество A включается в M. Это означает, что все элементы множества A являются также элементами множества M. Выделение подмножества с помощью некоторого свойства может быть смоделировано с помощью игры с одним обручем. Опишем эту игру.

На полу (или на столе) располагают обруч (такой, который используется в художественной гимнастике, или поменьше). У каждого ребенка в руке один блок. Дети по очереди располагают блоки в соответствии с заданием воспитателя, например внутри обруча — все красные, а вне обруча — все остальные (рис. 1)

Эта задача, как правило, не вызывает затруднений у детей, уже различающих блоки по цвету и понимающих, что значит внутри и вне обруча. После решения задачи предлагаются два вопроса: «Какие блоки лежат внутри обруча?» и «Какие блоки лежат вне обруча?». Первый вопрос несложен для детей, так как

ответ содержится в условии уже решенной задачи. Второй вопрос на первых порах вызывает затруднения, так как в условии задачи говорится «все остальные», здесь же спрашивается «какие?». Ответ, который мы хотим получить («Вне обруча лежат все некрасные блоки»), появляется не сразу. Такой ответ, как: «Вне обруча лежат все желтые и все синие блоки», по существу правильный. Но мы хотим выразить свойство блоков, оказавшихся вне обруча, как о т р и ц а н и е свойства тех, которые лежат внутри. Можно предложить детям назвать свойство всех блоков, лежащих вне обруча, с помощью одного слова, используя при этом слово «красные». Некоторые дети догадываются, и в дальнейшем, при проведении этой игры в различных вариантах, эти трудности уже не возникают.

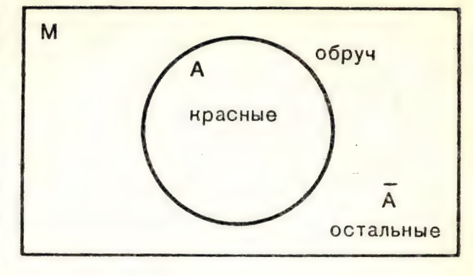


Рис. 1.

В ходе этой игры отрабатывается переход от выражения некоторого свойства к выражению отрицания этого свойства:

внутри обруча	вне обруча
красные	некрасные
квадратные	неквадратные
большие	небольшие (малые)
толстые	нетолстые (тонкие)
некруглые	круглые
нежелтые	желтые
и т. п.	

Какова же цель применения таких дидактических игр? В дальнейшем будет показано, что такого рода дидактические материалы предшествуют формированию одного из важнейших общеобразовательных умений — умения классифицировать объекты.

Отвлечемся теперь от описанной конкретной игры и рассмотрим рисунок 1 как изображение некоторого множества M (с помощью множества точек внутри прямоугольника) и некоторого подмножества A (с помощью множества точек круга), выделенного из M некоторым свойством P, т. е. $A=\{x\in M \mid P(x)\}$. Оставшиеся элементы M, т. е. те, которые не принадлежат A, не обладают свойством P. Множество всех этих элементов (тоже подмножество M) называется д о п о л н е н и е м множества A (до универсального множества M) и обозначается через $\bar{A}$ (A с чертой). Если множество A характеризуется свойством P, то его дополнение $\bar{A}$ характеризуется свойством не P (если элементы A красные, то элементы $\bar{A}$ некрасные).

Отрицание предложения $P(x)$, т. е. предложение «x не обладает свойством P», или «неверно, что x обладает свойством P», обозначается символом «$\neg P(x)$». Таким образом, $\bar{A}=\{x\in M \mid \neg P(x)\}$,

т. е. множество $\bar{A}$ представляет собой множество всех x из M, не обладающих свойством P. Другое определение множества $\bar{A}$ (дополнения множества A: $\bar{A} = \{x \in M \mid x \notin A\}$, т. е. $\bar{A}$ — множество всех элементов из M, не принадлежащих A. Как видно, образование дополнения $\bar{A}$ приводит к образованию отрицания предложения, выражающего характеристическое свойство множества A.

Отрицание некоторого предложения P конструируется на русском языке с помощью слов *неверно, что,* поставленных перед отрицаемым предложением, или, если P — простое предложение, использованием частицы *не* перед сказуемым.

Каждое предложение (имеется в виду высказывание или предикат) может быть истинным или ложным (предикат обращается в истинное или ложное высказывание при подстановке значений вместо переменных). Истину обозначим через И, ложь — через Л. И и Л будем называть **истинностными значениями** предложений.

Если предложение P истинно, то его отрицание $\neg P$ ложно, если же P ложно, то его отрицание $\neg P$ истинно. Эта связь между истинностными значениями и определяет отрицание. Она может быть записана в виде следующей таблицы, называемой истинностной таблицей (или таблицей истинности):

P	$\neg P$
И	Л
Л	И

§ 4. Пересечение множеств и конъюнкция предложений

Опишем игру с двумя обручами.

Размещают на плоскости два разноцветных обруча (допустим, красный и черный) так, чтобы они пересеклись (имели общую часть), и предлагают детям расположить блоки так, чтобы внутри красного обруча оказались, например, все красные блоки, а внутри черного — все круглые (рис. 2).

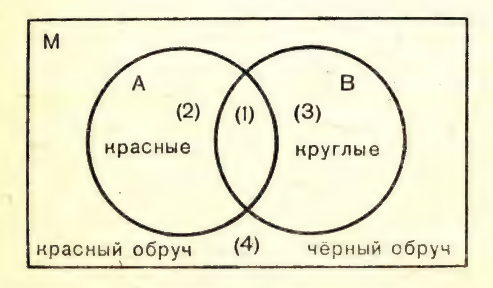


Рис. 2.

Вначале некоторые дети допускают ошибки. Начиная заполнять красный обруч красными блоками, они могут расположить все эти блоки, в том числе и круглые красные, вне черного обруча. Затем все остальные круглые блоки располагают внутри черного, но вне красного обруча. В результате общая часть двух обручей может оказаться пустой.

Некоторые дети после постановки вопроса «Все круглые блоки внутри черного обруча?» замечают допущенную ошибку и перекладывают круглые красные блоки в общую часть двух обручей, объясняя, почему они должны лежать именно там (внутри красного обруча — потому что красные, внутри черного — потому что круглые).

После выполнения практической задачи по расположению блоков дети отвечают на четыре стандартных для всех вариантов игры с двумя обручами вопроса: «Какие блоки лежат: 1) внутри обоих обручей; 2) внутри красного, но вне черного обруча; 3) внутри черного, но вне красного обруча; 4) вне обоих обручей?» Следует подчеркнуть, что блоки надо называть здесь с помощью двух свойств — формы и цвета.

Отвлечемся теперь от описанной игры и рассмотрим ситуацию, изображенную на рисунке 2 в общем виде. В некотором (универсальном) множестве M выделены два подмножества: A — с помощью некоторого свойства P, т. е. $A=\{x \in M \mid P(x)\}$, и B — с помощью свойства Q, т. е. $B=\{x \in M \mid Q(x)\}$. Эти два подмножества изображены кругами.

Изображение множеств с помощью кругов было предложено выдающимся математиком Леонардом Эйлером (1707—1783). Поэтому такие круговые диаграммы называют кругами Эйлера, иногда диаграммами Эйлера-Венна.

Общая часть множеств A и B (рис. 2 (*1*)) представляет собой подмножество всех элементов из M, принадлежащих как A, так и B, т. е. обладающих обоими свойствами P и Q. Это множество называется пересечением множеств A и B и обозначается через $A \cap B$.

Итак, *пересечением* $A \cap B$ *двух множеств* A *и* B *называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат и множеству* A, *и множеству* B, *т. е. их общая часть.*

Это можно записать символически так:

$$A \cap B = = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\},$$

или через характеристические свойства множеств A и B:

$$A \cap B = = = \{x \mid P(x) \text{ и } Q(x)\}.$$

Таким образом, если характеристические свойства множеств A и B выражаются с помощью предложений P и Q соответственно, то характеристическое свойство пересечения $A \cap B$ выражается предложением «P *и* Q», составленным из предложений P и Q с помощью союза *и*. Это предложение называется к о н ъ ю н к ц и е й предложений P и Q (от лат. *conjunctio* — союз, связь).

Зависимость истинностного значения конъюнкции от истинностных значений составляющих предложений определяется обычным смыслом союза *и*: конъюнкция «P *и* Q» истинна тогда и только тогда, когда истинны оба составляющих ее предложения P и Q. Это можно записать в виде следующей истинностной таблицы, даю-

щей истинностные значения конъюнкции при любых возможных комбинациях истинностных значений составляющих:

P	*Q*	*P* и *Q*
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

В логике конъюнкция обозначается знаком «$\wedge$», т. е. вместо «*P и Q*» пишут «$P \wedge Q$».

Посмотрим теперь, какие же множества изображены областями (2), (3), (4) на диаграмме (рис. 2).

Нетрудно заметить, что область (2) изображает пересечение множества A с дополнением множества B, т. е.

$$A \cap B = \{x \mid P(x) \wedge \neg Q(x)\}$$

(множество красных некруглых блоков, если возвратиться к описанной нами игре).

Аналогично область (3) изображает множество

$$\bar{A} \cap B = \{x \mid \neg P(x) \wedge Q(x)\}$$

(множество некрасных круглых блоков), а область (4) есть изображение пересечения дополнений

$$\bar{A} \cap B = \{x \mid \neg P(x) \wedge \neg Q(x)\}$$

(множесто некрасных некруглых блоков).

Описывая пересечение двух множеств, мы неизбежно пользуемся конъюнкцией предложений и, таким образом, вырабатываем у детей понимание смысла союза *и* в играх с двумя обручами.

Целесообразно проводить и такие варианты игры, в которых область (1) изображает пустое множество, т. е. $A \cap B = \varnothing$. Например, если A — множество всех круглых, а B — множество всех треугольных блоков, то $A \cap B = \varnothing$, так как нет такого блока, который был бы одновременно кругом и треугольником.

Если $A \cap B = \varnothing$, то множества A и B называются непересекающимися.

В дальнейшем будет показано, что непересекающиеся множества также находят применение в обучении дошкольников.

§ 5. Объединение множеств и дизъюнкция предложений

Обратимся еще раз к игре с двумя обручами, изображенной на рисунке 2. Поставим еще один вопрос: «Какое множество блоков оказалось внутри хотя бы одного из двух обручей: красного или черного?» Этот вопрос сложный, так как характеристическое свой-

ство этого множества требует применения союза *или* в неразделительном (соединительном) смысле, что вызывает затруднения не только у дошкольников.

Правильный ответ на поставленный вопрос может быть сформулирован так:

Внутри хотя бы одного из двух обручей находится множество блоков, каждый из которых красный *или* круглый. Это множество состоит из всех красных некруглых, красных круглых и некрасных круглых блоков (изображенных соответственно областями (2), (1), (3) в диаграмме (рис. 2).

В общем виде это выглядит так:

Если множество A характеризуется свойством P, множество B — свойством Q, то множество, состоящее из всех предметов, являющихся элементами хотя бы одного из этих двух множеств, характеризуется свойством «P *или* Q».

Это множество называется объединением множеств A и B и обозначается символом «$A \cup B$».

Итак, *объединением* $A \cup B$ *двух множеств* A *и* B *называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат множеству* A *или множеству* B.

Это можно записать (символически) так:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\},$$

или через характеристические свойства множеств A и B

$$A \cup B = \{x \mid P(x) \text{ или } Q(x)\}.$$

Союз *или* понимается здесь в неразделительном смысле, т. е. каждый элемент объединения $A \cup B$ должен принадлежать хотя бы одному из множеств A, B, т. е. или A, или B, или обоим множествам A и B.

Таким образом, если характеристические свойства множеств A и B выражаются с помощью предложений P и Q соответственно, то характеристическое свойство объединения $A \cup B$ выражается предложением «P *или* Q», составленным из предложений P и Q с помощью союза *или*, понимаемого в неразделительном смысле. Это предложение называется д и з ъ ю н к ц и е й предложений P и Q (от лат. *disjunctio* — разобщение, различие).

В обыденной речи союз *или* применяется в двух различных смыслах: неразделительном (соединительном), когда составное предложение, образованное с помощью этого слова, считается истинным, когда истинно хотя бы одно из составляющих предложений, и в разделительном, когда составное предложение считается истинным, когда истинно только одно из составляющих предложений, в этом случае иногда говорят «или.., или», «либо.., либо».

Зависимость истинностного значения дизъюнкции от истинностных значений составляющих предложений определяется неразделительным (соединительным) смыслом союза *или*: дизъюнкция «P *или* Q» истинна тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из

составляющих ее предложений. Это можно записать в виде следующей истинностной таблицы:

P	Q	P или Q
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

Таким образом, дизъюнкция «*P или Q*» ложна в одном только случае, когда ложны оба составляющих предложения P и Q.

В логике дизъюнкция обозначается знаком «$\vee$», т. е. вместо «*P или Q*» пишут «$P \vee Q$».

Как будет показано дальше, в главе V, объединение множеств служит базой для обоснования операции сложения чисел.

§ 6. Разбиение множества на классы

Разбиение множества на классы лежит в основе классифицирующей деятельности.

Обратимся еще раз к диаграмме, изображенной на рисунке 1. Здесь имеем множество M и два его подмножества A и $\bar{A}$, удовлетворяющие следующим условиям:

1) каждое из множеств A и $\bar{A}$ непустое, т. е. $A \neq \varnothing$ и $\bar{A} \neq \varnothing$;

2) они не пересекаются, т. е. $A \cap \bar{A} = \varnothing$;

3) их объединение образует множество M, т. е. $A \cup \bar{A} = M$.

Условия 1) —3) определяют разбиение множества M на два класса (A и $\bar{A}$).

Рассмотрим теперь диаграмму на рисунке 2.

Здесь имеем множество M и четыре подмножества: $A \cap B$, $A \cap \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$, $\bar{A} \cap \bar{B}$. Обозначим их соответственно через K_1, K_2, K_3, K_4. Нетрудно заметить, что выполняются условия, аналогичные 1) —3):

1) каждое из множеств K_1, K_2, K_3, K_4 непусто, т. е.

$$K_i \neq \varnothing, \text{ где } i = 1, 2, 3, 4;$$

2) эти множества попарно не пересекаются, т. е.

$$K_i \cap K_j = \varnothing, \text{ где } i \neq j \text{ и } i, j = 1, 2, 3, 4;$$

3) их объединение образует множество M, т. е.

$$K_1 \cup K_2 \cup K_3 \cup K_4 = M.$$

Объединение $K_1 \cup K_2 \cup K_3 \cup K_4$ состоит из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из этих множеств K_1, K_2, K_3, K_4.

В этом случае условия 1) —3) определяют р а з б и е н и е множества M на четыре класса.

Рассмотрим теперь игру с тремя обручами.

Пусть имеем три разноцветных (например, красный, черный и синий) обруча так, как показано на рисунке 3.

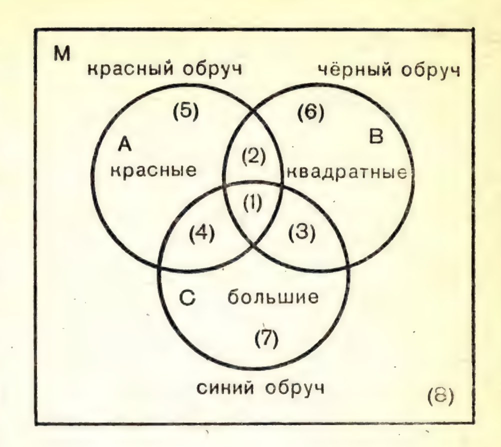


Рис. 3.

После того как образовавшиеся области (1) — (8) соответствующим образом названы (внутри всех трех обручей, внутри красного и черного, но вне синего и т. д.), решается более сложная, чем в игре с двумя обручами, задача классификации блоков (или фигур) по трем свойствам. Предлагается расположить блоки, например, так, чтобы внутри красного обруча оказались все красные блоки, внутри черного — все квадратные, а внутри синего — все большие. После выполнения задачи расположения блоков ставятся восемь стандартных для любого варианта игры с тремя обручами вопросов. Какие блоки лежат: 1) внутри всех трех обручей; 2) внутри красного и черного, но вне синего обруча; 3) внутри черного и синего, но вне красного обруча; 4) внутри красного и синего, но вне черного обруча; 5) внутри красного, но вне черного и вне синего обруча; 6) внутри черного, но вне синего и вне красного обруча; 7) внутри синего, но вне красного и вне черного обруча; 8) вне всех трех обручей?

Как видно из рисунка 3, в игре с тремя обручами моделируется разбиение множества на восемь классов с помощью трех свойств: $K_1 = A \cap B \cap C$; $K_2 = A \cap B \cap \bar{C}$; $K_3 = \bar{A} \cap B \cap C$; $K_4 = A \cap \bar{B} \cap C$; $K_5 = A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$; $K_6 = \bar{A} \cap B \cap \bar{C}$; $K_7 = \bar{A} \cap \bar{B} \cap C$; $K_8 = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$.

И здесь также выполняются условия 1) —3):

1) каждое из множеств $K_1, K_2, \ldots, K_8$ непустое, т. е.

$$K_i \neq \varnothing, \text{ где } i = 1, 2, 3, \ldots, 8;$$

2) эти множества попарно не пересекаются, т. е.

$$K_i \cap K_j = \varnothing, \text{ где } i \neq j \text{ и } i, j = 1, 2, 3, \ldots, 8;$$

3) их объединение образует множество M, т. е.

$$K_1 \cup K_2 \cup \ldots \cup K_8 = M.$$

Теперь можно ответить в самом общем виде на вопрос: что такое разбиение множества на классы?

Система множеств $K_1, K_2, \ldots, K_n$ называется *разбиением множества* M на классы, а сами эти множества — *классами разбиения*, если удовлетворяются следующие условия:

1) каждое из множеств $K_1, K_2, \ldots, K_n$ непустое, т. е.

$$K_i \neq \varnothing, \text{ где } i = 1, 2, 3, \ldots, n;$$

2) эти множества попарно непересекающиеся, т. е.

$K_i \cap K_j = \varnothing$ для всяких $i \neq j$ и $i, j = 1, 2, 3, \ldots, n$;

3) их объединение образует множество M, т. е.

$$K_1 \cup K_2 \cup \ldots \cup K_n = M.$$

Если хотя бы одно из условий 1) —3) не выполняется, то система множеств $K_1, K_2, \ldots, K_n$ не является разбиением множества M на классы. Например, система множеств косоугольных, прямоугольных и двупрямоугольных треугольников не образует разбиение множества всех треугольников, так как множество «двупрямоугольных», т. е. треугольников, содержащих по два угла, пусто, т. е. не выполняется условие 1). Система множеств косоугольных, прямоугольных и равнобедренных треугольников не образует разбиение множества всех треугольников, так как не выполняется условие 2); множества прямоугольных и равнобедренных треугольников пересекаются (существуют прямоугольные равнобедренные треугольники). Система множеств остроугольных и прямоугольных треугольников не образует разбиения множества треугольников, так как не выполняется условие 3) — объединение множеств остроугольных и прямоугольных треугольников не образует множество всех треугольников.

§ 7. Отношения между двумя множествами

С целью уточнения вернемся к вопросу об отношении включения одного множества в другое.

Вообще говоря, в математике различают два вида включения: а) в широком смысле (нестрогое включение) и б) в узком смысле (строгое включение). Первое обозначается знаком $\subseteq$. Запись «$A \subseteq B$» означает, что все элементы A принадлежат B. При этом возможны два случая:

а$_1$) все элементы B принадлежат A, т. е. $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$. В этом случае множества A и B состоят из одних и тех же элементов и называются р а в н ы м и, что обозначается так: «$A = B$». Например, если A — множество всех больших блоков, а B — множество всех блоков, которые не являются малыми, то $A = B$. Как видно, равные множества по существу совпадают (при задании их перечислением элементов они могут отличаться лишь порядком перечисления, который несуществен);

а$_2$) не все элементы B принадлежат A, т. е. $A \subseteq B$, но $B \nsubseteq A$. В таком случае говорят также, что A с т р о г о в к л ю ч а е т с я в B, или A является с о б с т в е н н о й (или правильной) частью B. Это отношение в математической литературе обычно обозначается символом «$\subset$» ($A \subset B$).

В предматематической подготовке дошкольников встречается лишь строгое включение, собственная часть множества. Представление о том, что все множество есть несобственная часть самого

себя, противоречило бы житейскому опыту. Конечно, никакие специальные обозначения здесь не применяются.

В играх с обручами моделируются и другие отношения, в которых могут находиться два множества. Так например, множества красных (A) и некрасных ($\bar{A}$) блоков не имеют ни одного общего элемента, т. е. их пересечение пусто ($A \cap \bar{A} = \varnothing$). Такие два множества, как мы уже знаем, называются непересекающимися (в литературе встречается и термин «дизъюнктные» множества). Множества красных (A) и квадратных (B) блоков имеют общие элементы (красные квадраты), т. е. их пересечение непусто ($A \cap B \neq \varnothing$), причем ни одно из этих множеств не включается в другое, т. е. не является подмножеством другого. Такие два множества называются пересекающимися.

Таким образом, два произвольных множества A и B могут находиться в одном из пяти отношений, которое можно выявить с помощью последовательности вопросов, представленных на рисунке 4. Каждый из этих вопросов требует ответа «да» или «нет»

Подобные вопросы, касающиеся конкретных множеств предметов (без названия отношений между множествами), ставятся и перед

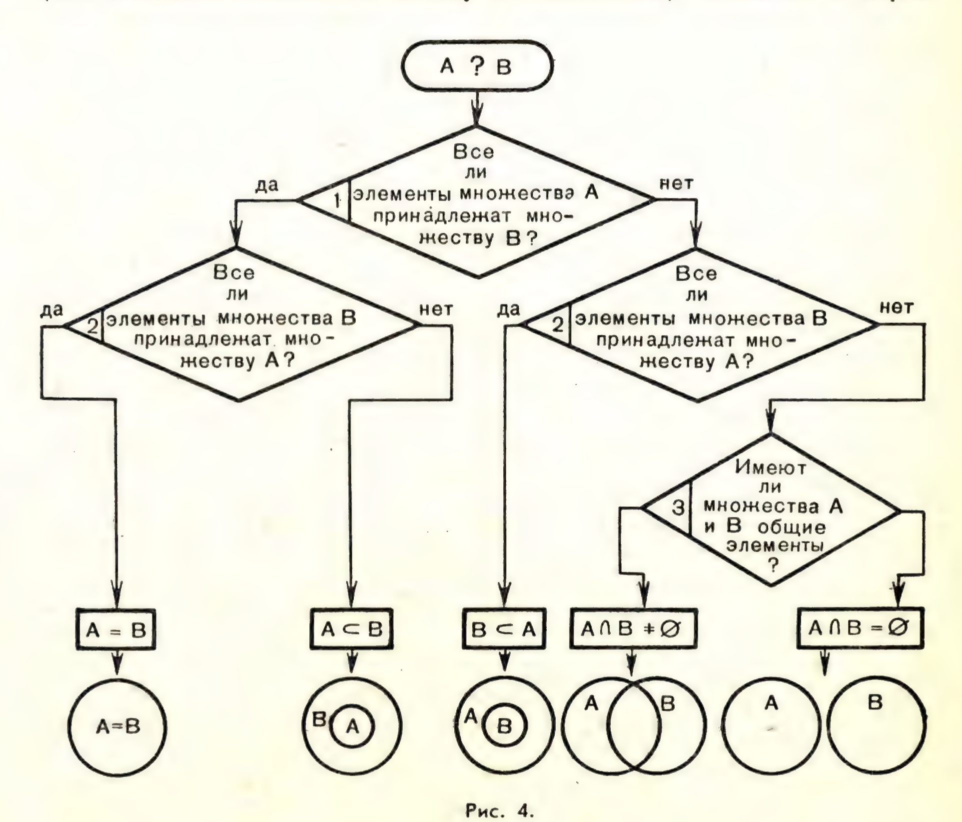


Рис. 4.

дошкольниками с целью выявления отношений между множествами окружающих нас предметов. Например, вопрос «Все ли березы — деревья?» получает ответ «да», а вопрос «Все ли деревья — березы?» — ответ «нет» (нужно добиваться обоснования этого ответа: «Имеются и другие деревья, не являющиеся березами, например дубы, тополя, липы, сосны...»). Этими вопросами и выявляется отношение включения между множествами берез и деревьев (разумеется, термином «включение» при этом не пользуются). Другой пример: «Все ли автомашины красные?» (Нет.) «Все ли красные предметы — автомашины?» (Нет, есть красные флаги, цветы и другие предметы красного цвета.) «Но имеются ли красные автомашины?» (Да.) Этими вопросами выявляется отношение пересечения между множествами красных предметов и автомашин.

Выявление правильных отношений между множествами окружающих нас предметов — составная часть формирования и развития представлений дошкольников об окружающем мире. Выработка у дошкольников простейших представлений классификации окружающих предметов является основой для формирования в дальнейшем математического мышления, связанного с моделированием и исследованием различных математических конструкций, способствует повышению алгоритмической культуры учащихся.

Глава IV. ОТНОШЕНИЯ

§ 1. Декартово произведение множеств

В работе с детьми часто возникает необходимость образовывать пары: строить детей парами для перехода улицы, составлять пары из кукол и игрушек, строить слоги из пар букв и т. п.

Под **парой** будем понимать **упорядоченную пару** элементов, т. е. два элемента, расположенных в определенном порядке. Элемент, занимающий первое место, называется **первым** элементом пары, элемент, занимающий второе место,— **вторым** элементом пары. Для обозначения пары применяют обычно круглые скобки. Символ (a, b) обозначает пару с первым элементом a и вторым элементом b.

Две пары считаются равными (совпадающими), если их соответствующие элементы равны, т. е. $(a_1, b_1)=(a_2, b_2)$ тогда и только тогда, когда $a_1=a_2$ и $b_1=b_2$.

Элементы пары могут оказаться равными, т. е. допускаются пары типа (a, a).

Если $a \neq b$, то, исходя из определения равенства пар, получаем $(a, b) \neq (b, a)$, т. е. две пары, отличающиеся только порядком элементов, различны (в то время как для двухэлементных множеств имеем $\{a, b\}=\{b, a\}$).

Если рассматривать пары чисел (x, y), то каждой такой паре соответствует **точно одна** (одна и только одна) точка пло-

скости при заданной системе координат — точка с координатами x и y. Если при этом $x \neq y$, то (x, y) и (y, x) — различные точки (рис. 5).

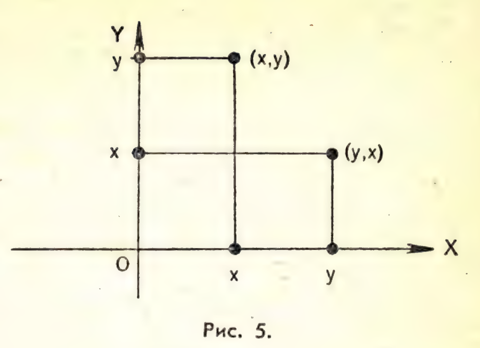


Рис. 5.

Рассмотрим таблицы I и II «открытых» и «закрытых» слогов. По существу мы имеем здесь два множества букв: множество согласных С={м, н, п, р} и множество гласных Г={а, е, о, у}.

Таблица I

	а	е	о	у
м	ма	ме	мо	му
н	на	не	но	ну
п	па	пе	по	пу
р	ра	ре	ро	ру

Таблица II

	м	н	п	р
а	ам	ан	ап	ар
е	ем	ен	еп	ер
о	ом	он	ен	ор
у	ум	ун	уп	ур

В таблице I выписаны всевозможные пары, первые элементы которых принадлежат множеству С, а вторые — множеству Г. В таблице II выписаны всевозможные пары, первые элементы которых принадлежат множеству Г, а вторые — множеству С.

В первом случае множество пар называется **декартовым произведением** множества С на множество Г (С×Г), во втором — декартовым произведением множества Г на множество С (Г×С).

Дадим теперь общее определение декартового произведения двух множеств: *декартовым*[1] *произведением* $A \times B$ *множества* A *на множество* B *называется множество всевозможных пар, первые элементы которых принадлежат* A*, а вторые —* B*, т. е.*

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ и } y \in B\}.$$

Множество $A \times B$ распознается по тому, что его элементами являются пары элементов двух других множеств (A и B).

Если $B = A$, то $A \times B = A \times A = \{(x, y) \mid x \in A \text{ и } y \in A\}$, т. е. $A \times A$ — множество всевозможных пар элементов из множества A. Это множество пар обозначается также символом A^2.

§ 2. Бинарные отношения

Под бинарным отношением понимают отношение между двумя предметами. Дальше, говоря «отношение», будем иметь в виду бинарное отношение. Выясним, что интуитивно понимают под отношением и как это понятие можно описать математически.

[1] По имени французского философа и математика Рене Декарта (1596—1650).

Из курса школьной математики известны многочисленные примеры отношений:

— между числами: «равно», «неравно», «меньше», «больше», «не меньше», «не больше», «делит», «делится на»;

— между точками прямой: «предшествует», «следует за»;

— между прямыми: «параллельны», «пересекаются», «перпендикулярны», «скрещиваются»;

— между прямой и плоскостью: «параллельны», «пересекаются», «перпендикулярны»;

— между плоскостями: «параллельны», «пересекаются», «перпендикулярны»;

— между геометрическими фигурами: «равно», «подобно» и др.

Это, разумеется, далеко не полный перечень встречающихся в школьной математике отношений.

Примеры бинарных отношений встречаются не только в математике, но и всюду в жизни, вокруг нас. Родственные и другие отношения между людьми (быть отцом, дедушкой, матерью, бабушкой, братом, сестрой, другом, ровесником, старше, моложе, выше, ниже и др.) выступают как бинарные отношения. Отношения между событиями во времени (раньше, позже, одновременно), между предметами по их расположению в пространстве (выше, ниже, левее, правее, севернее, южнее и др.) также выступают как бинарные отношения.

Проанализируем складывающееся на базе опыта интуитивное понятие отношения. Прежде всего рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Возьмем отношение

P: «город x стоит на берегу реки y».

Всегда, когда говорим о каком-то отношении, мы имеем в виду множества предметов, между которыми установлено это отношение. В нашем примере имеется в виду некоторое множество A городов и некоторое множество B рек.

Пусть $A=${Астрахань, Волгоград, Киев, Минск, Могилев, Москва, Ростов, Ульяновск} и $B=${Волга, Днепр, Дон, Москва-река}.

Рассматриваемое отношение может быть задано следующей таблицей истинности:

A	B			
	Волга	Днепр	Дон	Москва-река
Астрахань	И	Л	Л	Л
Волгоград	И	Л	Л	Л
Киев	Л	И	Л	Л
Минск	Л	Л	Л	Л
Могилев	Л	И	Л	Л

Продолжение

A	*B*			
	Волга	Днепр	Дон	Москва-река
Москва	Л	Л	Л	И
Ростов	Л	Л	И	Л
Ульяновск	И	Л	Л	Л

В приведенной таблице буква И (истинно) поставлена в тех клетках, которые соответствуют парам (город, река,) находящимся в заданном отношении, т. е. если в предложении «город x стоит на берегу реки y» вместо x и y подставить имена соответствующих городов и рек, получим истинные высказывания («Астрахань стоит на берегу Волги», «Волгоград стоит на берегу Волги», «Киев стоит на берегу Днепра» и т. д.). Буква Л (ложно) стоит в тех клетках, которые соответствуют парам (город, река), не находящимся в данном отношении. Например, «Минск стоит на берегу Волги», «Могилев стоит на берегу Дона» и др.— ложные высказывания.

Эта таблица дает ответ на вопрос: какой город из множества A стоит на берегу какой реки из множества B? Ответ можно записать и в виде множества пар:

{(Астрахань, Волга), (Волгоград, Волга), (Киев, Днепр), (Могилев, Днепр), (Москва, Москва-река), (Ростов, Дон), (Ульяновск, Волга)}.

Сколько всего возможно пар вида (город, река), т. е. элементов декартова произведения $A \times B$ в данном примере? В таблице всего клеток (или пар) 32. Таким образом, рассматриваемое отношение может быть задано с помощью множества из 7 пар, представляющего собой подмножество декартова произведения $A \times B$.

Пример 2. Рассмотрим отношение «меньше» в множестве $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Это отношение можно выразить предложением с двумя переменными (говорят в таких случаях двуместным предикатом): «x меньше y», или в принятых обозначениях «$x < y$», где $x \in A$ и $y \in A$, т. е. обе переменные принимают значения из множества A (если сравнить с примером 1, можно сказать, что здесь $B = A$).

Это отношение можно задать с помощью следующей истинностной таблицы:

x	*y*			
	1	2	3	4
1	Л	И	И	И
2	Л	Л	И	И
3	Л	Л	Л	И
4	Л	Л	Л	Л

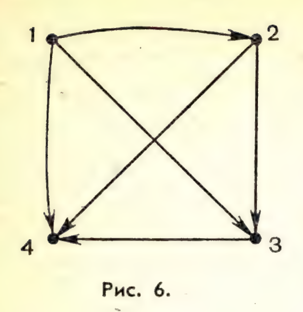


Рис. 6.

или соответствующего множества пар

$$\{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\},$$

представляющего собой подмножество декартового произведения $A \times A$, или A^2.

Данное отношение можно задать и более наглядным способом — с помощью фигуры, называемой **ориентированным графом**, состоящей из точек, **вершин** графа и стрелок, **ребер** графа.

На рисунке 6 изображен граф, задающий отношение «меньше» в множестве A; элементы множества A изображены вершинами графа, а стрелка исходит из вершины a и направлена к вершине b, если предложение $a < b$ истинно.

Рассмотренные примеры 1 и 2 показывают, что всегда, когда речь идет о некотором отношении, имеются в виду два множества A и B (эти множества могут, в частности, совпадать, как в примере 2, т. е. возможно, что $B = A$) и при этом некоторые элементы множества A находятся в данном отношении с некоторыми элементами множества B или того же множества A. Таким образом, всякое отношение между элементами множеств A и B (или между элементами множества A) порождает множество пар, первые компоненты которых принадлежат A, вторые B (или тоже A), т. е. порождает подмножество $A \times B$ (или $A \times A$), причем такое, что элементы каждой пары и только они находятся в данном отношении.

Как видно из проведенного анализа интуитивного понятия отношения, всякое отношение между элементами двух множеств A и B полностью характеризуется тремя множествами: A и B, между элементами которых установлено отношение, некоторым множеством пар P — подмножеством $A \times B$, т. е. декартовым произведением. Один из путей определения математического понятия отношения и состоит в отождествлении этого понятия с указанной тройкой множеств. Если же определяют отношение вообще, без указания, между элементами каких множеств оно установлено, то обычно отождествляют его с множеством пар P.

Отношением между элементами непустых множеств A и B называется тройка множеств

$$p = (P, A, B), \text{ где } P \subseteq A \times B.$$

Множество пар P называется **графиком** отношения p.

Об элементах пары (x, y), принадлежащей графику P, говорят, что они **находятся в отношении** p, и записывают это так: «xpy».

Таким образом, записи «$(x, y) \in P$» и «xpy» равносильны.

Если $B=A$, то $p=(P, A, A)$ называется отношением между элементами множества A. Так, в примере 2 мы имели отношение «меньше» между элементами множества $A=\{1, 2, 3, 4\}$.

§ 3. Свойства отношений

1. Рассмотрим еще один пример отношения.

Если $A=\{1, 2, 3, 4\}$ и $P=\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (4, 4)\}$, то $p=(P, A, A)$ представляет собой отношение «делит» между элементами множества A. Оно представлено графом на рисунке 7.

Это отношение обладает таким свойством: каждый элемент множества A находится в этом отношении с самим собой, все пары типа (x, x) — $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 4)$ — принадлежат графику этого отношения. Это свойство отражается в графе (рис. 7) тем, что в каждой вершине графа имеется петля, указывающая на то, что каждая точка находится в этом отношении сама с собой. Отношение же «меньше» (рис. 6) не обладает этим свойством, более того, ни один элемент множества не находится в этом отношении «меньше» с самим собой (ни одно число не меньше самого себя). Ни в одной вершине этих графов нет петли.

Свойство отношения $p=(P, A, A)$, состоящее в том, что xpx для всякой пары $(x, x)\in A^2$ (или для всякого $x\in A$) называется рефлексивностью, а отношение p, обладающее этим свойством,— рефлексивным.

Свойство отношения $p=(P, A, A)$, состоящее в том, что $x\overline{p}x$ («x не находится в отношении $\overline{p}$ (x, x)») для всякой пары $(x, x)\in A^2$ (или для всякого $x\in A$) называется антирефлексивностью, а отношение p, обладающее этим свойством,— антирефлексивным[1].

Граф рефлексивного отношения характеризуется тем, что в каждой вершине имеется петля; граф антирефлексивного отношения — тем, что ни в одной вершине нет петли, а граф отношения, не являющегося ни рефлексивным, ни антирефлексивным, может иметь в некоторых вершинах петли, в других — нет.

Среди перечисленных в § 2 отношений рефлексивными являются: «равно», «не меньше», «не больше», «делит», «делится на», «равенство и подобие фигур»; антирефлексивными являются отношения: «неравно», «меньше», «больше» между числами, «предшествует», «следует за» между точками прямой. Отношение «быть ровесником» между людьми является рефлексивным, отношение же «быть отцом», «быть матерью», «быть братом», «быть сестрой», «выше», «старше», «моложе» — антирефлексивными. Отношение «быть другом» не является ни рефлексивным, ни антирефлексивным (бывают случаи, когда человек сам себе друг, и случаи, когда человек сам себе недруг).

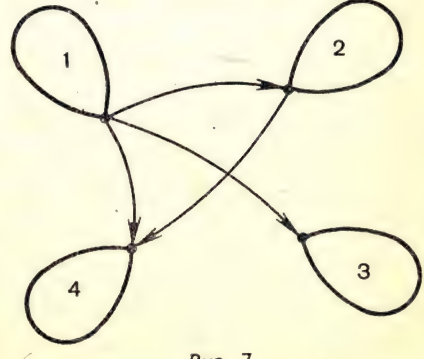


Рис. 7.

[1] Предложение «$x\overline{p}x$» можно записать и в виде отрицания «xpx» (неверно, что x находится в отношении p с самим собой).

2. Если $a=b$, то $b=a$, т. е. если пара (a, b) находится в отношении «равно», то и пара (b, a) находится в этом отношении.

Аналогичным свойством обладает и отношение «быть ровесником»: если x ровесник y, то y ровесник x.

Если $a<b$, то $\neg b<a$, т. е. если пара (a, b) находится в отношении «меньше» то пара (b, a) не находится в этом отношении.

Аналогично и отношение «старше»: если x старше y , то неверно, что y старше x.

Отношение «не больше» (меньше или равно: $\leqslant$) обладает таким свойством: если $x\leqslant y$ и $y\leqslant x$, то $x=y$.

Свойство отношения $p=(P, A, A)$, состоящее в том, что из xpy следует ypx для любой пары $(x, y)\in A^2$, называется симметричностью, а отношение p, обладающее этим свойством,— симметричным.

Свойство отношения p, состоящее в том, что из xpy следует $\neg ypx$ для любой пары $(x, y)\in A^2$, называется асимметричностью, а отношение p, обладающее этим свойством,— асимметричным. Свойство отношения p, состоящее в том, что из xpy и ypx следует $x=y$ для любой пары $(x, y)\in A^2$, называется антисимметричностью, а отношение p, обладающее этим свойством,— антисимметричным.

Граф симметричного отношения характеризуется тем, что любые две его вершины либо не связаны стрелкой, либо связаны двумя противоположно направленными стрелками; граф асимметричного (или антисимметричного) отношения — тем, что любые две его различные вершины связаны не более чем одной стрелкой.

3. Несложно установить истинность следующих утверждений:
если $x<y$ и $y<z$, то $x<z$;
если $x=y$ и $y=z$, то $x=z$;
если x ровесник y и y ровесник z, то x ровесник z;
если x старше y и y старше z, то x старше z;
если $a\|b$ и $b\|c$, то $a\|c$.
однако если x — отец y и y — отец z, то x не есть отец z (а дедушка); если x — друг y и y — друг z, то вообще не известно, является ли x другом z.

Свойство отношения $p=(P, A, A)$, состоящее в том, что из xpy и ypz слеует xpz для любых $x, y, z\in A$, называется транзитивностью, а отношение p, обладающее этим свойством,— транзитивным.

Свойство отношения p, состоящее в том, что

из xpy и ypz следует $\neg xpz$

для любых $x, y, z\in A$, называется антитранзитивностью, а отношение p, обладающее этим свойством,— антитранзитивным.

Так, отношения «меньше», «равно», «быть ровесником», «старше», «параллельно» являются транзитивными. Отношение «быть отцом» является антитранзитивным, а отношение «быть другом» не является ни транзитивным, ни антитранзитивным.

§ 4. Отношение эквивалентности

Выделим теперь класс отношений, играющих особую роль в разбиении множеств предметов на классы, т. е. в классификации множеств.

Среди рассмотренных выше примеров отношений имеются такие, которые являются рефлексивными, симметричными и транзитивными одновременно. К ним относятся отношения равенства чисел и геометрических фигур, подобия фигур, «быть ровесником».

Эти и другие подобные им, т. е. обладающие такими же свойствами, отношения принадлежат важному классу отношений эквивалентности, находящих широкое применение и использование, в том числе в курсе математики общеобразовательной школы.

Всякое рефлексивное, симметричное и транзитивное отношение, установленное в некотором множестве A, называется отношением эквивалентности.

Если между элементами некоторого множества введено или установлено отношение эквивалентности, то этим самым порождается разбиение данного множества на классы таким образом, что любые два элемента, принадлежащие одному классу разбиения, находятся в данном отношении (иначе: эквивалентны по этому отношению), любые же два элемента, принадлежащие различным классам, не находятся в этом отношении (иначе: не эквивалентны по этому отношению). Такое разбиение множества на классы обычно называют разбиением множества на классы эквивалентности.

Разбиение множества блоков (или фигур) на классы эквивалентности можно смоделировать с помощью следующей игры с тремя обручами.

В множестве всех блоков введем отношение «иметь один цвет» (или «быть одного цвета»). Нетрудно убедиться в том, что это отношение является отношением эквивалентности, т. е. рефлексивным, симметричным и транзитивным. Этому соответствует задание: «Расположите блоки так, чтобы все блоки одного цвета оказались вместе». Например, имея три обруча: красный, синий и желтый (рис. 8), можно потребовать, чтобы все красные блоки были расположены внутри красного обруча, все синие — внутри синего, а все желтые — внутри желтого.

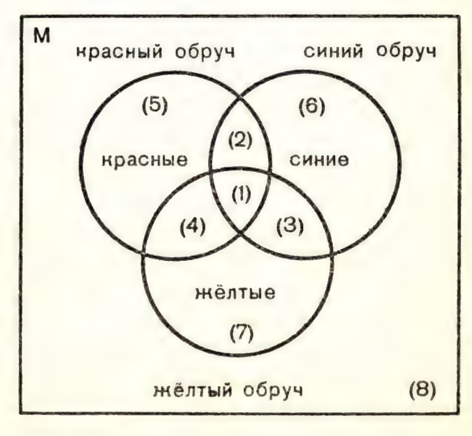


Рис. 8.

Решение этой задачи в процессе игры приводит к разбиению множества всех блоков на

классы эквивалентности по отношению «быть одного цвета» (области (1), (2), (3), (4) оказываются пустыми, так как нет трехцветного или двухцветного блока, область (8) пуста, так как блоков другого цвета, кроме красного, синего или желтого, нет). Нетрудно убедиться в том, что удовлетворяются условия 1) —3) правильного разбиения (глава III, § 6): 1) ни один из классов (красных, синих, желтых) блоков не пуст; 2) эти классы попарно не пересекаются и 3) их объединение равно множеству M всех блоков.

Таким же путем, т. е. с помощью отношения «быть одного цвета», формируется и само представление о цвете как о классе, объединяющем все предметы одного цвета, скажем, все красные предметы.

Аналогично формируется и представление об определенной форме предметов. С помощью отношения «иметь одну форму» мы получаем разбиение всех блоков (или фигур) на четыре класса эквивалентности такое, что любые два блока (или две фигуры), принадлежащие одному классу, обладают одной и той же формой, любые же два блока (или две фигуры) различных классов обладают различной формой. Сама ф о р м а выступает здесь как класс эквивалентности. Так, впоследствии, например, формируются представления о круге, квадрате, треугольнике, прямоугольнике и других геометрических фигурах как на плоскости, так и в пространстве.

Эти примеры показывают, с одной стороны, что отношения эквивалентности являются базой для формирования новых понятий и для классифицирующей деятельности, с другой стороны, что рассмотренные выше (глава III) дидактические игры с обручами обучают этой деятельности.

§ 5. Отношение порядка

Среди рассмотренных выше (§ 2) примеров отношений имеются такие, как «меньше», «больше» между числами, «предшествует», «следует за» между точками прямой; «старше», «моложе» между людьми. Эти отношения являются антирефлексивными, асимметричными и транзитивными.

Эти и подобные им, т. е. обладающие такими же свойствами, отношения принадлежат другому важному классу отношений, также находящих широкое применение, их называют о т н о ш е н и я м и п о р я д к а.

Всякое антирефлексивное, асимметричное и транзитивное отношение в некотором множестве A называется отношением порядка.

Иногда такое отношение называют отношением строгого порядка, чтобы отличить его от отношения нестрогого порядка, являющегося рефлексивным, антисимметричным и транзитивным.

Обратимся еще раз к примеру 2 (§ 2) отношения «меньше» в множестве $A=\{1, 2, 3, 4\}$.

Тот факт, что главная диагональ истинностной таблицы (идущая

от левого верхнего угла к правому нижнему) содержит одни только Л, или ни одна вершина графа (рис. 6) не имеет петли, отражает свойство антирефлексивности отношения «меньше».

Если в одной клетке таблицы стоит И, то в симметричной ей относительно главной диагонали клетке стоит Л, или если от одной вершины графа к другой проведена стрелка, то от второй к первой стрелки нет. В этом отражается свойство асимметричности отношения «меньше».

Более того, легко заметить, что любая клетка таблицы заполнена (буквой И или Л), или любые две вершины графа соединены стрелкой. Это означает, что для любой пары $(x, y) \in A^2$ различных чисел $(x \neq y)$ либо $x < y$, либо $y < x$. В таком случае говорят , что множество A упорядочено отношением «меньше» и записывается так, что на первом месте располагается имя элемента, который меньше всех остальных, на втором — имя элемента, меньшего остальных, кроме первого и т. д., т. е.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}.$$

Таким же отношением «меньше» упорядочивается и множество всех натуральных чисел $N = \{1, 2, 3, ...\}$, к изучению которого мы перейдем в следующей главе.

Исходя из такого интуитивного понимания упорядочивания множества с помощью отношения порядка, приходим к следующему определению упорядоченного множества.

Множество A называется упорядоченным, если введено отношение порядка $p = (P, A, A)$ и для любой пары $(x, y) \in A^2$, если $x \neq y$, то xpy или ypx (т. е. любые два различных элемента множества A находятся в данном отношении порядка P).

В этом случае говорят также, что множество A упорядочено отношением порядка p.

Так, например, когда говорят «натуральный ряд чисел», имеют в виду множество $\boldsymbol{N}$ всех натуральных чисел, упорядоченное отношением порядка «меньше», т. е. $\boldsymbol{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$.

Глава V. ЧИСЛА

§ 1. Возникновение понятия натурального числа

Теоретические основы формирования элементарных математических представлений у дошкольников включают детальное изучение лишь системы натуральных чисел. Поэтому, говоря здесь «числа», мы имеем в виду натуральные числа.

К построению математических моделей явлений, основанному на отвлечении от всех свойств предметов, кроме их количественных отношений и пространственных форм, человечество прибегало с первых шагов изучения окружающего мира. Одним из первых достижений на этом пути было возникновение и формирование понятия н а т у р а л ь н о г о ч и с л а. Оно появилось, по-видимому, на

довольно позднем этапе развития мышления, поскольку предполагает уже способность к созданию и оперированию абстрактными понятиями.

В процессе практической деятельности люди пришли к абстрагированию такого общего свойства конечных множеств, каким является их *численность*. Чтобы усмотреть нечто общее между множеством, состоящим из шести рыб, и множеством, состоящим из шести звезд, нужна уже высокая степень умения абстрагироваться от второстепенного, умение выделять главное. Этнографы нашли племена, в языках которых существует много видов числительных: числительные для множеств живых существ отличаются от числительных для множеств плодов, орудий охоты и т. д. Однако на ранней стадии развития люди еще не могли достигать в рассуждениях достаточной степени общности и уровень абстрагирования еще не позволял формулировать общие свойства предметов, каким является натуральное число, и тем более вводить для его обозначения специальные символы.

Процесс формирования понятия числа был сложным и длительным. На самом раннем этапе устанавливалась равночисленность различных множеств, общее же свойство равночисленных множеств еще не отделялось от конкретной природы сравниваемых множеств. Например, знали, что два рыболова поймали поровну рыб, но не выражали этого каким-либо числом. В дальнейшем практика экономических и социальных взаимоотношений привела к необходимости выражать численность одних множеств уже через численность других множеств, т. е. общее свойство равночисленности стало осознаваться как нечто отличное от конкретной природы самого множества, его элементов. Однако в качестве эталонов выступают еще различные множества, состоящие из подручных предметов — эквивалентов равночисленности множеств предметов. Еще позже определенное множество, например пальцы на руках и ногах, начинают выступать в качестве своеобразного единственного эталона количества, что позволило выделить общее свойство численности, отличное от всех особенных свойств множеств. Впоследствии общее свойство всех равночисленных множеств абстрагируется от самих множеств и выступает в «чистом виде», т. е. как абстрактное понятие натурального числа. Далее в качестве эталона численности уже выступают сами натуральные числа, когда люди говорят не «рука яблок», а «пять яблок» (интересно, что в слове «пять» сохранилось воспоминание о «пясти» т. е. о ладони). И наконец, происходит отвлечение от реально существующих ограничений счета и возникает понятие о сколь угодно больших числах, о больших натуральных числах. Возникает абстракция бесконечного множества натуральных чисел. Объектом научного анализа становятся свойства элементов самого этого множества, в отвлечении от тех предметов, счет которых привел к созданию понятия числа. Возникает теория, описывающая систему чисел с ее свойствами и закономерностями.

Понятие числа, возникшее как математическая модель исчисления предметов, само становится основой для построения новых математических моделей. Хотя свойства чисел раскрываются в отношениях одних чисел к другим, но не в отношениях этих чисел к реальному миру, каждое свойство натуральных чисел допускает конкретную реализацию в виде свойства совокупностей реальных объектов. Это связано с тем, что свойства и отношения в множестве натуральных чисел являются отвлеченными образами свойств и отношений множеств, состоящих из конкретных предметов.

Как будет показано дальше (глава XI), процесс формирования представлений дошкольников о числе в известном смысле в общих чертах повторяет основные этапы исторического развития этого понятия.

В математике известны различные способы построения теории натуральных чисел. Мы рассмотрим лишь основные идеи двух теорий натуральных чисел, количественной и порядковой, находящие отражение в формировании представлений о числе, счете и арифметических операциях.

§ 2. Основные идеи количественной теории натуральных чисел

В количественной теории натуральное число с самого начала воспринимается как число элементов (мощность, численность) конечного множества.

Что такое конечное множество? Для разъяснения одного из возможных определений воспользуемся интуитивными представлениями бесконечного и конечного множества, в частности о натуральном ряде

$$1, 2, 3, \ldots$$

в качестве образца бесконечного множества и его правильной части (подмножества) четных чисел

$$2, 4, 6, \ldots .$$

Вопрос «Каких чисел больше: всех натуральных или всех четных?» кажется тривиальным, а правильный ответ парадоксальным.

Действительно, можно установить взаимно однозначное соответствие между элементами этих двух множеств:

$$\begin{array}{ccccc} 1, & 2, & 3, & \ldots, & n, \ldots \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & & \updownarrow \\ 2, & 4, & 6, & \ldots, & 2n, \ldots \end{array}$$

откуда интуитивно ясно, что четных чисел ровно столько, сколько и всех натуральных чисел.

Парадоксальность этого результата связана с тем, что такое соответствие возможно лишь в случае бесконечного множества.

Если же взять какое-нибудь конечное множество, то не удастся установить взаимно однозначное соответствие между всем множеством и какой-нибудь его (правильной, т. е. не совпадающей со всем множеством) частью.

Это, как правило, является определяющей характеристикой конечного множества.

Таким образом можно определить конечное множество: *множество A называется конечным, если нельзя установить взаимно однозначное соответствие между всем этим множеством и какой-нибудь его правильной частью.*

Рассмотрим теперь всевозможные конечные множества (говорят «класс или семейство множеств») и установим для них отношение эквивалентности следующим образом: два множества A и B будем называть э к в и в а л е н т н ы м и (обозначается это через $A \sim B$), если между элементами этих множеств можно установить взаимно однозначное соответствие.

Установленное таким образом отношение множеств является отношением типа эквивалентности, т. е. рефлексивно, симметрично и транзитивно: для любых множеств A, B, C:

а) $A \sim A$; б) если $A \sim B$, то $B \sim A$; в) если $A \sim B$ и $B \sim C$, то $A \sim C$.

Поэтому введенное отношение порождает разбиение данного семейства множеств на классы эквивалентности так, что любые два множества одного класса эквивалентны, а любые два множества различных классов неэквивалентны.

Эквивалентные множества не совпадают полностью, всеми своими свойствами: множество пальцев человеческой руки и множество, состоящее из пяти столов, различные, но эквивалентные множества.

Каждый класс эквивалентности характеризуется мощностью, т. е. любые два множества одного класса равномощны (имеют одинаковую мощность). Так как мы имеем дело лишь с конечными множествами, то равномощность означает равночисленность. Мощность или класс равночисленных конечных множеств и называют н а т у р а л ь н ы м ч и с л о м.

Таким образом, каждому конечному множеству A приписывают в качестве характеристики натуральное число $m(A)$, определяющее его принадлежность определенному классу эквивалентности. При этом множествам, принадлежащим одному классу эквивалентности, приписывается одно и то же натуральное число:

$$\text{если } A \sim B, \quad \text{то} \quad m(A) = m(B),$$

множествам, принадлежащим различным классам эквивалентности,— различные натуральные числа:

$$\text{если } A \nsim B, \quad \text{то} \quad m(A) \neq m(B).$$

Так как A и B — конечные множества, то натуральные числа $m(A)$ и $m(B)$ обозначают числа элементов (численность) этих множеств.

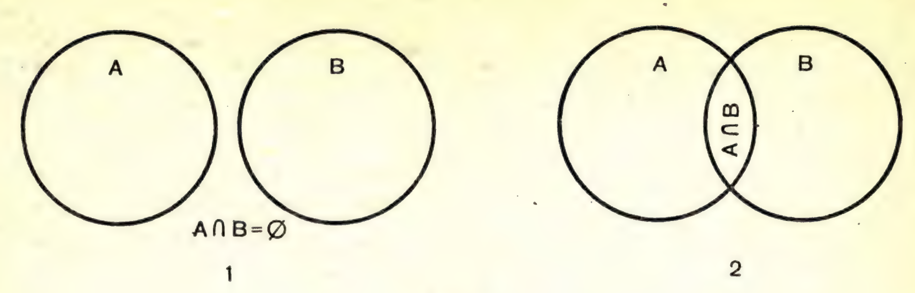


Рис. 9.

В основе такой концепции натурального числа лежит абстракция отождествления: отношение эквивалентности множеств отождествляет множества, принадлежащие одному классу эквивалентности по их численности.

В результате этого отождествления от множеств, принадлежащих одному классу эквивалентности, абстрагируется их общее свойство, характеризующее этот класс, в виде самостоятельного понятия — натурального числа.

Название «количественная теория» связано с тем, что в этой теории натуральное число обозначает количество элементов множества.

Достоинством этого подхода является естественное, отражающее основной круг практических применений сложение, вычитание и умножение натуральных чисел.

I. Если $A\cap B=\varnothing$, то $m(A\cup B)=m(A)+m(B)$, (1)

т. е. если A и B — конечные непересекающиеся множества, то число элементов объединения этих множеств равно сумме чисел их элементов (см. рис. 9, *1*). Сложение чисел абстрагируется от объединения множеств, что и используется в обучении детей дошкольного возраста.

Если же множества A и B пересекающиеся, т. е. $A\cap B\neq\varnothing$ (рис. 9, *2*), то нетрудно заметить, что

$$m(A\cup B)=m(A)+m(B)-m(A\cap B), \quad (2)$$

так как в сумме $m(A)+m(B)$ число элементов пересечения $m(A\cap B)$ учитывается дважды: один раз в числе $m(A)$, второй раз в числе $m(B)$.

Равенство (1), если читать его справа налево, может служить определением суммы двух натуральных чисел:

суммой натуральных чисел a и b называется число $a+b=$ $=m(A\cup B)$, где A и B — произвольные конечные множества такие, что $m(A)=a$, $m(B)=b$ и $A\cap B=\varnothing$. (3)

II. Пусть теперь A и B — два произвольных конечных множества, причем $B\subseteq A$ (рис. 10).

Разность множеств A и B, обозначаемая $A\setminus B$, есть множество,

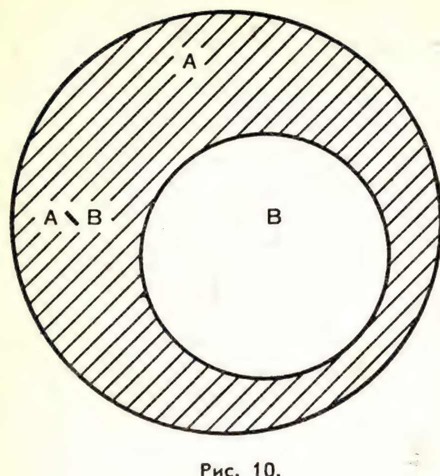


Рис. 10.

состоящее из всех элементов A, не принадлежащих B, т. е.

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\},$$

где $A \setminus B$ — заштрихованное множество на рисунке 10.

Интуитивно ясно, что

$$m(A \setminus B) = m(A) - m(B). \quad (4)$$

Равенство (4), если читать его справа налево, служит основой для определения разности двух натуральных чисел: разность двух натуральных чисел a и b, где $a \geqslant b$ определяется равенством $a - b = m(A \setminus B)$, где A и B — произвольные конечные множества, удовлетворяющие условиям

$$m(A) = a, \ m(B) = b \text{ и } B \subseteq A. \quad (5)$$

III. Выше (глава IV, § 2) мы видели на примерах, что число элементов декартового произведения $A \times B$ двух конечных множеств A и B можно сосчитать как число клеток соответствующей таблицы пар. Так, в примере I число элементов множества A (городов) — 8, а число элементов множества B (рек) — 4, а следовательно, множество всевозможных пар (город, река), т. е. элементов $A \times B$ или клеток таблицы,— 32.

Известно, например, что поля шахматной доски обозначаются парами элементов двух множеств $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ и $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, т. е. каждое поле можно рассматривать как элемент декартового произведения $A \times B$ и, так как $m(A) = 8$, и $m(B) = 8$, то $m(A \times B) = 64$, т. е. $m(A)\ m(B)$.

Обобщая эти конкретные случаи, получаем:

$$m(A \times B) = m(A)\ m(B). \quad (6)$$

Равенство (6) может служить определением произведения двух натуральных чисел:

$$a \cdot b = m(A \times B),$$

где A и B — произвольные множества, удовлетворяющие условиям $m(A) = a$ и $m(B) = b$.

Из данного определения можно получить другое, сводящее умножение к сложению одинаковых слагаемых. Достаточно считать клетки таблицы или пары, расположенные в прямоугольной таблице, рядами. В каждом ряду $m(A)$ клеток, а рядов столько, сколько элементов в множестве B, т. е. $m(B)$. Значит, всего клеток

$$\underbrace{m(A) + m(A) + \ldots + m(A)}_{m(B)}, \text{ или } \underbrace{a + a + \ldots + a}_{b},$$

и эта сумма равна $m(A \times B)$. Но согласно приведенному выше определению $m(A \times B) = ab$. Следовательно,

$$ab = \underbrace{a + a + \ldots + a}_{b}$$

Если применить этот способ образования или подсчета пар к приведенному выше примеру именования полей шахматной доски, то получим:

$$m(B) \left\{ \begin{array}{l} a1,\ b1,\ c1,\ d1,\ e1,\ f1,\ g1,\ h1,\ m(A) \\ a2,\ b2,\ c2,\ d2,\ e2,\ f2,\ g2,\ h2,\ m(A) \\ \\ a8,\ b8,\ c8,\ d8,\ e8,\ f8,\ g8,\ h8,\ m(A) \end{array} \right.$$

т. е. $m(A \times B) = \underbrace{m(A) + m(A) + \ldots + m(A)}_{m(B)} = m(A)\, m(B).$

Далее мы обратимся еще раз к описанной выше концепции натурального числа, когда будет возможность сравнить ее с другой, разработанной в математике порядковой теорией натуральных чисел с целью выяснения наиболее приемлемой и целесообразной методики обучения.

§ 3. Основные идеи порядковой теории натуральных чисел

В конце XIX в. была построена порядковая теория натуральных чисел, которая обычно связывается с именем итальянского математика Джузеппе Пеано (1858—1932), построившего эту теорию на аксиоматической основе.

Весьма развитый в математике аксиоматический подход к построению теорий состоит в следующем: а) выделяются некоторые исходные, неопределяемые через другие понятия; все остальные понятия теории определяются через ранее уже определенные; б) выделяются некоторые исходные предложения или аксиомы, истинность которых принимается без доказательства; все остальные предложения теории — теоремы — логически выводятся или доказываются с использованием введенных понятий, ранее доказанных фактов, теорем.

Отметим, что аксиоматический подход применяется для построения теории, о которой уже имеются определенные, сформированные интуитивные представления. Иначе говоря, осуществляется аксиоматизация уже имеющейся «предматематической теории».

Подход к построению теории натуральных чисел, берущий начало от Пеано, представляет собой определенный способ математизации интуитивного представления о натуральном ряде.

Математизация этого интуитивного понятия приводит к определению натурального ряда как некоторой структуры ($\boldsymbol{N}$, 1, $'$),

состоящей из: а) множества $\boldsymbol{N}$, элементы которого называются натуральными числами, б) выделенного в этом множестве элемента, обозначаемого знаком 1 и называемого единицей, и в) определенного в множестве $\boldsymbol{N}$ отношения «непосредственно следует за» (число, непосредственно следующее за числом x, обозначим через x', т. е. если y непосредственно следует за x, то $y=x'$; x' — «сосед справа» для x).

Натуральный ряд обладает следующими интуитивно ясными свойствами (принятыми Пеано в качестве аксиом, характеризующих эту структуру):

I. Единица непосредственно не следует ни за каким натуральным числом, т. е. не является «правым соседом» никакого другого натурального числа, это «первое» натуральное число.

II. Для любого натурального числа существует одно и только одно непосредственно следующее за ним натуральное число, т. е. любое натуральное число имеет только одного «правого соседа».

III. Любое натуральное число непосредственно следует не более чем за одним натуральным числом, т. е. единица не следует ни за каким, всякое другое натуральное число — точно за одним.

Всякое натуральное число, кроме единицы, является «правым соседом» одного и только одного натурального числа, его «левого соседа».

IV. Если какое-нибудь множество M натуральных чисел ($M \subseteq \boldsymbol{N}$) содержит 1 и вместе с некоторым натуральным числом x содержит и натуральное число x', непосредственно следующее за x, то это множество совпадает с множеством всех натуральных чисел ($M=\boldsymbol{N}$).

Предложение IV, хотя по своему содержанию более сложно, чем первые три, также выражает достаточно простое свойство: с помощью последовательного прибавления единицы, начиная с единицы, можно получить все натуральные числа. Всякий раз, когда доходим до некоторого числа x, допускается возможность написания непосредственно следующего за ним числа x'.

Натуральный ряд в описанном представлении мыслится потенциально бесконечным. С этой точки зрения процесс его образования незавершаем, предполагается лишь, что после каждого шага процесса мы располагаем возможностью осуществления следующего шага.

Свойства I—IV характеризуют структуру «натуральный ряд» только с точки зрения отношения $'$, названного «непосредственно следует за». Но это построение можно дополнить свойствами, характеризующими операции сложения и умножения в множестве $\boldsymbol{N}$.

Расширим теперь систему свойств I—IV таким образом, чтобы получить характеристику структуры ($\boldsymbol{N}$, 1, $'$, $+$, $\cdot$).

Знак $+$ обозначает операцию «сложение», сопоставляющую с каждой парой (x, y) натуральных чисел натуральное число $x+y$, называемое их суммой и обладающее следующими свойствами:

V. $x+1=x'$,

т. е. сумма любого натурального числа x с числом 1 равна непосредственно следующему за x числу x'.

VI. $x+y'=(x+y)'$,

т. е. сумма любого числа x с числом y', непосредственно следующим за любым числом y, равна числу, непосредственно следующему за суммой $x+y$.

Знак $\cdot$ обозначает операцию умножения, сопоставляющую с каждой парой (x, y) натуральных чисел натуральное число $x \cdot y$, называемое их произведением и обладающее следующими двумя свойствами:

VII. $x \cdot 1 = x$,

т. е. произведение любого натурального числа x и числа 1 равно числу x (умножение какого-нибудь числа на единицу не меняет это число).

VIII. $x \cdot (y') = (x \cdot y) + x$,

т. е. произведение числа x на число, непосредственно следующее за числом y, равно произведению чисел x и y, сложенному с числом x.

Из свойств I—VIII выводятся все остальные свойства порядка и операций сложения и умножения натуральных чисел.

Покажем в качестве примера, как, исходя из перечисленных свойств, можно получить таблицы сложения и умножения.

Будем исходить из знания того, что непосредственно следующее число за каждым однозначным числом уже получено:

$1'=2$; $2'=3$; $3'=4$; $4'=5$; $5'=6$; $6'=7$; $7'=8$; $8'=9$; $9'=10$.

Исходя из свойства V, получаем таблицу «прибавления единицы»:

Таблица «$+1$»

$$1+1=1'=2;$$
$$2+1=2'=3;$$
$$3+1=3'=4;$$
....
$$9+1=9'=10.$$

Теперь, зная таблицу «$+1$» и используя свойство VI, можем вывести, например, чему равно $2+2$:

$$2+2=2+1'=(2+1)'=3'=4.$$

Аналогично $3+2=3+1'=(3+1)'=4'=5$ и т. д.

Свойства V и VI позволяют вывести всю таблицу сложения (если, разумеется, мы знаем числа, непосредственно следующие за числом в пределах 20, иными словами, если мы «умеем считать» до 20).

В совокупности свойства V и VI составляют так называемое рекурсивное определение сложения (рекурсия — возвращение; чтобы найти сумму $x+y'$, надо возвращаться к сумме $x+y$ и т. д. до $x+1$).

Как видно, в описанном построении теории натуральных чисел

основную роль играет операция (функция) прибавления единицы

$$f(x)=x+1,$$

сопоставляющая с каждым числом x непосредственно следующее за ним число $x+1$ (или x'). Эта идея используется в обучении счету маленьких детей.

Свойства VII—VIII составляют рекурсивное определение умножения.

Интуитивно ясно, что натуральный ряд — упорядоченное множество. Каждое натуральное число меньше непосредственно следующего за ним числа. Часто в обучении детей дается такое обоснование факту, что 3 яблока меньше 5 яблок: «К трем яблокам надо еще добавить 2 яблока, чтобы получить 5 яблок». В этом опыте отражена идея, заложенная в определении отношения «меньше» («$<$») в рамках описанной нами теории:

$x<y$ тогда и только тогда, когда существует число k такое, что $x+k=y$.

Из этого определения следует, что $x<x'$ для любого x, т. е. что всякое натуральное число меньше непосредственно следующего за ним числа.

Действительно, существует такое число $k=1$, что $x+1=x'$.

Определенное таким образом отношение «$<$» является антирефлексивным, асимметричным и транзитивным, т. е. отношением порядка.

Это можно доказать: а) $\neg x<x$ для любого $x\in N$, так как не существует натурального числа k такого, что $x+k=x$; б) $x<y\Rightarrow$ $\Rightarrow \neg y<x$ для любых $x, y\in N$; допустим от противного, что существуют $x, y\in N$ такие, что $x<y$ и $y<x$. Тогда из $x<y$ следует, что существует число k такое, что $x+k=y$, а из $y<x$ — что существует число n такое, что $y+n=x$, откуда $x+k+n=x$, но такого числа $(k+n)$ нет; в) если $x<y$ и $y<z$, то $x<z$. Действительно, из $x<y$ следует, что существует число k такое, что $x+k=y$; из $y<z$ следует, что существует число n такое, что $y+n=z$. Следовательно, $x+k+n=z$. Следовательно, существует число $k+n$ такое, что $x+(k+n)=z$, т. е. $x<z$.

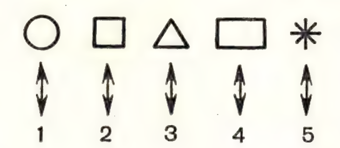
Натуральный ряд упорядочен этим отношением порядка «меньше», т. е. для любых $x, y\in N$, если $x\neq y$, то $x<y$ или $y<x$. *Действительно, если $x\neq y$, то существует число k такое, что $x+k=y$ или $y+k=x$ и только одно из двух, так как либо x «предшествует» y в натуральном ряду, либо наоборот. В первом случае $x<y$, во втором $y<x$.*

Естественно возникает вопрос, как при таком построении теории натуральных чисел осуществляется переход к их применению для обозначения числа элементов конечных множеств.

Прежде всего отметим, что при этом построении само понятие конечного множества определяется с использованием натурального числа.

Рассмотрим сначала конкретный пример.

Пусть имеется множество $A = \{\bigcirc, \square, \triangle, \sqsubset\!\sqsupset, \ast\}$. Будем считать элементы этого множества в том порядке, в котором они указаны. Что же по существу делаем, когда мы считаем? Устанавливаем взаимно однозначное соответствие между множеством A и множеством натуральных чисел $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.



Последнее, самое большое, число 5 этого множества натуральных чисел и обозначает число элементов множества A. Множество M называется отрезком натурального ряда и обозначается символом «[1; 5]», а установленное нами взаимно однозначное соответствие запишется так:

$$A \leftrightarrow [1;\ 5].$$

Обобщим теперь рассмотренную конкретную ситуацию.

Отрезком натурального ряда с последним элементом n (т. е. такой, что число n принадлежит ему, а $n+1$ уже не принадлежит ему) называется множество всех натуральных чисел от 1 до n включительно и обозначается символом «$[1;\ n]$», т. е.

$$[1;\ n] = \{1, 2, 3, \ldots, n\}.$$

Теперь можно дать такое определение конечного множества: *множество A называется конечным, если можно установить взаимно однозначное соответствие между множеством A и некоторым отрезком натурального ряда.*

Если существует взаимно однозначное соответствие

$$A \leftrightarrow [1;\ n],$$

то по определению число элементов множества A равно n, т. е.

$$m(A) = n.$$

Если существует взаимно однозначное соответствие между другим множеством B и тем же отрезком натурального ряда $[1;\ n]$, т. е.

$$B \leftrightarrow [1;\ n],$$

или $m(B) = n$,

то множества A и B равночисленны, или эквивалентны, т. е.

$$A \sim B.$$

Как видно, мы пришли совершенно иным путем к тому же поня-

тию эквивалентных множеств. Действительно, между множествами A и B может быть установлено взаимно однозначное соответствие

$$A \leftrightarrow [1;\ n],\ B \leftrightarrow [1;\ n].$$

Будем, например, считать соответствующими друг другу пары элементов $(a,\ b)$ такие, что $a \in A$, $b \in B$ и обоим элементам (a и b) соответствует одно и то же число $k \in [1;\ n]$.

Сопоставим теперь две теории натуральных чисел — количественную и порядковую — с целью выяснения тех идей, которые лежат в основе обучения счету и формирования первых представлений о натуральных числах у дошкольников.

Сравнивая две теории, можно заметить, что в количественной теории сложение чисел абстрагируется от объединения множеств, а вычитание — от разности множеств более естественно и в соответствии с интуитивными представлениями.

С другой стороны, порядковая теория с выделением отношения «непосредственно следует за» отражает идею постепенного образования натурального ряда, начиная от 1, шаг за шагом, причем каждый шаг состоит в прибавлении 1 к уже полученному числу.

Количественная теория предполагает, что установление эквивалентности множеств предшествует счету, порядковая, наоборот, что натуральные числа, а следовательно, и счет предшествует установлению эквивалентности множеств, что сама эта эквивалентность устанавливается пересчетом элементов двух множеств, т. е. установлением соответствия между элементами двух множеств и отрезками натурального ряда (если эти отрезки совпадают, то множества эквивалентны).

Возможно, что в реальных условиях обучения эти пути пересекаются. По крайней мере неоспорим тот факт, что дети с помощью родителей очень рано усваивают последовательность слов-числительных

один, два, три, четыре, пять...

и их сопоставление с произвольными множествами соответствующей численности. Это, очевидно, оказывается более простой мыслительной операцией, чем непосредственное сопоставление элементов двух произвольных множеств. Дети на собственном опыте убеждаются, что пересчет элементов одного и того же множества, производимый в различном порядке, приводит к одному и тому же результату, к одному и тому же слову из имеющейся последовательности слов. Известны, однако, психологические эксперименты, обнаружившие приоритет сопоставления двух произвольных множеств, хотя нельзя ручаться, что дети еще не имели интуитивных представлений о натуральных числах.

Принятая и описанная далее (часть III) методика формирования представлений о натуральных числах и обучения счету включает в себя идеи, заложенные в обеих теориях.

§ 4. Системы счисления

Системой счисления называют совокупность приемов представления для наименования, записи и выполнения операций над натуральными числами.

Вместе с появлением письменности у различных народов появились те или иные системы счисления.

Существующие системы счисления по своему «грамматическому строю» делятся на непозиционные и позиционные.

Непозиционная система счисления характеризуется тем, что каждый из совокупности знаков, принятых в данной системе для обозначения чисел, обозначает одно и то же число независимо от места, т. е. позиции, занимаемого этим знаком в записи числа.

Известным примером такой системы является римская система, которая иногда применяется для нумерации элементов множества, состоящего из небольшого числа элементов, например глав книги, классов школы, призовых мест и т. д.

В этой системе для записи чисел используются буквы латинского алфавита. При этом буква I всегда обозначает число один, буква V — пять, X — десять, L — пятьдесят, C — сто, D — пятьсот, M — тысячу и т. д.

Так, например, число 2368 запишется в римской системе в виде

MMCCCLXVIII.

Обозначенное этой записью число получается сложением чисел, изображенных отдельными буквами. По этой причине непозиционные системы счисления часто называют также аддитивными.

При развитии римской системы было внесено некоторое усовершенствование: чтобы уменьшить число знаков, требуемых для записи числа, установили, что если поместить букву, обозначающую меньшее число, слева от буквы, обозначающей большее число, то это меньшее число следует вычитать из большего. Например, вместо того чтобы число сорок обозначить XXXX, стали писать XL, число девять вместо VIIII стали писать IX, четыре — IV и т. п. Однако это усовершенствование никак не отражалось на основном принципе — каждая используемая буква всегда обозначает одно и то же число. Поэтому записи больших чисел были весьма громоздкими. Более того, введенных знаков не хватало и сколько бы ни вводили новых знаков, всегда можно было придумать число, которое трудно записать.

В позиционной системе счисления один и тот же знак может обозначать различные числа в зависимости от места, т. е. позиции, занимаемой этим знаком в записи числа. Например, запись «5555» в десятичной системе счисления обозначает число «пять тысяч пятьсот пятьдесят пять» с помощью одного знака, одной цифры 5, повторенной четыре раза, и каждая из этих четырех пятерок обозначает число, отличное от других, в зависимости от позиции знака 5 в этой записи: крайняя правая — число пять, вторая справа — число пятьдесят, третья справа — число пятьсот и, наконец, первая слева — число пять тысяч.

Десятичная позиционная система счисления берет свое начало от счета на пальцах. Она была изобретена в Индии, заимствована арабами и уже через арабские страны пришла в Европу.

В этой системе для записи любого числа используются лишь

десять знаков, называемых ц и ф р а м и, множество которых

$$A_{10}=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$$

составляет а л ф а в и т этого языка. Перечисленные цифры являются б у к в а м и этого алфавита.

Всякая конечная последовательность цифр алфавита — слово этого языка — обозначает число, являясь краткой, условной записью более сложного выражения, составленного по определенному правилу. Это единственное правило составляет «грамматику» описываемого языка.

Например, слово «3785» обозначает число, полученное как результат выполнения всех операций в выражении

$$3\cdot 1000+7\cdot 100+8\cdot 10+5,$$

или

$$3\cdot 10^3+7\cdot 10^2+8\cdot 10+5,$$

т. е. является краткой записью суммы произведений последовательных степеней числа 10 на натуральные числа, каждое из которых меньше 10. Эти числа и обозначаются цифрами, из которых образуется краткая условная запись числа в виде слова «3785» в результате опускания знаков + и · и последовательных степеней числа 10. Число 10 называют основанием системы счисления, а поэтому саму систему счисления — десятичной.

Вообще, если какое-нибудь число l записано в десятичной системе счисления с помощью слова «$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$», где каждая a_i — цифра, т. е. $0 \leqslant a_i \leqslant 9$, предполагается также, что $a_n \neq 0$, т. е. все нули слева опускаются, то

$$l=a_n\cdot 10^n+a_{n-1}\cdot 10^{n-1}+\dots+a_1\cdot 10=a_0.$$

Чтобы не спутать слово с произведением, в котором иногда опускают знак умножения (·), ставят над последовательностью букв черту.

Каждое число разбивается на р а з р я д ы, которые считаются справа налево: единицы, десятки, сотни, тысячи, десятки тысяч и т. д. При чтении слова «3785» мы не читаем названия цифр («три семь восемь пять»), а читаем числа, обозначаемые этими цифрами, с учетом их места в записи числа, опуская лишь знаки, которые подразумеваются («три тысячи семьсот восемьдесят пять»). Единица каждого следующего (справа налево) разряда в десять раз больше единицы предыдущего (1, 10, 100, 1000, 10 000 и т. д.), т. е. отношение соседних разрядов равно основанию системы.

Возможны позиционные системы счисления с основанием, отличным от 10. Такие системы применялись и в древности. В частности, в Древнем Вавилоне была распространена система счисления с основанием 60. Вероятно, от нее происходит деление часа и градуса на 60 минут, минуты — на 60 секунд.

Вообще, если какое-нибудь число записано в системе счисления с основанием p с помощью слова «$\overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$», где a_i — цифры

из алфавита этого языка, обозначающие числа от 0 до $p-1$, $0 \leqslant a_i \leqslant p-1$ и $a_n \neq 0$, то это означает, что

$$l = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0.$$

При $p=10$ получаем запись числа в десятичной системе.

При $p=5$ получаем:

$$l = a_n 5^n = a_{n-1} 5^{n-1} + \ldots + a_1 5 + a_0,$$

т. е. запись числа в пятеричной системе счисления, где $0 \leqslant a_i \leqslant 4$; т. е. алфавит этого языка состоит из пяти цифр — $A_5 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

При $p=8$, очевидно,

$$l = a_n 8^n + a_{n-1} 8^{n-1} + \ldots + a_1 8 + a_0 —$$

запись числа l в восьмеричной системе счисления, в которой $0 \leqslant a_i \leqslant 7$, т. е. алфавит $A_8 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

При $p=2$ получаем запись числа в двоичной системе счисления:

$$l = a_n 2^n + a_{n-1} 2^{n-1} + \ldots + a_1 2 + a_0,$$

в которой $a_i = 0$ или 1, т. е. алфавит состоит всего из двух знаков $A_2 = \{0, 1\}$.

Запись числа в системе счисления с основанием p называют также p-ичным числом. Так, говоря «десятичное», «пятеричное», «восьмеричное», «двоичное» число, имеется в виду запись числа соответственно в десятичной, пятеричной, восьмеричной, двоичной системе счисления.

Естественно возникает вопрос: можно ли любое натуральное число записать в любой системе счисления?

Покажем на примере, что это можно.

Найдем запись десятичного числа 1766 в пятеричной системе счисления. Так как $5^4 < 1766 < 5^5$, то наибольшая степень числа 5, которая содержится в этом числе,— это 5^4. Разделив данное число на 625, найдем в частном 2 и в остатке 516, т. е. $1766 = 2 \cdot 5^4 + 516$.

Важно отметить, что частное должно быть меньше 5, иначе 5^4 не было бы самой высокой степенью 5, содержащейся в числе 1766, а остаток, как всегда, меньше делителя.

Теперь можно выделить следующую степень, 5^3, из остатка:

$$516 = 4 \cdot 5^3 + 16.$$

Следовательно, $1766 = 2 \cdot 5^4 + 4 \cdot 5^3 + 16$.

Следующая степень пяти, 5^2, не содержится в остатке 16, или содержится в нем 0 раз: $16 = 0 \cdot 5^2 + 16$, т. е.

$$1766 = 2 \cdot 5^4 + 4 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 16.$$

Следующая степень пяти, 5^1, содержится в остатке 16 три раза:

$$16 = 3 \cdot 5 + 1,$$

и, наконец, получаем:

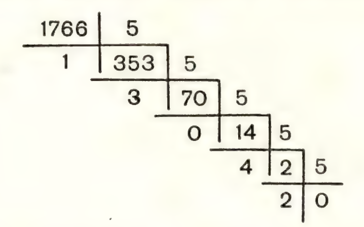
$$1766 = 2 \cdot 5^4 + 4 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 1.$$

Таким образом, десятичное число 1766 запишется на языке пятеричной системы счисления в виде слова «24031», т. е. $1766 = 24031_5$. Индекс 5 указывает, что число записано в пятеричной системе счисления; при десятичном числе индекс обычно опускается.

Рассмотренный пример, хотя и не служит доказательством возможности представления любого числа в любой системе счисления, содержит все элементы такого доказательства, и проведенное рассуждение может быть соответствующим образом обобщено на случай любого числа и любой системы счисления.

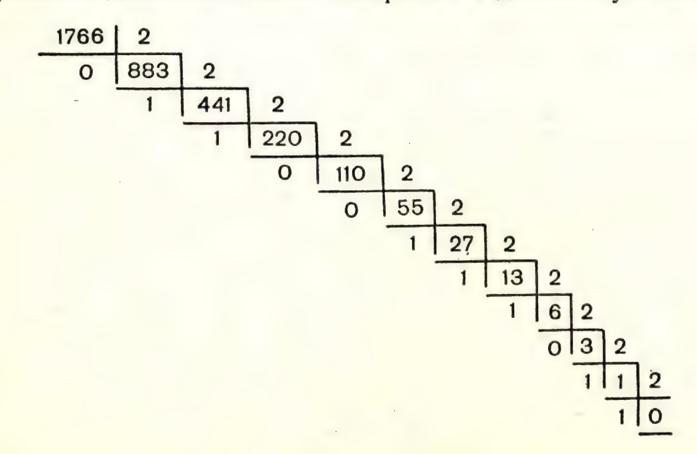
Этот же пример указывает общий метод или алгоритм перевода десятичного числа в недесятичную, в данном примере — в пятеричную систему счисления. Удобнее находить последовательные цифры пятеричного числа не слева направо, как они найдены выше, а справа налево. В таком случае можно будет процесс перевода представить в виде процесса последовательного деления на 5 данного числа, затем частного, второго частного и т. д. до получения частного, равного 0.

Это последовательное деление обычно записывается так:



Последовательность остатков, записанная в порядке следования от последнего к первому, и представляет собой слово «24031», изображающее данное десятичное число 1766 в пятеричной системе счисления.

Переведем это же число 1766 в двоичную систему счисления и полученное двоичное число — обратно в десятичную систему.



Значит, $1766 = 11011100110_2$.

Обратный перевод двоичного числа в десятичное:

$$11011100110_2 = 1\cdot 2^{10} + 1\cdot 2^9 + 0\cdot 2^8 + 1\cdot 2^7 + 1\cdot 2^6 + 1\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + \\ + 0\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2 + 0;$$

$$= 2^{10} + 2^9 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2;$$

$$= 1024 + 512 + 128 + 64 + 32 + 4 + 2 = 1766.$$

Арифметические действия производятся в недесятичных системах счисления по тем же правилам, что и в десятичной системе. Например, при сложении складываются соответствующие разряды, начиная с младших. Если в данном разряде образуется сумма, уже не умещающаяся в нем, то соответствующее превышение переносится в следующий старший разряд. Таким образом, фактически используется таблица сложения для однозначных чисел. Наиболее проста таблица сложения в двоичной системе счисления:

	0	1
0	0	1
1	1	10

Сложение двух многозначных двоичных чисел выглядит так:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 11011001011 \\ 111011101 \end{array} \\ \hline 100010101000 \end{array}$$

Умножение в двоичной системе счисления определяется следующей таблицей:

	0	1
0	0	0
1	0	1

По существу, поскольку умножение на нуль в любой системе счисления дает нуль, можно считать, что таблица умножения состоит лишь из одной строки: $1\cdot 1 = 1$. Но умножение на 1 не меняет числа. Поэтому умножение многозначных двоичных чисел сводится лишь к сдвигу и сложению. Например,

$$\begin{array}{r} 11011 \\ 1101 \\ \hline 11011 \\ 11011 \\ 11011 \\ \hline 101011111 \end{array}$$

Двоичная система счисления неудобна для ручных расчетов: записи чисел в двоичной системе в среднем в три раза длиннее, чем в десятичной. Однако она оказалась весьма удобной для современных электронных вычислительных машин (ЭВМ), на которые сейчас перекладывается бо́льшая часть трудоемкой умственной работы человека, выполняемой им при решении сложных математических и логических задач, задач по управлению сложными производственными процессами, и которые играют все бо́льшую роль в современной науке, технике и производстве.

Это объясняется тем, что в ЭВМ каждая цифра должна изображаться с помощью некоторого устойчивого состояния элементов. Если применять десятичную систему, то понадобились бы физические элементы с десятью различными устойчивыми состояниями, каждое из которых должно моделировать один определенный знак алфавита этой системы, т. е. определенную цифру. Это значительно усложнило бы конструкцию и без того сложных ЭВМ. Что же касается громоздких записей чисел в двоичной системе счисления, то для ЭВМ, работающих со скоростями, достигающими нескольких миллионов операций в секунду, длина слов, над которыми выполняются операции, не так существенна. Кроме того, преимущество применения двоичной системы в качестве языка для ЭВМ состоит не только в удобстве изображения чисел с помощью электронных элементов, но и в просторе выполнения арифметических операций, в чем мы уже убедились, а также в возможности кодирования и нечисловой информации с помощью двоичного кода.

Глава VI. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ

§ 1. Формирование понятия геометрической фигуры

Исторически понятие геометрической фигуры, так же как понятие натурального числа, было одним из исходных понятий математики. Как и натуральные числа, понятие геометрической фигуры образовалось с помощью абстракции отождествления, в основе которой лежит некоторое отношение эквивалентности. В данном случае таким отношением является «сходство», «подобие» предметов по их форме, с помощью которого множество предметов разбивается на классы эквивалентности так, что любые два предмета одного класса имеют одинаковую форму, а любые два предмета различных классов — различные формы. Абстрагируясь при этом от других свойств предметов (цвета, величины, материала, из которого они сделаны, назначения и т. д.), мы получаем самостоятельное понятие геометрической фигуры.

В математике поступают и так: класс подобных по форме предметов определяется любым принадлежащим ему предметом и называется ф о р м о й.

В связи с рассмотрением отношения эквивалентности (глава IV, § 4) был приведен пример классификации блоков по их форме. Решая эту задачу, дети получают классы квадратных, круглых, треугольных и прямоугольных блоков, затем каждый из этих классов, так же как и отдельные их представители, называются соответственно квадратом, кругом, треугольником, прямоугольником. В основе выделения этих понятий лежит отношение эквивалентности «иметь одинаковую форму».

В изучении геометрии, и в частности геометрических фигур, различают несколько уровней мышления.

Первый, самый простейший уровень характеризуется тем, что геометрические фигуры рассматриваются как целые и различаются только по своей форме. Если показать дошкольнику круг, квадрат, прямоугольник и сообщить ему соответствующие названия, то после некоторого времени он сможет безошибочно распознавать эти фигуры исключительно по их форме (причем еще не анализированной), не отличая квадрат от прямоугольника. На этом уровне квадрат противопоставляется прямоугольнику.

На следующем, втором, уровне проводится анализ воспринимаемых форм, в результате которого выявляются их свойства. Геометрические фигуры выступают уже как носители своих свойств и распознаются по этим свойствам, свойства фигур логически еще не упорядочены, они устанавливаются эмпирическим путем. Сами фигуры также не упорядочены, так как они только описываются, но не определяются. Этот уровень мышления в области геометрии еще не включает структуру логического следования.

Описанные выше два уровня вполне доступны детям 4—6 лет, и это обстоятельство следует учитывать при составлении программ обучения и разработке методики.

Из чего состоит геометрическая фигура?

Всякая геометрическая фигура подразумевается состоящей из точек, т. е. всякая геометрическая фигура представляет собой множество точек, в том числе одну точку тоже принято считать геометрической фигурой.

Поэтому операции над множествами и отношения между множествами, рассмотренные в главе III, можно переносить на геометрические фигуры как на множества точек.

Например, на рисунке 11 изображены всевозможные отношения, в которых могут находиться квадрат и круг:

1 — круг находится в квадрате;

2 — квадрат находится в круге;

3 — квадрат и круг пересекаются;

4 — квадрат и круг не пересекаются.

Предлагая детям располагать квадрат и круг всевозможными способами или нарисовать их и закрашивать общую часть (пересечение) определенным цветом, тем самым помогаем им выявить особенности каждого из отношений, изображенных на рисунке 11:

а) все точки круга являются точками квадрата;

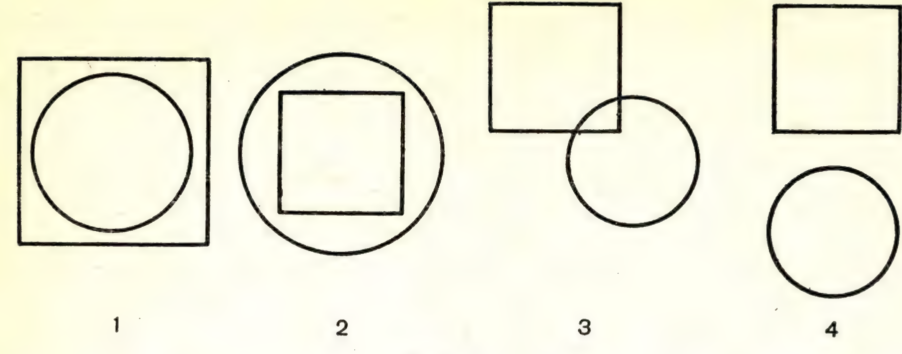


Рис. 11.

б) все точки квадрата являются также точками круга;

в) квадрат и круг имеют общие и необщие точки;

г) у квадрата и круга нет общих точек.

На предматематическом уровне дети знакомятся с простейшими, но наиболее распространенными геометрическими фигурами: различными линиями, формами блоков — квадратом, кругом, треугольником, а также пятиугольником, шестиугольником. Строгих определений, разумеется, на этом уровне не дается.

§ 2. Виды геометрических фигур

Будем рассматривать далее лишь те виды простейших геометрических фигур, с которыми приходится иметь дело в процессе обучения дошкольников.

Все геометрические фигуры делятся на плоские и пространственные. Так, например, квадрат, круг — плоские фигуры; куб, шар — пространственные. Начнем с рассмотрения линий. Под линией будем иметь в виду плоскую линию — линию, все точки которой лежат на некоторой плоскости, а сама линия есть подмножество точек плоскости.

Очевидно, что такие разъяснения, как «длина без ширины» или «граница поверхности», не могут приниматься за точные определения, так как мы не знаем точный смысл терминов «длина», «ширина», «граница», «поверхность» и т. п. По существу в элементарной геометрии понятие линии считается интуитивно ясным и их изучение сводится к рассмотрению различных примеров: прямая, ломаная, кривая, замкнутая линия, незамкнутая линия, отрезок и др.

Прямую линию, или просто прямую, можно выделить среди других линий с помощью ее характеристических свойств, т. е. таких свойств, которыми обладает только прямая и никакие другие линии.

На рисунке 12 между деревом и домом проложено несколько тропинок. На геометрическом языке это означает: через две точки D и C проходит несколько линий. Прямая выделяется среди них тем, что это — линия кратчайшего расстояния.

Еще одно характеристическое свойство прямой: через две точки *D* и *C* можно провести много различных линий, прямых — только одну, т. е. через две точки проходит одна и только одна прямая.

Линии бывают **замкнутыми** и **незамкнутыми**. Например, прямая — незамкнутая линия, окружность — замкнутая.

По отношению к прямой две точки могут находиться «по одну сторону» от нее или «по разные стороны». Например, дом и дерево могут находиться по одну сторону от речки и тогда можно дойти от дома до дерева или обратно, не проходя через мост. Если же они находятся по разным сторонам от реки, то дойти от дома до сада или обратно, не проходя через мост, нельзя.

На геометрическом языке эта ситуация описывается следующим образом. Две точки *A* и *B* находятся по одну сторону от прямой *l*, если отрезок, соединяющий эти точки, не пересекает прямую *l* (рис. 13).

Две точки *A* и *C* (рис. 13) находятся по разные стороны от прямой *l*, если отрезок *AC*, соединяющий эти точки, пересекает прямую *l*.

По существу прямая *l* разбивает множество всех не принадлежащих ей точек плоскости на два класса (два подмножества), называемые **полуплоскостями** с границей *l*. Это разбиение порождается отношением эквивалентности, введенным в множество всех не принадлежащих *l* точек плоскости следующим образом: две точки находятся в этом отношении, если отрезок, соединяющий их, не пересекает прямую *l*, и не находятся в этом отношении, если этот отрезок пересекает прямую *l*.

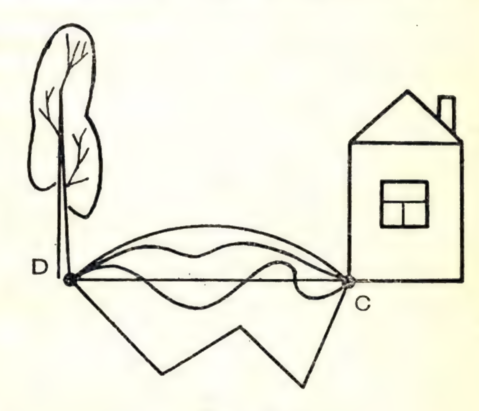


Рис. 12.

Дети довольно рано усваивают, что означает «внутри» и «вне» некоторой замкнутой линии. Пример этого — детская игра в классы. Чтобы успешно переходить из класса в класс, нужно, прыгая и бросая биту, точно попадать внутрь определенного класса (квадрата).

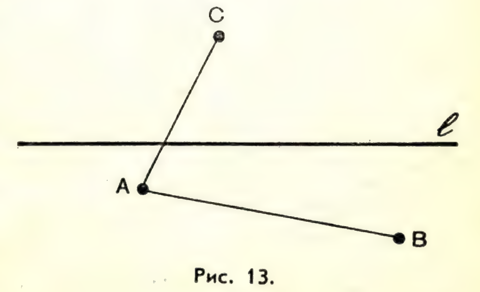


Рис. 13.

Первые представления о «внутри» и «вне» закрепляются в играх с обручами (глава III), когда дети встречаются со все усложняющимися ситуациями:

определение блоков внутри и вне одного обруча, внутри одного и вне другого обруча, внутри всех трех обручей, внутри двух обручей и вне третьего и т. п. Поэтому перед решением задач, связанных с классификацией блоков, или фигур в играх с обручами необходимо выяснить, распознают ли дети внутреннюю и внешнюю области по отношению к каждому обручу.

Переведем теперь эти ситуации на язык геометрии.

Интуитивно ясно, что всякая окружность разбивает множество всех не принадлежащих ей точек плоскости на две области (рис. 14). Если две точки A и B или D и E лежат в одной области, то отрезок, соединяющий их, не пересекает линии l; если две точки, например C и D, принадлежат различным областям, то соединяющий их отрезок пересекает линию l (в точке K).

Одна из этих областей называется внутренней, другая — внешней. Каким же геометрическим свойством можно охарактеризовать внутреннюю или внешнюю область?

Область, которая интуитивно принимается за внешнюю, обладает следующим свойством: можно найти в этой области две точки, например D и E, такие, что прямая, проходящая через них, целиком лежит в этой области. Вторая область, которая интуитивно принимается за внутреннюю, не обладает этим свойством или характеризуется свойством, представляющим собой отрицание характеристического свойства внешней области, т. е. нельзя найти в ней такие две точки, чтобы прямая, проходящая через них, лежала целиком в этой области (или, иначе, прямая, проходящая через любые две точки этой области, обязательно пересекает линию l).

Выше мы пользовались понятием «отрезок» и связывали его неизменно с двумя точками: «отрезок AB», «отрезок, соединяющий точки A и B» и т. п. Что же такое отрезок? Иногда говорят «часть прямой». Это можно понимать как подмножество точек прямой. Но какое это подмножество?

Иногда пользуются отношением «между», применимым к трем точкам. Это отношение соответствует наглядному представлению о точке, лежащей на прямой между двумя другими точками: если точка C лежит между точками A и B, то нельзя «дойти» по прямой от A к B, не пройдя через точку C. Эти наглядные представления подсказывают и некоторые свойства отношения «между»: если точка C лежит между A и B, то C лежит и между B и A; из трех точек только одна лежит между двумя другими, т. е. если C лежит между A и B, то уже A

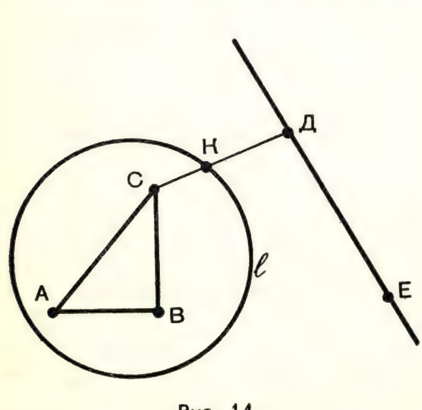


Рис. 14.

не лежит между C и B, а также B не лежит между A и C.

Имеются две различные трактовки понятия отрезка (по существу два различных понятия). По одной из них отрезку AB принадлежат сами точки A и B (концы отрезка) и все точки прямой AB, лежащие между A и B. По другой трактовке точки A и B не считаются принадлежащими отрезку AB, хотя по-прежнему называются его концами (т. е. концы отрезка не принадлежат ему).

Мы будем придерживаться первой трактовки, дидактически более целесообразной.

Так как через две точки A и B проходит единственная прямая AB, то эти две точки определяют и единственный отрезок с концами A и B.

Зная, что такое отрезок, можно уточнить и понятие ломаной линии.

Если $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{n-1}, A_n$ — точки, никакие последовательные три из которых не лежат на одной прямой, то линия, состоящая из отрезков A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, называется **ломаной** линией, эти отрезки называются **звеньями** ломаной, а точки $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{n-1}, A_n$ — ее **вершинами**, точки A_1 и A_n называются также **концами** ломаной.

Если концы ломаной совпадают, то ломаная называется **замкнутой**, в противном случае — **незамкнутой** (строгие определения замкнутой и незамкнутой кривой линии в элементарной геометрии не даются).

На рисунке 15, *1* изображена замкнутая ломаная линия, на рисунке 15, *2* — незамкнутая.

Как и всякая замкнутая линия, замкнутая ломаная линия разбивает множество не принадлежащих ей точек плоскости на две области — внутреннюю и внешнюю.

Среди ломаных линий выделяют простые (без самопересечений) ломаные линии, т. е. такие, которые сами себя не пересекают.

Изображенные на рисунке 15 ломаные линии простые. На

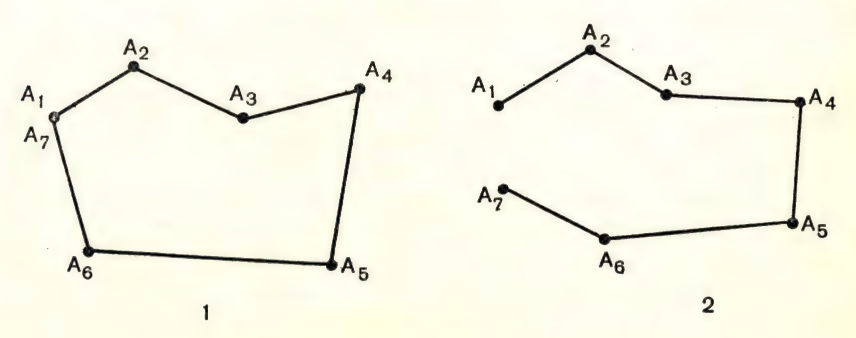


Рис. 15.

рисунке 16, *1, 2* изображены непростые, сами себя пересекающие ломаные линии.

Перейдем теперь к рассмотрению многоугольников. Имеются два основных подхода, по существу определяющих различные понятия: согласно одному из них под многоугольником понимают простую замкнутую ломаную линию, согласно второму — простую замкнутую ломаную вместе с ее внутренней областью или объединение простой замкнутой ломаной и ее внутренней области.

Согласно первой трактовке модель многоугольника, например, можно изготовить из проволоки, по второй — вырезать из бумаги. Какая же из двух трактовок более целесообразна с дидактической точки зрения? (С логической точки зрения обе трактовки корректны и имеют право на существование.) Для маленьких детей более естественным является называть квадратом, треугольником и т. д. именно ту фигуру, которую они закрасили и вырезали, т. е. ломаную вместе с ее внутренней областью. Поэтому представляется, что и для школы вторая трактовка является более целесообразной.

Многоугольники классифицируются по числу сторон или углов: треугольники, четырехугольники, пятиугольники, шестиугольники и т. д. Наблюдая различные многоугольники, можно обнаружить наличие или отсутствие свойства, называемого в ы п у к л о с т ь ю.

На рисунке 17 изображены многоугольники, обладающие (в случаях *1, 2, 4, 6*) и не обладающие (в случаях *3, 5, 7*) этим свойством.

Как же геометрически описать это интуитивно ясное свойство? Любой из многоугольников в случаях *1, 2, 4, 6* (рис. 17) расположен по одну сторону от прямой, проведенной через каждую его сторону, т. е. если продолжить любую сторону, полученная прямая не пересечет многоугольник (с этой целью на рисунке стороны этих многоугольников продолжены пунктиром). В каждом из многоугольников в случаях *3, 5, 7* существует хотя бы одна такая сторона, продолжение которой пересекает многоугольник. Первые называются в ы п у к л ы м и, вторые — н е в ы п у к л ы м и.

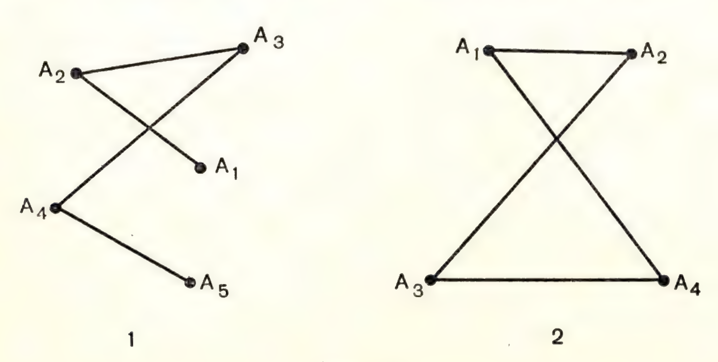


Рис. 16.

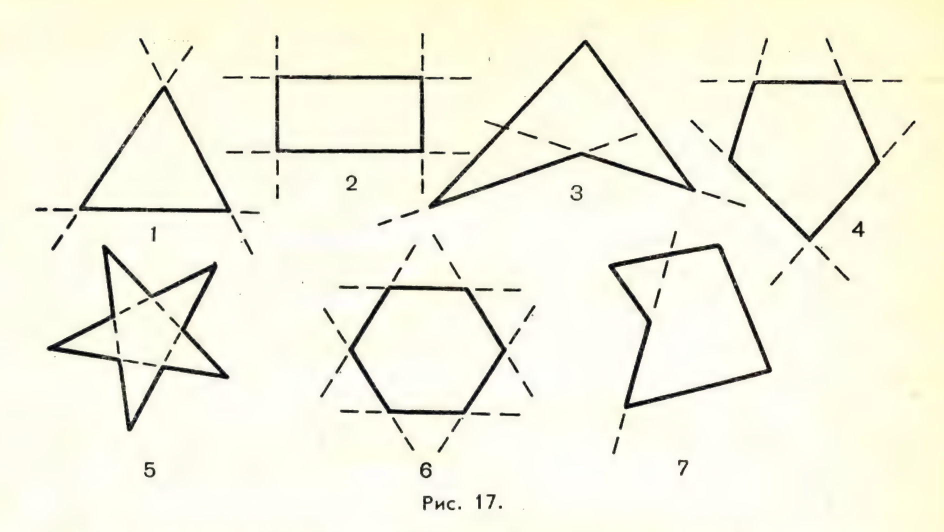


Рис. 17.

Треугольник, квадрат, прямоугольник — выпуклые четырехугольники. Пятиконечная звездочка — невыпуклый десятиугольник.

Стороны, включая вершины, многоугольника, т. е. замкнутая ломаная, образуют границу многоугольника. Это интуитивно ясное понятие. Например, интуитивное представление о границе фигуры готовит детей к географическому понятию границы.

Чем же отличается граничная точка, т. е. точка, принадлежащая границе, от внутренней точки многоугольника (и вообще фигуры)? Как это различие описать геометрически?

С этой целью введем понятие окрестности точки. Под **о к р е с т н о с т ь ю** точки A будем понимать круг любого радиуса с центром в точке A. Теперь, пользуясь этим весьма наглядным понятием, опишем различие между внутренней и граничной точками многоугольника.

Для любой внутренней точки A, как бы близка она ни была к границе, всегда можно найти окрестность, все точки которой внутренние (рис. 18, *1, 2*).

Для граничной точки B нет такой окрестности, т. е. какую бы окрестность точки B ни взяли, внутри ее найдутся как внутренние, так и внешние точки. Такими же свойствами обладают внутренние и граничные точки на географической карте, представляющей собой некоторую геометрическую фигуру.

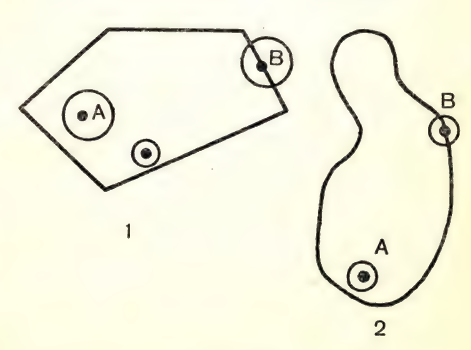


Рис. 18.

Например, на географической карте СССР для любой

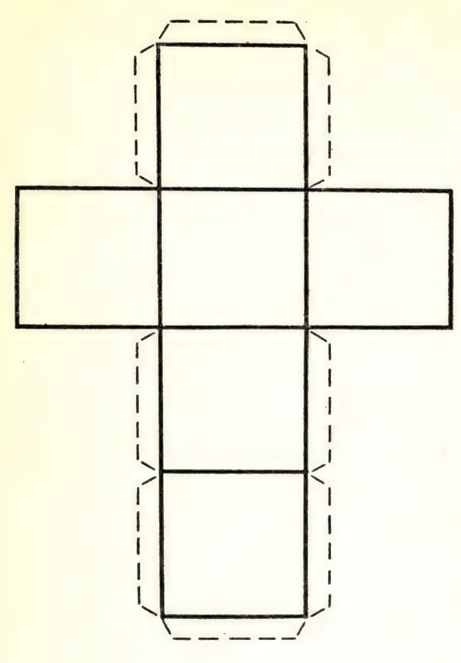


Рис. 19.

внутренней точки можно найти окрестность, внутри которой все точки принадлежат территории СССР. Для любой точки на границе СССР такой окрестности нет, т. е. в любой окрестности такой точки найдутся как точки, принадлежащие СССР, так и точки, принадлежащие соседнему государству.

Среди форм используемых нами блоков (или фигур), кроме треугольника, квадрата, прямоугольника, имеется и круг. Кроме того, многие предметы, с которыми встречаются дети (тарелки, блюдца, колеса велосипеда и др.), имеют круглую форму. Считаем нецелесообразным для дошкольников вводить термин «окружность».

В элементарной геометрии круг определяется как множество (или геометрическое место) всех точек плоскости, удаленных от некоторой точки, называемой центром, на расстояние, не превышающее R (R — радиус круга); окружность определяется аналогично как множество всех точек плоскости, удаленных от точки, называемой центром, на одно и то же расстояние R.

Заметим, что если в этих формулировках слово «плоскость» заменить словом «пространство», то получим определения шара и сферы, соответственно пространственных аналогов круга и окружности.

Круг, окружность, шар и сферу можно определить и генетически, т. е. описанием процесса образования этих фигур. Этот процесс легко смоделировать: если отрезок зафиксировать в одном конце и вращать его около этого конца, то он опишет круг, а второй его конец — окружность. Если полукруг вращать около диаметра, то он опишет шар, а ограничивающая его полуокружность — сферу.

Дошкольники знакомятся также с одним из простейших многогранников, каким является куб.

Куб — пространственный аналог квадрата. Он ограничен шестью квадратами. Его можно сконструировать (склеить) из плоской фигуры выкройки, изображенной на рисунке 19.

Ознакомление детей с описанными выше простейшими геометрическими фигурами является пропедевтической основой для дальнейшего формирования и развития у них геометрических, в том числе пространственных, представлений.

Глава VII. ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ

§ 1. Что такое величина?

Величина — одно из основных математических понятий, возникшее в древности и подвергшееся в процессе длительного развития ряду обобщений.

Общее понятие величины является непосредственным обобщением более конкретных понятий: длины, площади, объема, массы, скорости и т. п. Каждый конкретный род величин связан с определенным способом сравнения соответствующих свойств объектов. Например, в геометрии отрезки сравниваются при помощи наложения и это сравнение приводит к понятию длины: два отрезка имеют одну и ту же длину, если при наложении они совпадают; если же один отрезок накладывается на часть другого, не покрывая целиком, то длина первого меньше длины второго. Общеизвестны более сложные приемы, необходимые для сравнения площадей плоских фигур, объемов пространственных тел.

Для сравнения двух предметов по массе их взвешивают. Если чаши весов уравновешиваются, то предметы имеют одинаковую массу, если же чаши не уравновешены, то предмет, находящийся на той чаше, которая перетягивает, имеет бо́льшую массу, второй предмет — меньшую.

Понятия длины, площади, объема, массы могут быть обобщены на любой род величин: в системе всех однородных величин, т. е. всех длин, всех площадей, всех объемов, всех масс и т. д., устанавливается отношение порядка. Две величины a и b одного и того же рода или совпадают ($a=b$), или первая меньше второй ($a<b$), или вторая меньше первой ($b<a$).

Однородные величины можно также складывать. Например, если точка B лежит между точками A и C, то длина отрезка AC равна сумме длин отрезков AB и BC (рис. 20, *1*).

Если плоская фигура состоит из двух частей, не имеющих других общих точек, кроме граничных, то площадь S всей фигуры равна сумме площадей S_1+S_2 этих частей (рис. 20, *2*).

Если пространственная фигура состоит из двух частей, все

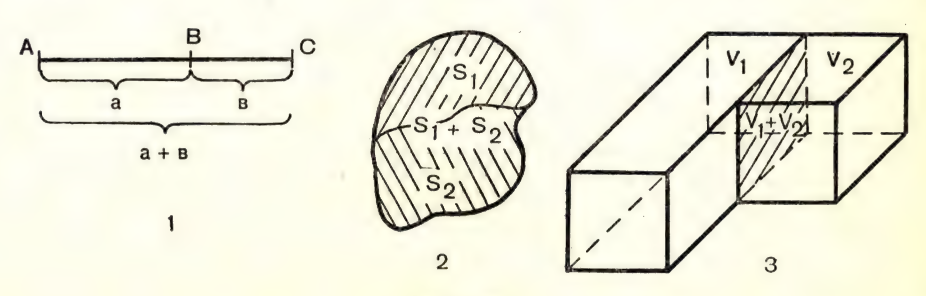


Рис. 20.

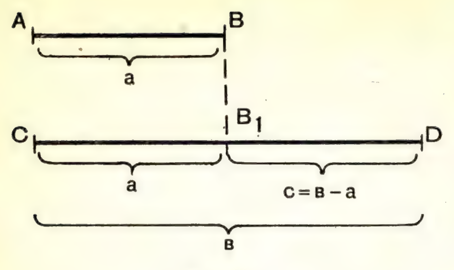


Рис. 21.

общие точки которых образуют их общую границу, то объем V всей пространственной фигуры равен сумме V_1+V_2 объемов V_1 и V_2 этих частей (рис. 20, *3*).

Если предмет состоит из двух частей, то его масса m равна сумме m_1+m_2 масс m_1 и m_2 этих частей.

Так раскрывается смысл операции сложения для каждого рода величин (длин, площадей, объемов, масс и т. д.).

Исходя из смысла отношения «меньше» ($<$) и операции сложения однородных величин ($+$) можно убедиться в том, что любая система однородных величин (B, $<$, $+$) обладает перечисленными ниже свойствами.

1) Отношение «$<$» является, как и между числами, антирефлексивным, т. е. $\neg (a<a)$ для любого $a\in B$; асимметричным (для любых a, $b\in B$, если $a<b$, то $\neg b<a$) и транзитивно (для любых a, b, $c\in B$, если $a<b$ и $b<c$, то $a<c$), т. е. является отношением строгого порядка. Причем для любых a, b, $c\in B$, если $a\neq b$, то $a<b$ или $b<a$, т. е. система однородных величин B упорядочена этим отношением.

2) Если $a<b$, то существует величина $c\in B$ такая, что $a+c=b$. Величина c называется **разностью** между величинами b и a и обозначается «$b-a$», т. е. $a+c=b$ равносильно $c=b-a$. Например, если взять два отрезка, AB длины a и CD длины b, причем $a<b$, и отложить на отрезке CD отрезок CB_1, равный AB, то образовавшийся отрезок B_1D будет иметь длину $c=b-a$ (рис. 21).

3) Сложение величин, как и сложение чисел, обладает свойством **переместительности** (коммутативности):

$$a+b=b+a \text{ для любых } a,\ b\in B.$$

Например, безразлично присоединить к отрезку AB длины a отрезок BC длины b или наоборот, получим один и тот же отрезок.

4) Сложение величин обладает свойством **сочетательности** (ассоциативности):

$$a+(b+c)=(a+b)+c \text{ для любых } a,\ b,\ c\in B.$$

Например, если присоединить к отрезку AB длины a отрезок BD

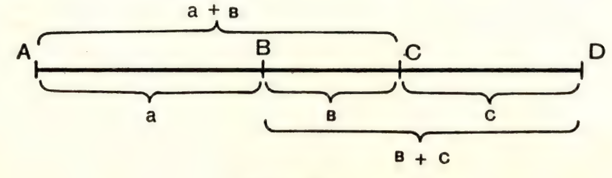


Рис. 22.

длины $b+c$ так, чтобы точка B лежала между точками A и D (рис. 22), то получим отрезок AD длины $a+(b+c)$; если к отрезку AC длины $a+b$ присоединить отрезок CD длины c, то получим тот же отрезок AD, его длина выражается через $(a+b)+c$; но так как мы получили один и тот же отрезок AD, то $a+(b+c)=(a+b)+c$. Поэтому можно писать без скобок $a+b+c$.

5) Для любых a, $b \in B$, $a+b>a$ (свойство монотонности сложения). Например, если точка B лежит между точками A и C (рис. 20, *1*), то длина отрезка $AC\,(a+b)$ больше длины отрезка $AB\,(a)$, или вообще «величина части меньше величины целого».

6) Всякую величину $a \in B$ можно делить на 2, 3, 4 и вообще на любое число n одинаковых частей, иными словами, для любой величины $a \in B$ существует величина $b \in B$ такая, что $nb=a$. Величина b называется n-й долей величины a.

7) Допустим, что имеется некоторый отрезок AB длины a и другой отрезок CD длины b. Какими бы ни были отрезки AB и CD, можно наложить отрезок CD на отрезок AB такое большое число n раз, что получим отрезок длины nb, превышающей a. Таким образом, какие бы ни были величины a, $b \in B$, всегда существует натуральное число n такое, что $a<nb$.

Перечисленные свойства 1)—7) системы величин $(B, <, +)$ интуитивно ясны и допускают наглядное истолкование на конкретном примере системы длин отрезков. Отметим, что эти свойства еще не составляют полной характеристики системы однородных величин. Для получения такой характеристики они должны быть дополнены еще одним свойством с более сложным содержанием и не допускающим столь наглядное истолкование, так как оно связано с категорией бесконечности.

8) Предположим, что даны две последовательности однородных величин: (1) $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ и (2) $b_1, b_2, \ldots, b_n, \ldots$, причем (1) — возрастающая, т. е. $a_1<a_2<\ldots<a_n<\ldots$, а (2) — убывающая, т. е. $b_1>b_2>\ldots>b_n>\ldots$. Кроме того, любая величина первой последовательности меньше любой величины второй и с увеличением номера n члены этих последовательностей приближаются друг к другу как угодно близко, т. е. какую бы ни взяли величину c при достаточно большом номере n, разность b_n-a_n становится меньше c $(b_n-a_n<c)$. При этих условиях существует единственная величина x, которая больше всех a_n и меньше всех b_n, т. е. неравенство

$$a_n<x<b_n$$

выполняется для любого номера n членов последовательностей.

Как же следует ответить на вопрос «Что такое величина?». Прямого ответа в виде определения («величиной называется...») мы не приводим. На поставленный вопрос мы ответили косвенно: привели конкретные примеры величин (длина, площадь, объем, масса) и на этих примерах выявили свойства, характеризующие любую величину.

§ 2. Измерение величин

Потребность в измерении всякого рода величин, так же как потребность в счете предметов, возникла в практической деятельности человека на заре человеческой цивилизации. Так же как для определения численности множеств, люди сравнивали различные множества, различные однородные величины, определяя прежде всего, какая из сравниваемых величин больше, какая меньше. Эти сравнения еще не были измерениями. В дальнейшем процедура сравнения величин была усовершенствована. Одна какая-нибудь величина принималась за эталон, а другие величины того же рода (длины, площади, объемы, массы и т. п.) сравнивались с эталоном. Когда же люди овладели знаниями о числах и их свойствах, величине-эталону приписывалось число 1 и этот эталон стал называться единицей измерения. Цель измерения стала более определенной — оценить, сколько единиц содержится в измеряемой величине. Результат измерения стал выражаться числом.

Задача измерения величин, так же как и задача определения численности множеств предметов, является источником, порождающим числа. Однако в отличие от первой задачи, решение которой полностью обеспечивается натуральными числами; для задачи измерения величин этих чисел недостаточно. Это наглядно обнаруживается описанием процедуры измерения на простейшем примере измерения длин.

Пусть необходимо измерить длину отрезка AB с помощью единицы измерения CD длины e (рис. 23).

Хотя мы опишем процедуру измерения длины конкретного отрезка AB с помощью конкретной единицы измерения длины e, все действия и рассуждения, которые при этом проведем, носят общий характер и пригодны для решения любой задачи этого типа, т. е. для измерения длины любого отрезка.

Откладываем отрезок CD от точки A последовательно на отрезке AB, при этом возможны следующие случаи.

1. Возможно, что отрезок CD отложится на отрезке AB целое число раз. На рисунке 23, *1*, например, 5 раз, а вообще n раз, т. е. второй конец отрезка CD (точка D) при пятом, а в общем случае при n-м отложении, т. е. точка A_5 (A_n) совпадает с точкой B концом отрезка AB.

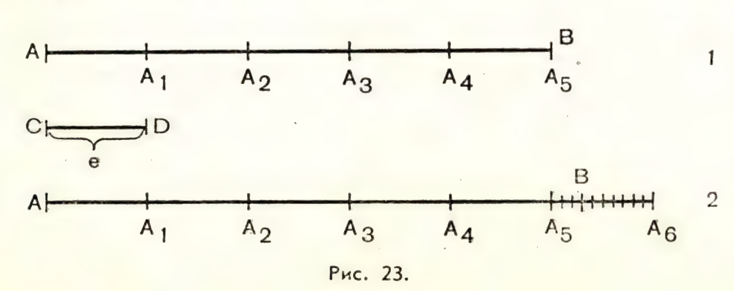


Рис. 23.

В этом случае числовое значение длины отрезка AB будет равняться 5, в общем случае n, так как длина равна $5e$ (ne), принимая длину e единицы измерения отрезка CD равной 1. Если обозначить числовое значение длины отрезка AB через $|AB|$ (в дальнейшем для краткости вместо «числовое значение длины» будем говорить просто «длина» там, где это не приводит к недоразумению), то в нашем примере $|AB|=5$, а в общем случае $|AB|=n$. В этом случае натуральные числа обеспечивают решение задачи измерения.

2. Возможно, что точка A_5 (A_n) не совпадает с точкой B (рис. 23, *2*), причем $|A_5B|<e$, т. е. если отложить еще один раз отрезок CD, то конец его A_6 (A_{n+1}) уже окажется вне отрезка AB, иными словами, точка B окажется между точками A_5 и A_6 (A_n и A_{n+1}). При этом здесь неявно использовано свойство 7 из § 1. Тогда длина отрезка AB уже не выражается натуральным числом, она находится «между» двумя последовательными натуральными числами $5<|AB|<6$, или в общем виде $n<|AB|<n+1$, между которыми, как известно, нет других натуральных чисел.

В этом случае мы можем лишь приближенно считать длину отрезка AB равной одному из этих чисел, 5 или 6 (n или $n+1$). В результате получаем приближенное значение измеряемой длины с точностью до 1. Это означает, что, принимая одно из этих чисел за значение длины отрезка AB, мы допускаем погрешность, меньшую 1, причем число 5 (n) — приближенное значение длины с недостатком, а число 6 ($n+1$) — с избытком. Если точка B ближе к точке A_5 (A_n), то число 5 (n) ближе к истинному (точному) значению длины отрезка AB, если же точка B ближе к точке A_6 (A_{n+1}), то число 6 ($n+1$) ближе к точному значению этой длины. В зависимости от этого выбирают то приближенное значение, которое ближе к точному, что дает меньшую погрешность.

Если такая степень точности удовлетворяет нас, то можно считать процесс измерения законченным. Однако практика часто предъявляет требование получить результаты измерений с более высокой степенью точности, т. е. с меньшей погрешностью.

С этой целью возникает необходимость продолжить процесс измерения, т. е. измерить длину остатка, отрезка A_5B, в общем случае A_nB. Естественно, это нельзя сделать с помощью той же единицы измерения CD, которая не умещается на этом отрезке. Надо выбрать более мелкую единицу измерения, какую-то часть отрезка CD, допустим десятую. Тогда длина e_1 этой новой единицы измерения равна $0{,}1e$, т. е. числу 0,1 (здесь неявно применяется свойство 6 из § 1 о возможности деления величины на какое угодно число частей).

Далее процедура измерения повторяется, но уже применительно к отрезку A_5B (A_nB) и с единицей измерения длины 0,1. Значит опять возможны два случая:

1) Новая единица измерения уместится на отрезке A_5B (A_nB) целое число раз, например 3 раза, а вообще n_1 раз, где $n_1<10$, так

как прежняя единица измерения e не умещается на отрезке A_nB. В этом случае $|AB|=5{,}3$ ($|AB|=n,\ n_1$), т. е. для выражения числового значения длины уже потребовалось дробное число (мы взяли десятую долю первой единицы в качестве второй единицы измерения, чтобы можно было воспользоваться десятичными дробями).

2) Новая единица измерения не наложится целое число раз, т. е. точка B не совпадает с концом накладываемой единицы измерения. В этом случае получаем, например, $5{,}3<|AB|<5{,}4$, или в общем виде $n,\ n_1<|AB|<n,\ n_1'$, где $n_1'=n_1+1$, т. е. каждое из чисел 5,3 и 5,4 ($n,\ n_1$ и $n,\ n_1'$) выражает приближенное значение длины отрезка AB, первое с недостатком, второе с избытком и оба с точностью до 0,1. Принимая любое из этих чисел за длину отрезка AB, мы допускаем погрешность, меньшую 0,1, а следовательно, в десять раз меньшую, чем если принимать за приближенное значение длины этого отрезка натуральное число 5 или 6.

Если такая точность удовлетворительна, то процесс измерения можно считать законченным. В противном случае процесс продолжается, т. е. повторяется та же процедура, но уже применительно к новому остатку, отрезку $A_{53}B$, и с новой единицей измерения, длина которой, например, десятая доля прежней единицы, т. е. $e_2=0{,}01$. Заметим, что можно было бы принимать $e_1={}^1/_2e$, $e_2={}^1/_2e_1$ и тогда были бы получены приближенные значения длины в виде двоичных дробей.

В результате получаем, например, либо $|AB|=5{,}36$($|AB|=$ $=n,\ n_1n_2$), либо $5{,}36<|AB|<5{,}37$ ($n,\ n_1n_2<|AB|<n,\ n_1n_2'$), т. е. приближенные значения длины: 5,36 ($n,\ n_1n_2$) с недостатком, или 5,37 ($n,\ n_1n_2'$) с избытком, но уже с точностью до 0,01 или с погрешностью, в 100 раз меньшей, чем первые приближения с помощью натуральных чисел 5 или 6.

Если такая точность достаточна для решаемой задачи, то процесс измерения считается законченным, в противном случае он продолжается, т. е. процедура измерения повторяется применительно к новому остатку и с новой единицей измерения.

Естественно возникает вопрос: до каких пор может продолжаться процесс измерения?

Оказывается, вообще возможны два случая: 1) на каком-то этапе процесса измерения единица измерения уложится целое число раз на измеряемом отрезке; 2) ни на каком этапе процесса измерения это не случится и, следовательно, процесс измерения будет продолжаться бесконечно.

Последнее обстоятельство означает, что существуют так называемые несоизмеримые отрезки, например диагональ квадрата и его сторона. Если измерять диагональ квадрата стороной, т. е. принимая сторону квадрата за единицу измерения, то процесс измерения никогда не закончится, так как ни сама сторона квадрата, ни любая ее часть, полученная от деления стороны на целое число равных частей, не укладывается целое число раз в диагонали этого квадрата. В этом случае и рациональных чисел, т. е. целых и дробных, недостаточно для решения задачи измерения. В математике этот пробел устраняется дальнейшим расширением системы чисел с помощью введения и р р а ц и о н а л ь н ы х чисел. Как известно из школьной математики, иррациональные числа представляются в виде бесконечных десятичных непериодических дробей и образуют, таким обра-

зом, вместе с рациональными числами множество вещественных (или действительных) чисел, т. е. объединение множеств рациональных и иррациональных чисел. В случае, когда процесс измерения бесконечен, с помощью свойства 8 из § 1 можно доказать существование и единственность длины.

Однако только теоретически процесс измерения может оказаться бесконечным. Практически же процесс измерения длин (и других величин) выполняют из конечного числа шагов, что дает в результате приближенное значение измеряемой величины с любой требуемой степенью точности, зависящей от количества выполненных шагов в процессе измерения.

Наличие общих свойств величин любого рода (§ 1, свойства 1—8) не означает, что нет свойств, которыми величины одного рода отличаются от величин другого рода. Рассмотрим одно важное свойство, которым отличаются площади от длин. Сформулируем два аналогичного содержания предложения, одно из которых выражает свойство длин, другое такое же — свойство площадей:

1) Если два отрезка равны, т. е. при наложении совпадают, то их длины равны.

2) Если две плоские фигуры, например два многоугольника, равны, то их площади равны, т. е. эти фигуры **равновелики**.

Предложения 1) и 2) имеют одинаковую внешнюю форму — «если *A*, то *B*». Всякое предложение такого вида, образованное из двух других предложений с помощью слов *если* и *то*, называется **условным** или **импликацией**. Предложение *A*, записанное или высказанное между словами *если* и *то*, называется **условием**, а предложение *B*, записанное после слова *то*,— **следствием**. Предложение «если *A*, то *B*» выражают другими словами — «из *A* следует *B*». Предложение *B* следует из предложения *A*, если *B* истинно по крайней мере во всех тех случаях, когда истинно *A*. Предложение «если *A*, то *B*» ложно только в одном случае — когда *A* истинно, а *B* ложно. Обратным по отношению к предложению «если *A*, то *B*» является предложение «если *B*, то *A*», получаемое из первого, если поменять местами условие и следствие.

Сформулируем теперь предложения, обратные по отношению к 1) и 2):

1′) Если длины двух отрезков равны, то и сами отрезки равны.

2′) Если площади двух плоских фигур (в частности, многоугольников) равны, т. е. эти фигуры равновелики, то они равны.

Предложение 1′) истинно, а 2′) ложно.

На рисунке 24 изображены две равновеликие, но неравные фигуры; треугольник на квадрат нельзя наложить так, чтобы они совпали.

Такие фигуры, как изображенные на рисунке 24, *1, 2* называются **равносоставленными**. Они состоят из «одинаковых частей», но разными способами взаимно расположенных.

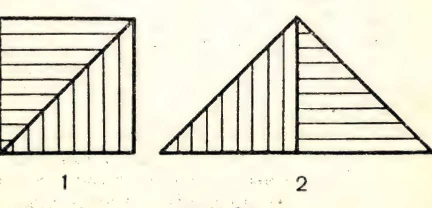


Рис. 24.

Имеются игры, в которых детям предлагается разрезать некоторую фигуру на части и сложить из этих частей другую фигуру. В нашем примере на рисунке 24 можно разрезать квадрат по диагонали и сложить из полученных частей треугольник (рис. 24, *2*).

Таким образом, если две фигуры равновелики, т. е. имеют одинаковые площади, то они равносоставлены (могут быть разбиты на одинаковое число равных частей), но не обязательно равны.

Глава VIII. АЛГОРИТМЫ

§ 1. Что такое алгоритм?

Воспитание детей с самого рождения, в частности воспитание дошкольников, включает усвоение ими разного рода правил и их строгое выполнение (правила утреннего туалета, одевания и раздевания, принятия пищи, перехода улицы и др.). Режим дня дошкольника представляет собой систему предписаний о выполнении детьми и воспитателем действий в определенной последовательности. Обучая детей счету, измерению длин, сложению и вычитанию чисел, уборке комнаты, посадке растений и т. д., мы сообщаем им необходимые правила о том, что и в какой последовательности нужно делать для выполнения задания. Организовывая разнообразные дидактические и подвижные игры, знакомим дошкольников с их правилами.

О всех видах деятельности, осуществляемых по определенным предписаниям, говорят, что они выполняются по определенным алгоритмам. С малых лет человек усваивает и исполняет в каждодневной жизни большое число алгоритмов, часто не зная, что это такое.

Что такое алгоритм? Нередко встречаются виды однотипных задач, например: сложение двух многозначных чисел, переход улицы, регулируемый или нерегулируемый светофором, измерение длины отрезка и т. д. Естественно возникает вопрос: существует ли достаточно общий способ, который можно было бы использовать для решения любой задачи из данного вида однотипных задач?

Если такой общий способ существует, то его называют а л г о р и т м о м данного вида задач. Для каждого из приведенных выше видов задач имеется соответствующий алгоритм.

Для задачи сложения двух многозначных чисел известен способ сложения «в столбик», пригодный для сложения любых двух многозначных чисел, т. е. для решения любой частной задачи из этого вида однотипных задач.

Для задачи перехода улицы, например нерегулируемого светофором, можно сформулировать общий способ в виде следующего предписания, состоящего из 10 указаний, или к о м а н д:

1. Подойди к краю тротуара у знака перехода.
2. Стой.
3. Смотри налево.

4. *Если* идет транспорт слева, *то* перейди к указанию 2, *иначе* — к указанию 5.

5. Пройди до середины улицы.

6. Стой.

7. Смотри направо.

8. *Если* идет транспорт справа, *то* перейди к указанию 6, *иначе* — к указанию 9.

9. Пройди вторую половину улицы до противоположного тротуара.

10. Переход улицы закончен.

В виде аналогичного предписания можно сформулировать и алгоритм приближенного измерения длины отрезка с точностью до 1:

1. Выбери мерку.

2. Наложи мерку с одного (левого) конца измеренного отрезка. Отметь на отрезке второй конец мерки.

3. Теперь оставшаяся часть отрезка — измеряемый отрезок.

4. *Если* измеряемый отрезок больше мерки, *то* перейди к указанию 2, *иначе* — к указанию 5.

5. Сосчитай метки на отрезке.

6. Полученное число — значение длины отрезка.

7. Измерение закончено.

Приведенные примеры позволяют нам несколько разъяснить, что имеется в виду под «общим способом» решения однотипных задач.

Интуитивно *под алгоритмом понимают общепонятное и точное предписание о том, какие действия и в каком порядке необходимо выполнить для решения любой задачи из данного вида однотипных задач.*

Это определение, разумеется, не является математическим определением в строгом смысле, так как в нем встречается много терминов, смысл которых, хотя и интуитивно, может быть ясен, но точно не определен («предписание», «общепонятное», «точное», «действие»). Однако оно представляет собой разъяснение того, что обычно вкладывается в интуитивное понятие алгоритма, а для наших целей этого вполне достаточно.

Какие же свойства характеризуют всякий алгоритм?

Анализ различных алгоритмов позволяет выделить следующие общие свойства, присущие алгоритмам:

а) массовость, т. е. алгоритм предназначен для решения не одной какой-нибудь задачи, а для решения любой задачи из данного вида однотипных задач;

б) определенность (или детерминированность), т. е. алгоритм представляет собой строго определенную последовательность шагов, или действий, он однозначно определяет первый шаг и какой шаг следует за каждым шагом, не оставляя решающему задачу никакой свободы выбора следующего шага по своему усмотрению;

в) результативность, т. е. решая любую задачу из данного вида

задач по соответствующему алгоритму, за конечное число шагов получаем результат. Разумеется, для различных частных задач одного вида число шагов может оказаться различным, но оно всегда конечно.

Слово «алгоритм» происходит от имени известного математика IX в. аль-Хорезми, что означает «из Хорезма», впервые сформулировавшего правила выполнения арифметических действий над многозначными числами. Через труды аль-Хорезми в Европу проникли способы действий с числами в десятичной системе счисления, которые стали называть алгоритмами согласно латинской транскрипции имени ученого.

В течение столетий значение слова «алгоритм» постепенно обобщалось, и сегодня под алгоритмом понимают некоторый общий метод или способ, предписание, инструкцию, свод правил для решения за конечное число шагов любой задачи из определенного вида однотипных задач, для которого предназначен этот метод.

Алгоритм — одно из фундаментальных научных понятий, изучаемое и математикой, и информатикой — молодой, отпочковавшейся от математики наукой, изучающей способы представления, хранения и преобразования информации с помощью различных автоматических устройств, главным образом современных электронных вычислительных машин (ЭВМ). Наличие алгоритма для осуществления некоторой деятельности является необходимым условием передачи этого вида деятельности различным автоматическим устройствам, роботам, ЭВМ (от отпуска стакана газированной воды, продажи газеты или продажи авиабилета с хранением и преобразованием информации о наличии свободных мест до управления сложными технологическими процессами, не говоря уже о выполнении огромных объемов вычислительной работы, связанной с решением сложных научно-технических задач).

Возможность автоматизации тех видов человеческой деятельности, которые осуществляются по определенным алгоритмам, связана с тем, что действия, предписанные алгоритмом, носят формальный характер, для их выполнения человеку не нужно проявлять изобретательность, он их совершает, как говорят, машинально. Это и означает, что такие виды деятельности могут быть переданы машине, разумеется, не любой, а специальной, «умеющей» выполнять эти действия.

Имеются различные формы записи или представления алгоритмов, предназначенные для различных исполнителей: словесные предписания, в том числе включающие различные формулы, и наглядные блок-схемы, ориентированные на исполнителя-человека, программы, представляющие собой запись алгоритма на языке, понятном ЭВМ, т. е. языке программирования.

Здесь уместно уточнить, что означает выдвинутое требование «общепонятности» предписания, которым задается алгоритм. Это означает, что предписание должно быть сформулировано так, чтобы оно было одинаково понятно всем исполнителям той категории, на которую оно ориентировано. Это имеет чрезвычайно важное значение, в частности, при обучении маленьких детей. Например,

приведенные выше предписания, задающие алгоритмы перехода улицы и измерения длины, не предназначены для обучения дошкольников. Для этой цели нужно сформулировать их на понятном детям языке, что и делает любой воспитатель, если, разумеется, он имеет соответствующую подготовку и понимает свои задачи.

Однако приведенные выше предписания составлены так, что они выявляют шаговую (дискретную) оперативно-логическую структуру алгоритмов. Поясним, что это означает.

1. Каждый алгоритм может быть представлен в виде последовательности шагов. Разумеется, понятие «шаг» является относительным. Один и тот же алгоритм можно по-разному представить в виде последовательности шагов, и не всегда отдельные шаги соответствуют «элементарным» действиям. Само понятие «элементарное действие» относительно: одно и то же действие может быть для одного ребенка, и не только ребенка, элементарным, для другого — неэлементарным, и возникает необходимость в его расчленении на другие, элементарные, действия.

Дискретность структуры алгоритма состоит в том, что для каждого шага можно указать однозначно непосредственно следующий за ним шаг.

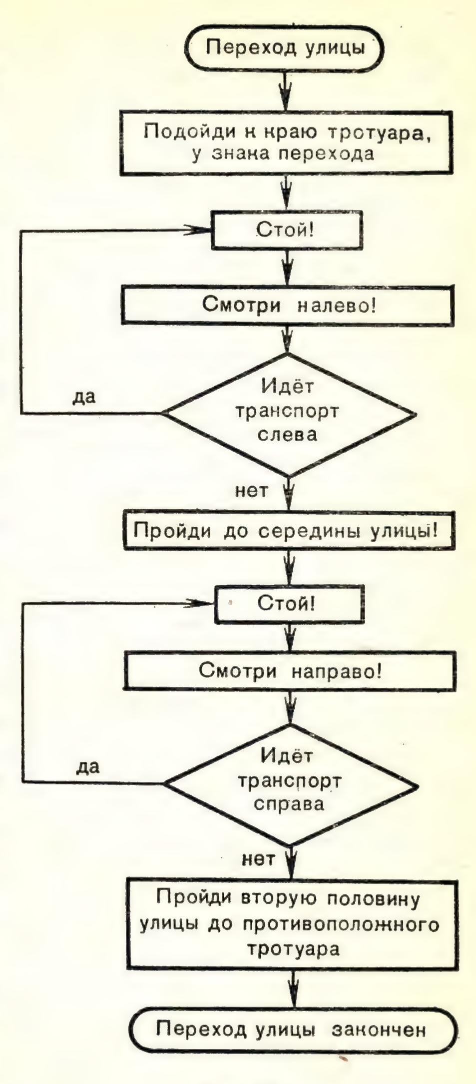


Рис. 25.

2. В приведенных выше предписаниях можно различить два основных вида команд, а следовательно, два основных вида шагов, представленных этими предписаниями алгоритмов: простые команды, предписывающие выполнение некоторых действий («смотри влево», «пройди до середины улицы», «выбери мерку», «наложи мерку» и т. д.), и составные, определяющие разветвление процесса решения задачи в зависимости от выполнения или невыполнения некоторого условия («если идет транспорт слева, то перейди

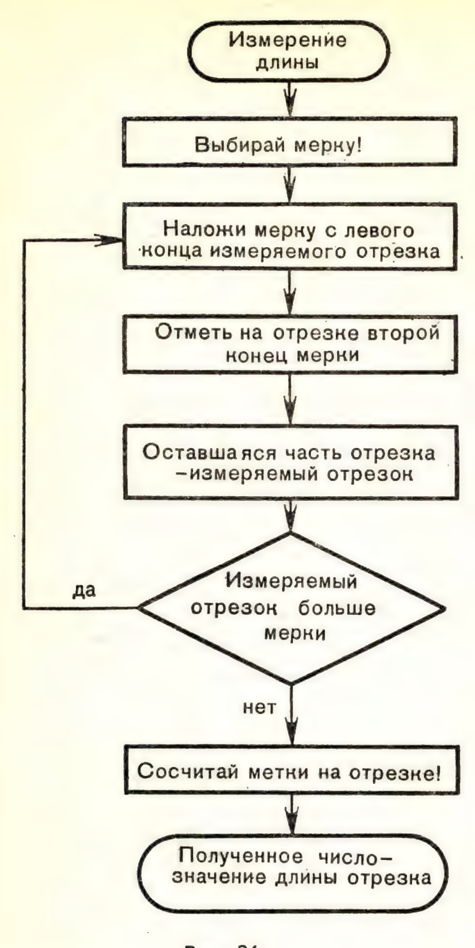


Рис. 26.

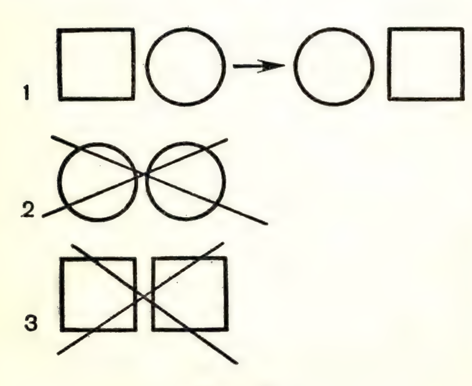


Рис. 27.

к указанию 2, иначе — к указанию 5»), называемые условными.

Условная команда имеет вид «если *P*, то *A*, иначе *B*». Она предписывает следующий порядок действий: если условие *P* выполняется (истинно), то выполняется *A* (в нашем примере — возврат к указанию 2). Если же условие *P* не выполняется (ложно), что обозначается словом *иначе*, то *A* пропускается и выполняется *B* (в нашем примере осуществляется переход к следующему указанию 5).

Условные команды можно записать сокращенно: «если *P*, то *A*», при этом подразумевается, что если условие *P* не выполняется, то осуществляется переход к следующей по порядку команде.

В приведенных выше примерах условные команды, если условие *P* выполняется, определяют повторение некоторых действий («стой», «смотри влево», «смотри вправо», «наложи мерку» и т. д.) определенное число раз (пока условие *P* выполняется). Такие процессы и соответствующие им алгоритмы, в которых некоторые действия повторяются, называются циклическими.

Если же алгоритм состоит из одних простых команд, то он называется линейным.

Таким образом, различают **линейные**, **разветвленные** и **циклические** алгоритмы.

Алгоритм можно наглядно представить в виде блок-схемы, состоящей из блоков и стрелок. Каждый шаг представляется с

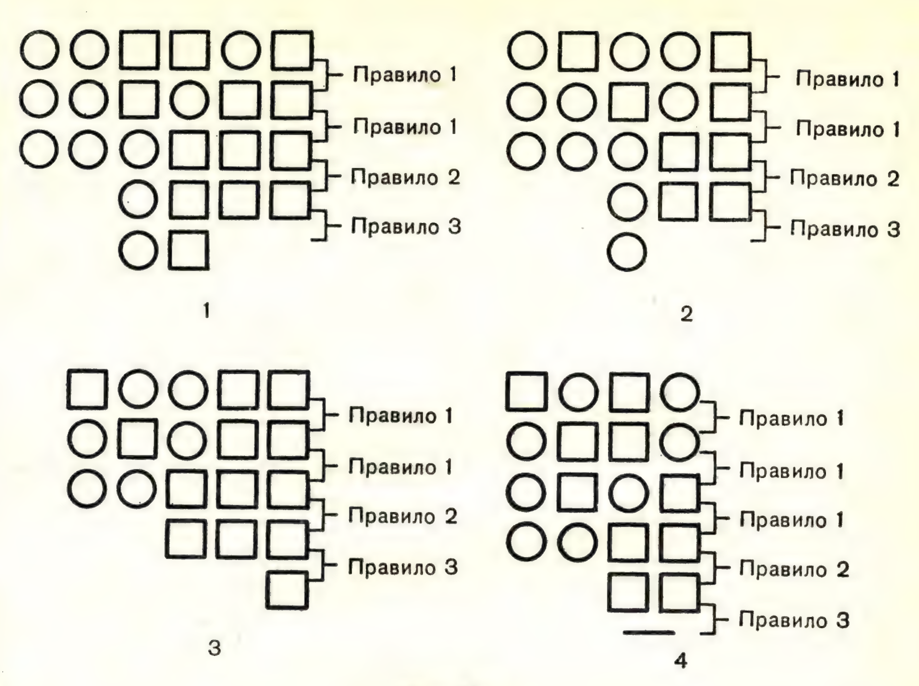


Рис. 28.

помощью блока. Блок, предусматривающий выполнение некоторого действия, изображается в виде прямоугольника, внутри которого записано соответствующее действие. Блок, представляющий логическое условие, изображается в виде ромба, внутри которого записано проверяемое условие. Если от шага *А* непосредственно следует шаг *В*, то от блока *А* к блоку *В* проводится стрелка. От каждого прямоугольника исходит только одна стрелка, от каждого ромба — две стрелки: одна с пометкой «да», идущая к блоку, следующему за логическим условием, если оно выполняется, другая — с пометкой «нет», идущая к блоку, следующему за логическим условием, если оно не выполняется. Начало и конец изображаются овальными фигурами.

Алгоритмы, представленные выше с помощью словесных предписаний, могут быть представлены и с помощью блок-схемы, иными словами, эти предписания переводятся в блок-схемы.

На рисунке 25 изображена блок-схема алгоритма перехода улицы, нерегулируемого светофором.

На рисунке 26 изображена блок-схема алгоритма приближенного измерения отрезка с точностью до 1 произвольной (условной) меркой.

Для изображения алгоритмов некоторых детских игр (правил игры) могут быть использованы специальные условные обозначения, которые легко разъясняются детям.

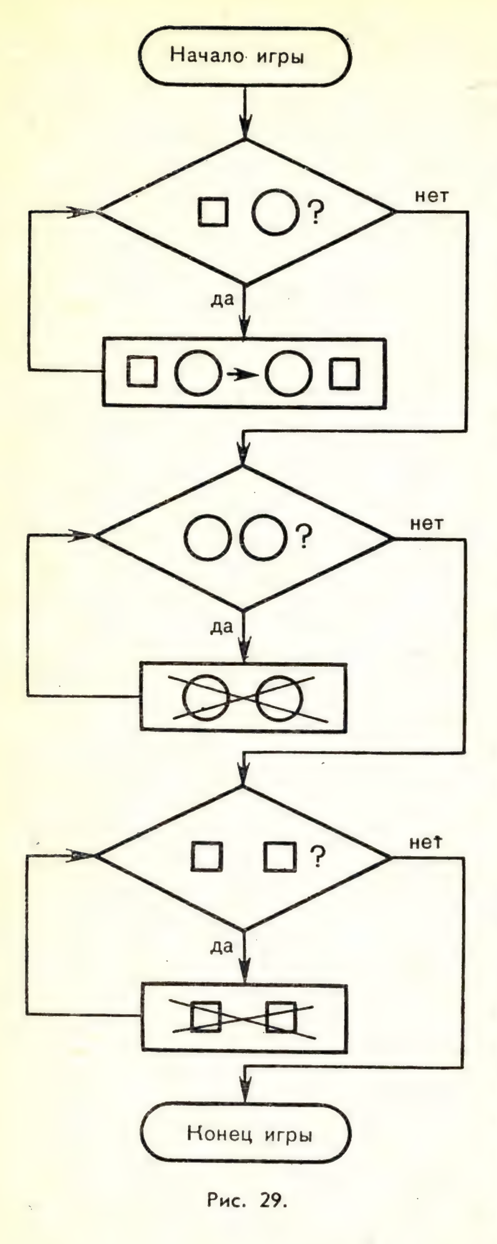


Рис. 29.

Приведем в качестве примера игру «Преобразование слов», моделирующую понятие «алгоритм преобразования слов в данном алфавите».

В этой игре, а по существу серии игр, буквы и слова необычные. Используется двухбуквенный алфавит, состоящий из двух различных геометрических фигур, например квадратика и кружочка, или из 0 и 1. Словами мы называем конечные цепочки из квадратиков и кружочков (во втором варианте конечные последовательности из нулей и единиц). Любое сколь угодно длинное слово в нашем алфавите преобразовывается по приведенным на рисунке 27 правилам следующим образом: если в заданном слове имеется квадратик, расположенный левее кружочка, то согласно правилу 1 их нужно поменять местами; если во вновь полученном слове опять имеется квадратик, расположенный левее кружочка, нужно опять их поменять местами и т. д.; правило 1 применяется столько раз, сколько возможно, т. е. пока не получится слово, в котором уже нет квадратика, расположенного левее кружочка, или в котором все кружочки лежат левее всех квадратиков; затем переходим к применению правила 2, а именно, если имеется два рядом стоящих кружочка, их удаляют, и правило 2 применяется столько раз, сколько возможно, т. е. пока не получится слово, в котором нет двух рядом стоящих кружочков; затем переходим к применению правила 3, а именно, если имеется два рядом стоящих квадратика, их удаляют, и это правило применяется столько раз, сколько возможно, т. е. пока не получится слово, в котором нет двух рядом стоящих квадратиков. Полученное

слово является результатом преобразования исходного слова по заданным правилам и способу их применения, определяющим вместе некоторый алгоритм преобразования слов в данном алфавите.

На рисунке 28 показано преобразование четырех слов по этому алгоритму.

Как показывает опыт обучения, повторив эту игру несколько раз для различных «слов», дети 5—6 лет в состоянии заранее правильно определить, какие вообще могут оказаться результаты сокращения «слов» по заданным правилам: кружочек и квадратик, или один кружочек, или один квадратик, или «ничего» (это «ничего» стали потом называть «пустым словом»).

Приведенные выше правила игры (рис. 27) вместе с процедурой их применения могут быть изображены блок-схемой (рис. 29).

Умение применять разного рода алгоритмы, тем более умение предвидеть и обосновывать возможные результаты их применения — признак формирования свойственного для математики стиля мышления. Моделирование различных алгоритмов в виде детских игр открывает широкие возможности для формирования зачатков этого стиля мышления уже у дошкольников.

§ 2. «Вычислительные машины»

Речь пойдет, разумеется, о детских играх, поэтому слова «вычислительные машины» взяты в кавычки. Прежде всего рассмотрим серию игр, в которых под термином «вычислительные машины» понимают блок-схемы несложных вычислительных процессов.

На рисунке 30,*1* изображена простейшая «вычислительная машина», умеющая выполнять только одно действие — «прибавление единицы».

Если один из участников игры задает на входе машины какое-нибудь число, например 3, размещая в верхней овальной фигуре карточку с соответствующей цифрой, то другой участник, выполняющий роль «вычислительной машины», должен положить на выход

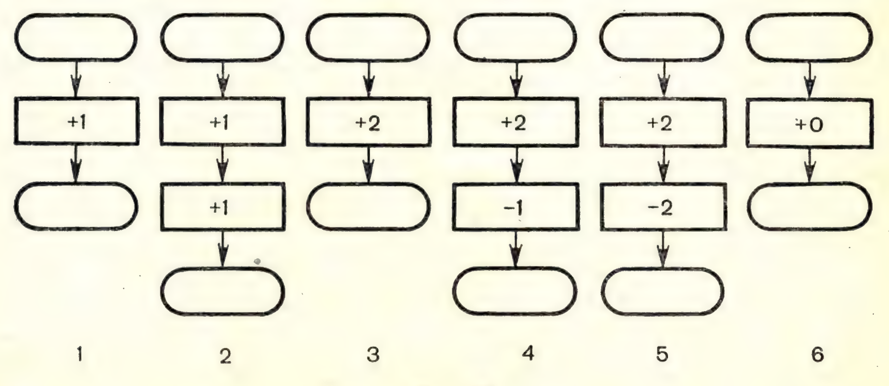


Рис. 30.

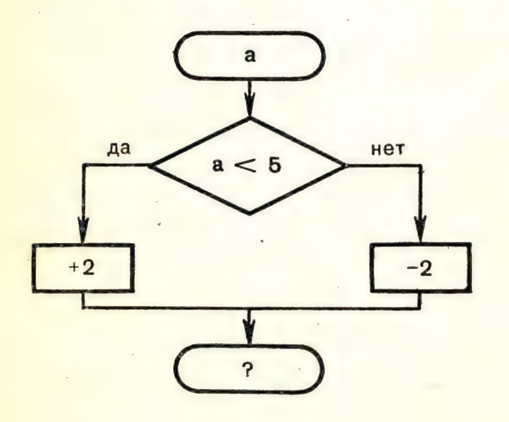
карточку с результатом, т. е. с числом 4. Если он ошибочно кладет другую карточку, то ее отбирают. Проигрывает тот, у кого не хватает карточек с цифрами для продолжения игры.

«Вычислительная машина» постепенно усложняется. На рисунке 30,*2* изображена «машина», последовательно выполняющая действие «прибавление единицы» дважды.

Возникает вопрос: нельзя ли усовершенствовать «вычислительную машину», выполняющую два одинаковых действия «прибавление единицы», заменив ее другой, выполняющей лишь одно действие? Такая «машина» изображена на рисунке 30,*3*. В процессе игры подтверждается, что если на входы этих двух «вычислительных машин» попадут карточки с одинаковыми числами, то на их выходах окажутся также карточки с одинаковыми числами, т. е. эти «машины» действуют одинаково, тем самым доказывается тождество $(a+1)+1=a+2$ для любого a.

Аналогично в ходе игры с использованием «машины», изображенной на рисунке 30,*4*, обнаруживается, что последовательное выполнение двух действий «$+2$» — прибавление числа 2 и «-1» — вычитание единицы, равносильно выполнению одного действия «$+1$» — прибавление единицы. Следовательно, «машины», изображенные на рисунках 30,*1* и 30,*4*, действуют одинаково ($(a+2)-1=$ $=a+1$ для любого a). Целесообразно также проведение игры с использованием «машины», изображенной на рисунке 30,*5*. Можно вместо действий «$+2$» и «-2» взять «$+3$» и «-3» или «$+1$» и «-1». Проверив для нескольких различных чисел работу этой «машины», дети обнаруживают, что она не меняет исходного числа, т. е. они уже открывают для себя то, что в дальнейшем запишут в виде предложения «$(a+2)-2=a$ для любого a» или вообще «$(a+b)-b=a$ для любых a и b».

«Машину», изображенную на рисунке 30,*5*, можно заменить ей



a	a < 5	?
1	1 < 5 (да)	3
2	2 < 5 (да)	4
3	3 < 5 (да)	5
4	4 < 5 (да)	6
5	5 < 5 (нет)	3
6	6 < 5 (нет)	4
7	7 < 5 (нет)	5
8	8 < 5 (нет)	6
9	9 < 5 (нет)	7

2

Рис. 31.

«равносильной», изображенной на рисунке 30,*б*, моделирующей тождество $a+0=a$ для любого a.

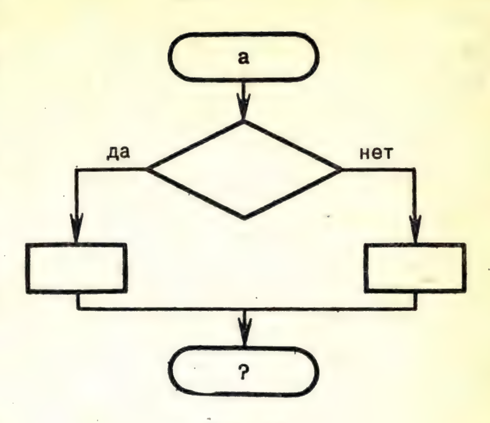


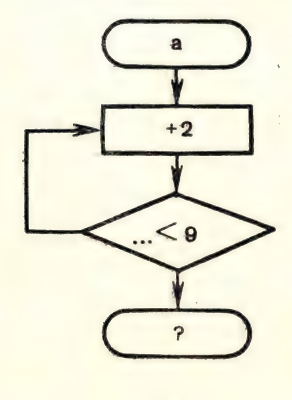
Рис. 32.

Изображенные на рисунке 30 «машины» представляют простейшие линейные алгоритмы. Проводимые эксперименты подтверждают, что дети 5—6 лет легко усваивают и работу «машин», представляющих простейшие разветвленные и циклические алгоритмы.

Изображенная на рисунке 31,*1* «машина» работает следующим образом: если на вход «машины» подано некоторое число a, «машина» прежде всего проверяет, выполняется ли условие «$a<5$». Если оно выполняется, то «машина» прибавляет к данному числу 2, если не выполняется, то вычитает 2. Знак вопроса на выходе «машины» нужно заменить полученным результатом. На рисунке 31,*2* дана таблица, показывающая работу этой «машины» для значений a: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Можно использовать «машины» этой же структуры, но с другими условиями и действиями. Для этой цели изготавливается на большом листе бумаги «машина» с пустыми блоками (рис. 32), в которые вносятся различные условия (в ромбе) и различные действия (в прямоугольниках).

На рисунке 33,*1* изображена «машина», представляющая циклический алгоритм: если на вход подано некоторое число a, то «машина» прибавляет к нему 2, если полученное число меньше 9, она опять прибавляет 2 и т. д., пока не получится число, не меньшее 9, т. е.



1

а	+2	...< 9	?
1	3	3 < 9 (да)	
	5	5 < 9 (да)	
	7	7 < 9 (да)	
	9	9 < 9 (нет)	9
2	4	4 < 9 (да)	
	6	6 < 9 (да)	
	8	8 < 9 (да)	
	10	10 < 9 (нет)	10

2

Рис. 33.

равное или большее 9. Это число и будет результатом. Работа этой «машины» иллюстрируется для чисел 1 и 2 в таблице на рисунке 33,*2*.

В описанных выше играх моделируются различные алгоритмы в виде блок-схем. В следующей серии игр «Вычислительные машины» моделируются некоторые алгоритмы в виде машин Поста, представляющих собой одно из разработанных в математике уточнений интуитивного понятия алгоритма.

Машина Поста представляет собой точное предписание в виде программы, состоящей из конечной последовательности определенного рода команд, предназначенной для решения любой задачи из целого вида однотипных задач. Хотя машина Поста — чисто теоретическое понятие («теоретическая машина»), ее программа является прообразом программы для реальной ЭВМ.

Профессор МГУ В. А. Успенский в своей популярной брошюре «Машина Поста» (М., 1979.— С. 4) говорит о том, что школьники первых классов и даже старшие дошкольники без труда могут осуществлять «вычисления» на машине Поста по заданной программе, например, при помощи разграфленной на секции бумажной ленты и канцелярских скрепок или пуговиц в качестве меток, а также составлять простейшие программы (не содержащие команд передачи управления). Это высказывание В. А. Успенского подтверждается и проводимыми экспериментами. Опишем две простейшие машины Поста, осуществляющие «прибавление единицы».

Память машины представляет собой ленту, разделенную на клетки. Каждая клетка памяти может хранить определенный знак (в качестве такого знака мы использовали красный кружочек, вырезанный из картона), в таком случае она считается заполненной, а в противном случае — пустой. Машина в любой момент «смотрит» лишь на одну клетку памяти и может выполнить следующие действия: а) «передвинуть свое внимание» (осуществить сдвиг) на одну клетку вправо или влево; б) положить кружочек в обозреваемую клетку, если она пуста; в) вынуть кружочек из обозреваемой (в данный момент) клетки, если она заполнена. Если машине поступает команда положить кружочек в уже заполненную клетку или вынуть кружочек из пустой клетки, то она «ломается».

На рисунке 34,*1* изображена простейшая программа прибавления единицы, а на рисунке 34,*2* показано, как выполняется эта программа, если в начале работы машины в памяти хранятся три кружочка, а машина «смотрит» на самую правую заполненную клетку, что обозначено стрелкой.

По команде 1 машина «передвигает» свое внимание на одну клетку вправо и переходит к выполнению команды 2 (в конце этой команды указан номер команды, к выполнению которой должна переходить машина). По команде 2 машина кладет кружочек в пустую клетку, на которую она смотрит, и переходит к выполнению команды 3 («стоп»), по которой останавливается.

Если эту программу применить к начальному состоянию, изображенному на рисунке 34,*3*, то машина сломается, так как командой

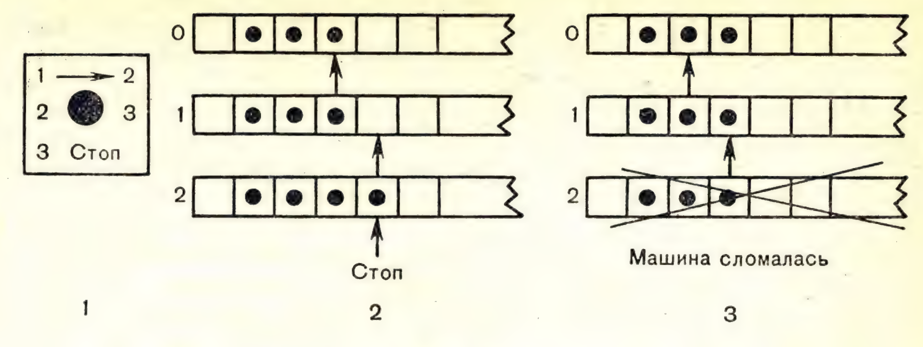


Рис. 34.

2 ей предписано положить кружочек в заполненную клетку. Значит, для случая, когда машина «смотрит» вначале не на самую правую заполненную клетку, эта машина не годится, нужна более совершенная программа прибавления единицы. Такая программа изображена на рисунке 35,*1*.

На рисунке 35,*2* имитируется работа этой машины.

По команде 1 машина совершает сдвиг вправо на одну клетку и переходит к выполнению команды 2. Команда 2 выполняется в зависимости от того, «смотрит» машина в данный момент на пустую или на заполненную клетку. В нашем случае машина «смотрит» на заполненную клетку. Поэтому надо смотреть на нижнюю стрелку команды 2, на которой нарисована заполненная клетка. Она указывает на то, что нужно возвратиться (еще раз выполнить) к команде 1. По этой команде машина еще раз «сдвигается» вправо на одну клетку и переходит к выполнению команды 2. Теперь, так как машина «смотрит» на пустую клетку, верхняя стрелка команды 2, на которой нарисована пустая клетка, указывает,

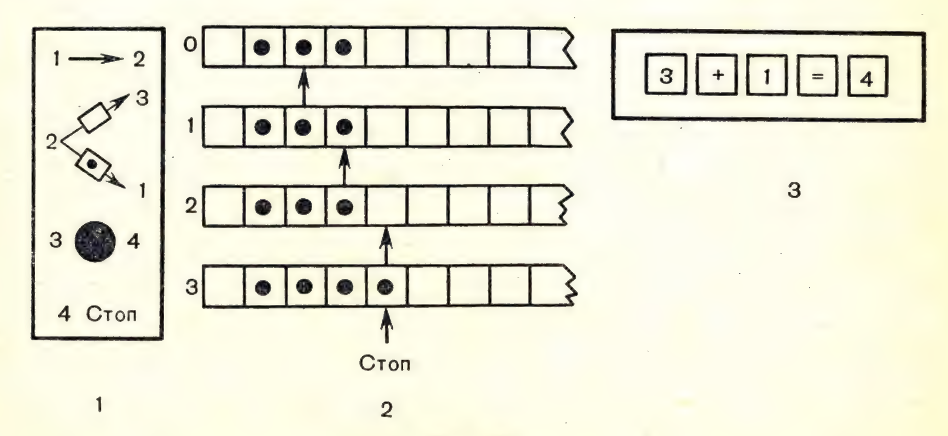


Рис. 35.

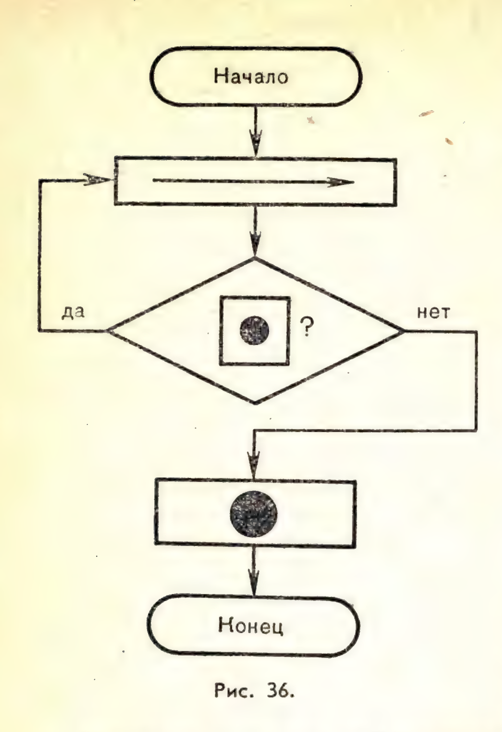


Рис. 36.

что надо перейти к выполнению команды 3. По команде 3 машина кладет в пустую клетку, на которую она «смотрит», кружочек и переходит к выполнению команды 4. По команде 4 машина останавливается.

Дети с увлечением имитируют работу машины при различных начальных состояниях. После имитации работы вычислительной машины рекомендуется показать им с помощью карточек с цифрами и знаками $+$ и $=$, какое действие выполнила машина (рис. 35,*3*), что с успехом выполняют сами дети. Повторяя эту игру для различных исходных чисел (кружочков в памяти машины), дети могут самостоятельно получить таблицу прибавления единицы: $1+1=2$; $2+1=3$; $3+1=4$; ...; $9+1=10$.

Нетрудно заметить, что последняя программа представляет определенным образом записанный циклический алгоритм, который можно задать и с помощью блок-схемы (рис. 36).

Можно разработать игры, использующие и простейшие программы вычитания 1, прибавления 2 и некоторые другие.

Отметим в заключение, что приведенные в этом параграфе игры типа «Вычислительная машина», а также им подобные открывают хорошие возможности для раннего внедрения в обучение простейших идей информатики, способствующие повышению развивающего эффекта обучения, формированию некоторых умений, характеризующих операционный стиль мышления и, что особенно важно, умения расчленять сложные действия на элементарные составляющие и представлять их в виде организованной совокупности последних, умения планировать свои действия, умения строго придерживаться определенных правил, умения выражать свои действия адекватными языковыми средствами и др.

Вряд ли нуждается в доказательстве важность этих умений в человеческой деятельности, необходимость и возможность как можно более раннего начала работы по их формированию у детей.

Часть третья

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДОШКОЛЬНИКОВ

Глава IX. ДИДАКТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДОШКОЛЬНИКОВ

§ 1. Задачи предматематической подготовки детей

Предматематическая подготовка, осуществляемая в детском саду, является частью общей подготовки детей к школе и заключается в формировании у них элементарных математических представлений. Этот процесс связан со всеми сторонами воспитательно-образовательной работы детского дошкольного учреждения и направлен прежде всего на решение задач умственного воспитания и математического развития дошкольников. Отличительными его чертами являются общая развивающая направленность, связь с умственным, речевым развитием, игровой, бытовой, трудовой деятельностью.

При постановке и реализации задач предматематической подготовки дошкольников учитывают:

— закономерности становления и развития познавательной деятельности, умственных процессов и способностей, личности ребенка в целом;

— возрастные возможности дошкольников в усвоении знаний и связанных с ними навыков и умений;

— принцип преемственности в работе детского сада и школы.

В процессе предматематической подготовки обучающие, воспитательные и развивающие задачи решаются в тесном единстве и взаимосвязи друг с другом.

Приобретая математические представления, ребенок получает необходимый чувственный опыт ориентировки в разнообразных свойствах предметов и отношениях между ними, овладевает способами и приемами познания, применяет сформированные в ходе обучения знания и навыки на практике. Это создает предпосылки для возникновения материалистического миропонимания, связывает обучение с окружающей жизнью, воспитывает положительные личностные черты. Остановимся далее на основных задачах предматематической подготовки детей в детском саду.

1. Формирование системы элементарных математических представлений у дошкольников. С содержательной стороны наиболее важными в смысле формирования первичных простейших представлений являются такие фундаментальные математические понятия, как «множество», «отношение», «число», «величина». Эти понятия широ-

ко представлены в первоначальном обучении, но не в прямом смысле, а с точки зрения пропедевтики формирования лишь представлений о них. Образно говоря, ребенок в детском саду постигает «науку до науки», и естественно это связано с тем, что по своей психологической структуре элементарные математические представления имеют образную природу. Постепенное усложнение знаний, осваиваемых детьми, заключается в увеличении как объема количественных, пространственных и временных представлений, так и степени их обобщения.

Система знаний и первоначальных представлений о множествах, отношениях, числах и величинах, хотя и весьма ограничена рамками возможностей обучения дошкольников, является значимой для дальнейшего овладения понятиями школьной математики.

Элементарные математические представления формируются на базе освоения детьми в определенной последовательности способов действий (например, предлагается разложить столько предметов на свободной полоске, сколько их нарисовано на образце, наложить полоски разной длины друг на друга, подобрать картинки с предметами к соответствующей геометрической фигуре и т. д.). Способы действий постепенно усложняются; к концу обучения в детском саду вырабатываются простейшие навыки счета предметов, измерения расстояний, объемов жидкостей и сыпучих веществ условной меркой, умения выполнять вычисления при решении арифметических задач в одно действие на сложение и вычитание.

Элементарные математические представления и соответствующие им способы действий являются основными составными частями системы знаний для дошкольников.

Усвоение различных понятий, относящихся к наиболее сложным отраслям человеческого знания, должно опираться на чувственный опыт и житейские представления, которые складываются уже в дошкольном возрасте.

Основное отличие понятия от представления состоит прежде всего в том, что в понятии отражаются существенные признаки объекта, абстрагированные от его прочих, несущественных свойств. В представлении же отражаются как существенные, так и несущественные свойства объекта в его непосредственном восприятии.

В экспериментальных исследованиях (П. Я. Гальперин, Л. Ф. Обухова и др.) показана возможность формирования у дошкольников отдельных полноценных математических понятий, но для этого требуются особые условия. Рассмотрим некоторые условия, при которых возможно усвоение понятий и развитие понятийного мышления.

Понятийный способ распознавания объектов возможен на основе метода поэтапного формирования умственных действий (П. Я. Гальперин). Этот метод представляет собой определенную последовательность действий: зная существенный признак поня-

тия, ребенок выделяет свойства рассматриваемого предмета и сопоставляет их с существенным признаком понятия, а затем делает вывод о том, относится анализируемый предмет к данному понятию или нет. Сначала сопоставление признаков происходит под руководством педагога. Затем ребенок сам, сопоставляя признаки, рассуждает вслух. На следующем этапе, сопоставляя эти признаки, он рассуждает мысленно, «про себя», по той же схеме, которая служит основой и для речи. Так, постепенно, усваивая последовательность действий, отражаемых во внешней, а затем внутренней речи, ребенок овладевает способом подведения под изучаемое понятие любого предмета, свойства или явления. Развернутое суждение по схеме производимых действий постепенно переходит сначала в план краткой речи «про себя», а затем в план умственного действия. Теперь, овладев способом действия и рассуждения, ребенок сможет решить любую новую задачу самостоятельно.

Обучение, построенное по методу поэтапного развития умственных действий, позволяет приблизиться к формированию понятия числа, основанного на понимании принципа сохранения объема, массы и количества, создать основы для возникновения элементов теоретического мышления (Л. Ф. Обухова).

Повышению уровня в обобщении математических представлений, формированию математических понятий способствует не только особая организация умственной деятельности, но и применение в процессе обучения специальных познавательных средств: моделей, графиков, схем и т. д. Например, «лесенка», составленная из кругов, моделирует количественные и порядковые отношения натуральных чисел, четыре круга — розового, белого, голубого и черного цвета — модель частей суток и т. д.

Формирование элементарных математических представлений у дошкольников может осуществляться по-разному. Поскольку опыт и знания у детей невелики, обучение в основном идет так: сначала с помощью взрослого накапливаются конкретные знания, а затем они обобщаются до простейших правил и закономерностей. Однако этот необходимый и важный для умственного развития маленьких детей путь имеет и свои недостатки: дети не могут выйти за пределы тех единичных фактов и случаев, на основании которых были подведены к обобщениям; не в состоянии подвергнуть анализу более широкий круг знаний, что ограничивает развитие их самостоятельной мысли и поиска. Поэтому в обучении необходимо использовать и другой путь, когда мысль и усвоение знаний идут от общего к частному. Усвоенное правило дети должны научиться применять в конкретных условиях.

Рациональное сочетание указанных методов способствует наиболее высокому умственному и математическому развитию детей. Не всегда следует ставить ребенка в позицию «первооткрывателя», вести его от единичных конкретных знаний к выводам и обобщениям. Ребенок должен научиться овладевать и готовыми

знаниями, накопленными человечеством, ценить их, уметь пользоваться ими для анализа как своего опыта, так и фактов и явлений окружающей жизни. Например, на определенном этапе дошкольников знакомят с четырехугольниками. Обращаясь к детскому опыту, можно, во-первых, предложить найти и назвать те знакомые фигуры, которые имеют четыре стороны и четыре угла и могут быть отнесены к четырехугольникам, а во-вторых, отыскать предметы или части предметов четырехугольной формы (подобная конкретизация углубляет знания детей об этой геометрической фигуре).

Аналогично детей знакомят и с многоугольниками. Конкретизируя свои знания, дошкольники показывают и называют треугольники, квадраты, прямоугольники разных размеров, относя все эти фигуры к многоугольникам. Представление о многоугольнике как бы надстраивается над всем разнообразием фигур, ограниченных замкнутыми ломаными линиями, правильных и неправильных, больших и малых.

Следовательно, для развития мыслительных способностей детей необходимо пользоваться разными путями, подводить их к пониманию единства общего и единичного, абстрактного и конкретного. Обучение в детском саду — это не только сообщение знаний, но и развитие у детей умственных способностей, механизмов умственной деятельности, что облегчает переход от эмпирических знаний к понятийным.

2. Формирование предпосылок математического мышления и отдельных логических структур, необходимых для овладения математикой в школе и общего умственного развития. Усвоение первоначальных математических представлений способствует совершенствованию познавательной деятельности ребенка в целом и отдельных ее сторон, процессов, операций, действий. Становление логических структур мышления — классификации, упорядочивания, понимание сохранения количества, массы объема и т. д. выступает как важная самостоятельная особенность общего умственного и математического развития ребенка-дошкольника.

Процесс формирования элементарных математических представлений строится с учетом уровня развития наглядно-действенного и наглядно-образного мышления дошкольника и имеет своей целью создание предпосылок для перехода к более абстрактным формам ориентировки в окружающем. Овладение различными практическими способами сравнения, группировки предметов по количеству, величине, форме, пространственному расположению фактически закладывает основы логического мышления. В процессе формирования математических представлений у дошкольников развивается умение применять опосредованные способы для оценки различных свойств предметов (счет — для определения количества, измерение — для определения величин и т. д.), предвосхищать результат, по результату судить об исходных данных, понимать не только видимые внешние связи и зависимости, но и некоторые внутренние,

наиболее существенные. Определенным итогом обучения дошкольников является не только сформированная система математических представлений, но и основы наглядно-схематического мышления как переходной ступени от конкретного к абстрактному. У детей совершенствуется способность к аналитико-синтетической и классифицирующей деятельности, абстрагированию и обобщению.

3. Формирование сенсорных процессов и способностей. Основное направление в обучении маленьких детей — осуществление постепенного перехода от конкретных, эмпирических знаний к более обобщенным. Эмпирические знания, формируемые на основе сенсорного опыта,— предпосылка и необходимое условие умственного и математического развития детей дошкольного возраста.

Уже в раннем детстве начинают складываться представления об окружающем, о признаках и свойствах предметного мира: форме, величине, пространственном расположении предметов и их количестве. В основе познания маленькими детьми качественных и количественных признаков предметов и явлений лежат сенсорные процессы: ощущение, восприятие, представление. Малыш познает свойства и качества предмета в действиях, практическим путем.

«Шкаф сзади тебя»,— говорят ребенку. «А где это сзади: где спина?» — уточняет ребенок и прижимается к шкафу спиной, чтобы конкретно ощутить, познать пространственное положение предмета сзади.

«Найди среди игрушек такие, которые похожи на этот треугольник». Ребенок, внимательно рассмотрев треугольник и обследовав его руками, довольно легко отыскивает аналогичные заданной форме предметы.

Детей целенаправленно обучают отдельным приемам и обобщенным способам обследования: обведению контура предмета рукой и взглядом для выявления формы, «взвешиванию» предметов на ладонях обеих рук с целью сравнения их масс, наложению или приложению полосок бумаги для сравнения длины, сопоставлению элементов одной группы предметов с другой для выяснения отношений «больше», «меньше», «равно» и др. Так происходит сравнение по форме, величине, количеству, сопоставление выявленных признаков с тем, что уже имеется в опыте ребенка.

Более высокий уровень ориентировки в количественных, пространственных и временных отношениях обеспечивается умением пользоваться общепринятыми эталонами. Система эталонов сложилась в общественно-исторической практике человека и представляет собой упорядоченные формы (геометрические фигуры), величины (меры длин, массы, объема, времени и т. д.) и другие качества. Овладевая такого рода знаниями, ребенок получает как бы набор мерок, или эталонов, с которыми он может сопоставить любое вновь воспринятое качество, найти ему место в ряду других.

В дошкольном возрасте осуществляется освоение сенсорных эталонов не только на перцептивном, но и на интеллектуальном

уровне (Л. А. Венгер). Маленькие дети овладевают отдельными элементами системы эталонов, применяя обследовательские действия, которым их обучали взрослые. Более старшие дошкольники, используя сериацию и классификацию, приходят к осознанию принципа построения таких систем. Работа по освоению и применению детьми сенсорных эталонов в детском саду только лишь начинается, более глубокое ознакомление с ними происходит в школе.

Сенсорные процессы (восприятие, представление) и способности (наблюдательность, глазомер) являются также основой целенаправленной работы, проводимой с детьми в русле их предматематической подготовки. Специальная организация сенсорного опыта создает почву для опосредованного познания, подготавливает к формированию математических понятий.

4. Расширение словаря детей и совершенствование связной речи. Процесс формирования элементарных математических представлений предполагает планомерное усвоение и постепенное расширение словарного запаса, совершенствование грамматического строя и связности речи.

Количественные отношения ребенок отражает с помощью слов *много, один, ни одного, столько, сколько, поровну, больше, меньше* и т. д., которые осознаются в результате непосредственных действий при сравнении отдельных предметов и их совокупностей. Заимствованные из речи окружающих слова-числительные наполняются смыслом и используются с определенной целью — узнать, сколько предметов. При счете ребенок учится на интуитивном уровне согласовывать числительное с существительным в роде, числе и падеже. Сравнение совокупностей предметов по количеству, а позже сравнение чисел требует построения и употребления довольно сложных речевых конструкций. В речевую форму облекаются не только результаты познавательной деятельности, но и ее способы. От ребенка требуют рассказать, что он сделал (например, на верхнюю полоску положил 6 красных кружков, а на нижнюю — 7 синих) и что получилось (синих кружков оказалось больше, чем красных, а красных — меньше, чем синих). Чем глубже осознаются математические связи, зависимости и отношения, тем более совершенные средства применяются для их отражения в речи.

Детей учат не только на чувственном уровне распознавать величины предметов, но и правильно отражать свои представления в слове, например: *шире — у́же, выше — ниже, толще — тоньше* и т. д., отличая эти изменения от изменений общего объема *(больше — меньше, большой — маленький)*. Такая дифференциация вполне доступна детям.

Предлоги, наречия, существительные, обозначающие пространственные отношения, становятся предметом особого внимания, осмысливаются, приобретают обобщенное значение в процессе обучения и, наконец, способствуют совершенствованию пространственной ориентации.

Дети осваивают и словарь временных обозначений: *утро, день,*

вечер, ночь, вчера, сегодня, завтра, быстро, медленно, названия дней недели, месяцев, сезонов. Овладение значением этих слов помогает осмыслить «текучесть», длительность, периодичность времени, развивает «чувство времени».

С помощью слова не только отражаются, но глубже осознаются и обобщаются количественные, пространственные и временные представления. Происходит обогащение речи и за счет овладения некоторыми специальными терминами (названия арифметических действий, общепринятых единиц измерения, геометрических фигур и т. д.). Их объем крайне незначителен, так как основное содержание речи детей составляет «чисто» бытовой словарь.

При формировании математических представлений речевое развитие происходит не изолированно, а во взаимосвязи с сенсорными и мыслительными процессами.

5. Формирование начальных форм учебной деятельности. Важную роль играет предматематическая подготовка и для становления начальных форм учебной деятельности. У детей вырабатываются умения слушать и слышать, действовать в соответствии с указаниями воспитателя, понимать и решать учебно-познавательные задачи определенными способами, использовать по назначению дидактический материал, выражать в словесной форме способы и результаты собственных действий и действий своих товарищей, контролировать и оценивать их, делать выводы и обобщения, доказывать их правильность и другие навыки и умения учебной деятельности. Ребенок овладевает математическими представлениями в основном на занятиях, находясь в коллективе сверстников, тем самым расширяется сфера и опыт коллективных взаимоотношений между детьми. В процессе формирования математических представлений у дошкольников развиваются организованность, дисциплинированность, произвольность психических процессов и поведения, возникают активность и интерес к решению задач.

Отмеченные задачи предматематической подготовки дошкольников имеют место в каждой группе детского сада, но конкретизируются с учетом возраста и индивидуальных особенностей. Для правильной ее постановки и реализации необходимо знание педагогом программы развития элементарных математических представлений не только той группы, с которой он работает; использование средств, методов, форм и способов организации работы, адекватных задачам и уровню развития детей; систематическая работа по реализации задач как на занятиях по формированию математических представлений, так и в повседневной жизни.

Задачи решаются не изолированно, а комплексно, в тесной связи друг с другом. Будучи в основном направленными на математическое развитие детей, они сочетаются с выполнением задач нравственного, трудового, физического и эстетического воспитания, т. е. всестороннего развития личности дошкольников. Комплексный подход к их осуществлению — наиболее эффективный путь обучения маленьких детей. Задачи определяют содержание предматематической подготовки в детском саду.

§ 2. Общая характеристика содержания предматематической подготовки дошкольников

Содержание предматематической подготовки дошкольников в детском саду имеет свои особенности. Они объясняются спецификой математических понятий, историческими и педагогическими традициями в обучении детей дошкольного возраста, требованиями современной школы к уровню общего умственного и математического развития детей.

Математические понятия выражают сложные отношения и формы действительного мира, прежде всего количественные отношения и пространственные формы.

«Чистая математика,— пишет Ф. Энгельс,— имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира, стало быть — весьма реальный материал. Тот факт, что этот материал принимает чрезвычайно абстрактную форму, может лишь слабо затушевать его происхождение из внешнего мира. Но чтобы быть в состоянии исследовать эти формы и отношения в чистом виде, необходимо совершенно отделить их от их содержания, оставить это последнее в стороне как нечто безразличное...»[1].

Абстрактность объектов математики, с одной стороны, и конкретность, наглядно-действенный и наглядно-образный характер мышления дошкольников, с другой стороны, создают объективные трудности в отборе содержания знаний, методов и способов их представления для первоначального обучения.

Психологические и педагогические исследования, проведенные в последние годы, свидетельствуют о больших потенциальных возможностях и резервах развития детского мышления, которые должны эффективно использоваться в воспитании и обучении детей. В процессе наглядно-действенного и наглядно-образного мышления, как отмечает Н. Н. Поддьяков, ребенок приобретает представления об отдельных предметах и их свойствах, которые объединяются в целостные знания об окружающем мире. Уже в дошкольном возрасте появляется возможность отражения существенных закономерных связей, лежащих в основе той или иной сферы реальности и являющихся одновременно предметом изучения различных наук.

Содержание обучения отражается в разделе «Развитие элементарных математических представлений» «Программы воспитания и обучения в детском саду». В каждой возрастной группе программа развития элементарных математических представлений состоит из одинаковых по названию разделов: «Количество и счет» (во второй младшей группе этот раздел называется просто «Количество», так как детей еще не учат считать), «Величина», «Геометрические фигуры», «Ориентировка в пространстве», «Ориентировка во времени». Все эти разделы тесно связаны между собой и

---

[1] Энгельс Ф. Анти-Дюринг // Маркс К., Энгельс Ф. Соч.— 2-е изд.— Т. 20.— С 37.

дают возможность научить детей выделять в предметах и явлениях окружающей действительности такие их стороны, свойства, отношения, которые являются предметом изучения математики. Усваиваемые в детском саду знания с полным правом можно назвать предматематикой, а программу — программой предматематической подготовки в школе. Она включает в себя также и требования к уровню развития количественных, пространственных и временных представлений у детей на каждом возрастном этапе, что дает возможность использовать ее для контроля и проверки степени усвоения основных программных задач.

Наибольшее влияние на математическое развитие детей оказывает овладение специальными видами деятельности. Среди них можно выделить две группы. К первой относятся ведущие по своему характеру математические виды деятельности: счет, измерение, простейшие вычисления, связанные с выполнением арифметических действий. Ко второй — пропедевтические, специально сконструированные в дидактических целях, доматематические виды деятельности: сравнение предметов путем наложения или приложения (А. М. Леушина), уравнивание и комплектование (В. В. Давыдов), сопоставление и уравнивание (Н. И. Непомнящая).

Виды деятельности, относящиеся ко второй группе, опираются на конкретную, предметно-чувственную основу. Поэтому они доступны младшим дошкольникам. Первая группа, хотя и не отрывается от предметной опоры, является более сложной, так как способы действий здесь требуют опосредованного подхода и оценки количественных, пространственных и временных отношений. Виды деятельности, относящиеся к этой группе, становятся доступными в старшем дошкольном возрасте.

Между этими двумя группами существует тесная преемственная связь: более сложные виды деятельности вырастают на базе простых, как бы надстраиваются над ними.

Среди всех видов деятельности традиционным является счет, связанный с возникновением представлений о числах натурального ряда. Еще несколько десятков лет тому назад название самой методики было «Методика обучения счету», а занятия назывались «Занятиями по счету в детском саду».

Определение места и значения счетной деятельности связано с совершенствованием процесса формирования математических представлений и понятий в детском саду и начальной школе. В последнее время критической оценке подверглось развивающее влияние этого вида деятельности, который длительный период был основным и чуть ли не единственным в предматематической подготовке детей.

Умение считать не всегда является показателем математического развития и не гарантирует успешность овладения математикой в школе.

Дети могут механически запоминать последовательность чисел натурального ряда не только до 10, но и даже до 100. Хорошо

известно также, что представления о числах у дошкольников не возникают первыми, а базируются на других, исходных представлениях: о множестве (А. М. Леушина), величине (П. Я. Гальперин, В. В. Давыдов).

Обучение счету в детском саду является необходимым компонентом в подготовке к школе. Однако счет не может быть единственным содержанием обучения в детском саду и полностью обеспечивать математическое развитие ребенка. В настоящее время повышается удельный вес знаний, создающих прочную базу для сознательного усвоения счета, установлены более тесные связи между различными представлениями, формируемыми у детей.

Преждевременное обучение счетной деятельности неизбежно приводит к тому, что представление о числе и счете приобретает формальный характер. Поэтому обучение счету начинается не сразу. Ему предшествует подготовительная работа: многочисленные и разнообразные упражнения с множествами предметов, в которых дети, применяя приемы приложения и наложения, сравнивают совокупности, устанавливают отношения «больше», «меньше», «равно», не пользуясь при этом числом и счетом. Важно показать независимость числа от пространственно-качественных особенностей предметов. В процессе выполнения упражнений, которые постепенно усложняют на протяжении обучения в дошкольном возрасте, неявно используются основные теоретико-множественные понятия: «множество и его элемент», «подмножество», «взаимно однозначное соответствие», «эквивалентность множеств», «операции над множествами» и др.

Следует шире применять логические игры и упражнения, в том числе на классификацию и сериацию с разнообразными дидактическими средствами, которые способствуют формированию полноценных представлений о числе и общему умственному развитию детей.

Лишь после выполнения различных практических действий с множествами ребенок может быть подготовлен к пониманию смысла чисел и счета. Все это происходит в практической деятельности, руководимой взрослыми и имеющей своеобразный учебно-игровой характер.

Со счетной деятельностью тесно связана измерительная, основная цель которой — формирование представлений о величинах. Большая подготовительная работа предшествует простейшим измерениям, которыми дети овладевают в детском саду. Она включает обучение измерению размера, объема, массы путем непосредственного сравнения предметов по данным признакам. Чувственно-практическая деятельность, позволяющая определить, какой из нескольких сравниваемых предметов больше (меньше), шире (у́же), выше (ниже), толще (тоньше), глубже (мельче), тяжелее (легче) и т. д., является первоосновой для введения измерения условными, а затем и общепринятыми мерами. Измерительная деятельность обладает достаточно высоким развивающим эффектом. Она

открывает широкие возможности для формирования целого ряда математических представлений: углубляются и обобщаются представления о числе; более гибким становится навык счета, применяемый в другой ситуации; развиваются представления о части и целом, дошкольники знакомятся с простейшими видами функциональной зависимости и т. д.

Формирование представлений о величине происходит в тесной взаимосвязи с развитием представлений о числе. Число получается и в результате счета, и в результате измерения. Счет и измерение существенно дополняют друг друга, способствуя математическому развитию ребенка.

В старшем дошкольном возрасте дети начинают овладевать элементами вычислительной деятельности, усвоение которой в основном происходит в школе. Счет составляет основу для овладения простейшими приемами вычисления, в процессе которых ребенок оперирует числами и другими математическими категориями.

Формирование пространственно-временных представлений во всех возрастных группах происходит на базе практических ориентировок. Познание пространства и времени дошкольниками осуществляется через их чувственное отражение, осмысление в речи и использование в деятельности (различение и называние геометрических фигур, основных пространственных направлений, отдельных временных отрезков; определение предметов круглой, квадратной, треугольной формы, изменение направления в ходе движения, умение учитывать время в своей деятельности и т. д.).

Линейно-концентрический принцип, который лежит в основе формирования элементарных математических представлений, предполагает в каждом возрастном этапе повторение на более высоком уровне того, что было освоено на предыдущей ступени, и дальнейшее продвижение вперед. Однако в каждом году обучения выделяется одно главное направление. Во второй младшей группе — формирование представлений о равенстве и неравенстве групп по количеству входящих в них предметов, в средней группе — формирование представлений о числах в пределах 5, в старшей — формирование представлений о числах и отношениях между последовательными числами в пределах 10[1].

Поквартальное изложение основных программных задач в методических пособиях и отдельных программных документах облегчает своевременное повторение и закрепление пройденного, освоение нового материала.

В связи с требованиями реформы общеобразовательной и профессиональной школы, решениями XXVII съезда КПСС совершенствуется программа развития элементарных математических представлений у детей в детском саду. На основе типовой программы,

---

[1] См.: Типовая программа воспитания и обучения в детском саду / Под ред. Р. А. Курбатовой, Н. Н. Поддьякова.— М., 1984.

разработанной НИИ дошкольного воспитания АПН СССР, создаются аналогичные документы в каждой союзной республике, несколько отличающиеся друг от друга. Их составители стремятся избежать перегрузки учебного материала второстепенными и малозначительными вопросами, сохранив цельность, системность, единство и преемственность в развитии элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста.

§ 3. Методы предматематической подготовки

В процессе формирования элементарных математических представлений у дошкольников педагог использует разнообразные методы[1] обучения и умственного воспитания: практические, наглядные, словесные, игровые. При выборе способов и приемов работы учитывается ряд факторов: цель, задачи, содержание формируемых математических представлений на данном этапе, возрастные и индивидуальные особенности детей, наличие необходимых дидактических средств, личное отношение воспитателя к тем или иным методам, конкретные условия и т. д. Среди многообразных факторов, влияющих на выбор того или иного метода, определяющими являются программные требования.

В предматематической подготовке дошкольников редко используются методы в «чистом» виде. Обычно они применяются комплексно, в разнообразных комбинациях друг с другом, важно, чтобы они позволяли достигать наилучших результатов при обучении маленьких детей. В формировании элементарных математических представлений ведущим принято считать практический метод. Сущность его заключается в организации практической деятельности детей, направленной на усвоение определенных способов действий с предметами или их заменителями (изображениями, графическими рисунками, моделями и т. д.), на базе которых возникают элементарные математические представления.

Практический метод в наибольшей мере соответствует как специфике и особенностям элементарных математических представлений, формируемых у дошкольников, так и возрастным возможностям, уровню развития их мышления, в основном наглядно-действенного и наглядно-образного. В мышлении маленького ребенка отражается прежде всего то, что вначале совершается в практических действиях с конкретными предметами, их изображениями или условными обозначениями.

Согласно теории П. Я. Гальперина происходит это следующим образом: практические и материализованные внешние действия детей, отражаясь в устной речи, переносятся во внутренний план,

[1] Термин «метод» употребляется в двух смыслах — широком и узком. Метод может обозначать исторически сложившийся подход к предматематической подготовке в детском саду (монографический метод, вычислительный метод), а также способы и приемы работы воспитателя с детьми.

в мысль. Развитие мысли проходит ряд этапов. На каждом из них с разной глубиной происходит отражение практически производимого материализованного действия.

Характерными особенностями практического метода при формировании элементарных математических представлений являются:

— выполнение разнообразных практических (материальных и материализованных) действий, служащих основой для умственных действий;

— широкое использование дидактического материала;

— возникновение представлений как результата практических действий с дидактическим материалом;

— выработка навыков счета, измерения, вычисления и рассуждения в самой элементарной форме;

— широкое использование элементарных математических представлений в практической деятельности, быту, игре, труде, т. е. в других видах деятельности.

Практический метод предполагает организацию упражнений. В процессе упражнений ребенок неоднократно повторяет практические и умственные действия. Упражнения могут предлагаться детям в форме заданий, организовываться как действия с демонстрационным материалом или протекать в виде самостоятельной работы с раздаточным дидактическим материалом. Используются как коллективные (выполняются всеми детьми одновременно), так и индивидуальные (осуществляются обычно у доски или у стола воспитателя) формы выполнения упражнений.

Коллективные упражнения, помимо усвоения и закрепления знаний, могут использоваться для контроля. Индивидуальные упражнения, выполняя те же функции, служат образцом, на который дети ориентируются в коллективной деятельности. Взаимосвязь между ними определяется не только общностью функций, но и постоянным чередованием, закономерной сменой друг друга. Упражнения должны дифференцироваться по степени сложности с учетом индивидуальных особенностей детей.

Игровые элементы включаются в упражнения во всех возрастных группах: в младших — в виде сюрпризного момента, имитационных движений, сказочного персонажа и т. д.; в старших — приобретают характер поиска, угадывания, соревнования. В таких случаях говорят об игровых упражнениях или упражнениях в игровой форме.

С возрастом детей упражнения усложняются: они уже состоят из большого числа звеньев, учебно-познавательное содержание выступает в них прямо, не маскируясь практической или игровой задачей, во многих случаях для их выполнения требуется проявление смекалки, сообразительности.

Наиболее эффективны комплексные по характеру упражнения, дающие возможность одновременно решать несколько программных задач из разных разделов, органически сочетающихся друг с другом, например: «количество и счет» и «величина»; «количество и

счет» и «геометрические фигуры»; «геометрические фигуры», «величина» и «количество и счет» и т. д. Такие упражнения повышают коэффициент полезного действия занятия, увеличивают его плотность. Содержательность упражнений обеспечивает достаточно высокий уровень умственной нагрузки на дошкольников в процессе всего занятия.

В детском саду широко используются однотипные упражнения, благодаря которым у дошкольников вырабатываются необходимые способы действий. Дети овладевают необходимыми умениями считать, измерять, вычислять. У них формируется круг элементарных математических представлений. При этом постоянно варьируются условия: меняются дидактический материал, форма организации детей, методические приемы и т. д. Благодаря элементу новизны такие упражнения не надоедают дошкольникам. Варьирование несущественных признаков при неизменности существенного является условием успешного формирования элементарных математических представлений.

При подборе упражнений учитывается не только их «сочетаемость» в одном занятии, но и дальнейшая перспектива. Система упражнений на одном занятии должна органично вписываться в общую систему разнообразных упражнений, проводимых в течение года.

Существующая в настоящее время система упражнений для каждой возрастной группы строится на принципе взаимосвязи. Каждое предыдущее и последующее упражнение имеет общие элементы: материал, способы действия, результаты и т. д. Сближаются во времени или одновременно даются упражнения на усвоение взаимосвязанных и взаимообратных способов действия (наложение — приложение и т. д.), отношений (больше — меньше, выше — ниже, шире — у́же и т. д.), арифметических действий (сложение — вычитание, плюс — минус и т. д.).

В упражнениях должны быть предусмотрены все возможные варианты действий, например: сравнение (по количеству предметов) групп, состоящих из 1 и 1, 1 и 2, 2 и 1, 2 и 2, 2 и 3, 3 и 2 и т. д. предметов; измерение одинаковыми мерками разных объектов, одинаковых объектов разными мерками, разных объектов разными мерками; измерение расстояний, объемов и масс жидкостей, сыпучих веществ и т. д. Сталкиваясь при выполнении упражнений с разными случаями проявления одних и тех же математических связей, зависимостей и отношений, ребенок легче и быстрее осознает их и в дальнейшем приходит к обобщению.

Упражнения могут быть репродуктивными, основанными на воспроизведении способа действия, в которых действия детей полностью регламентируются воспитателем в виде образца, предписания, требований, инструкции, правил (алгоритмов), определяющих, что и как надо делать. Строгое следование таким образцам дает определенный положительный результат, обеспечивает правильное выполнение задания, предупреждает возможные ошибки. Ход и результат упражнения находятся под непосредственным наблюдением и контролем воспитателя, который своими указаниями, пояснениями, непосредственной помощью корректирует действия детей.

Обучение счету, измерению, простейшим вычислениям и связанным с ними рассуждениям требует большого количества таких упражнений.

Продуктивные упражнения характеризуются тем, что способ действия дети должны полностью или частично открыть сами. Они развивают самостоятельность мышления, требуют творческого подхода, вырабатывают целенаправленность и целеустремленность. Воспитатель обычно говорит, что надо делать, но не сообщает и не демонстрирует способа действия. При выполнении упражнений ребенок прибегает к мыслительным и практическим пробам, выдвигает предположения и проверяет их, мобилизует имеющиеся знания, учится использовать их в новой ситуации, проявляет сообразительность, смекалку. При выполнении таких упражнений воспитатель оказывает помощь лишь в косвенной форме, предлагает детям подумать и еще раз попробовать, одобряет правильные действия, напоминает об аналогичных упражнениях, которые ребенок уже выполнял, и т. д.

Соотношение продуктивных и репродуктивных упражнений определяется возрастом детей, имеющимся у них опытом решения практических и познавательных задач, характером самих математических представлений и уровнем их развития. С возрастом нарастает степень самостоятельности детей при выполнении упражнений. Возрастает роль словесных указаний, пояснений и разъяснений, организующих и направляющих самостоятельную деятельность детей. Ребята учатся, выполнив упражнение, рассказывать, что они делали и что получилось в результате, оценивают правильность своих действий и действий товарищей, осуществляя само- и взаимоконтроль.

При формировании элементарных математических представлений игра выступает как метод обучения и может быть отнесена к практическим методам.

Широко используются разнообразные дидактические игры. Благодаря обучающей задаче, облеченной в игровую форму (игровой замысел), игровым действиям и правилам ребенок непреднамеренно усваивает определенную «порцию» познавательного содержания. Все виды дидактических игр (предметные, настольно-печатные, словесные и др.) являются эффективным средством и методом формирования элементарных математических представлений у детей во всех возрастных группах. Предметные и словесные игры проводятся на занятиях по математике и вне их, настольно-печатные, как правило, в свободное от занятий время. Все они выполняют основные функции обучения — образовательную, воспитательную и развивающую. Существуют дидактические игры по формированию количественных представлений, представлений о величине, форме, фигурах, пространстве, времени[1]. Таким образом, весьма перспективным является представить каждый раздел программы по «математике» в детском саду системой дидактических игр, служащих для упражнения детей в применении знаний.

---

[1] В «Типовой программе воспитания и обучения в детском саду» дан их перечень для каждой возрастной группы.

Сами знания в виде способов действий и соответствующих им представлений ребенок получает первоначально вне игры, в играх лишь создаются благоприятные условия для их уточнения, закрепления, систематизации. Структура большинства дидактических игр не позволяет сообщить детям новые знания, однако это не означает, что в принципе такое невозможно.

В настоящее время разработана система так называемых обучающих игр[1]. В отличие от существующих они позволяют формировать у детей принципиально новые знания, которые нельзя получить непосредственно из окружающей действительности, так как их содержанием являются абстрактные понятия математики. Основной их целью является подготовка мышления дошкольника к восприятию фундаментальных математических понятий: «множество и операции над множествами», «функция», «алгоритм» и т. д. В этих играх используется специфический дидактический материал, подобранный по определенным признакам. Моделируя математические понятия, он позволяет выполнять логические операции: разбиение множества на классы, отыскание объектов по необходимым и достаточным критериям и т. д. Игры, содержание которых ориентировано на формирование математических понятий, способствуют абстрагированию в мыслительной деятельности, учат оперировать обобщенными представлениями, формируют логические структуры мышления.

Дидактические игры выполняют обучающую функцию успешнее, если они применяются в системе, предполагающей вариативность, постепенное усложнение и по содержанию, и по структуре, связь с другими методами и формами работы по формированию элементарных математических представлений.

При подборе дидактических игр для занятий, индивидуальной работы с детьми воспитатель обращается к разнообразным источникам, использует народные и авторские игры, с предметами и без них.

Особое значение имеют дидактические игры при формировании представлений о пространственных отношениях, форме, величине. Бóльшая часть программных задач из этих разделов решается с помощью дидактических игр.

Дидактические игры могут применяться в качестве одного из методов проведения занятий, индивидуальной работы, быть формой организации самостоятельной познавательной деятельности детей.

Игра как метод обучения и формирования элементарных математических представлений предполагает использование отдельных элементов разных видов игр (сюжетно-ролевой, игры-драматизации, подвижной и т. д.), игровых приемов (сюрпризный момент, соревнование, поиск и т. д.), органическое сочетание игрового и дидакти-

---

[1] См.: **Касабуцкий Н. И.** и др. Математика, 0.— Минск, 1983; **Столяр А. А., Соболевский Р. Ф., Рузин Н. К.** Методические указания к учебному пособию «Математика, 0».— Минск, 1983.

ческого начала в виде руководящей, обучающей роли взрослого и возрастающей познавательной активности и самостоятельности ребенка.

Наглядные и словесные методы при формировании элементарных математических представлений не являются самостоятельными, они сопутствуют практическим и игровым методам. Это отнюдь не умаляет их значения в предматематической подготовке детей в детском саду.

При формировании элементарных математических представлений широко используются приемы, относящиеся к наглядным, словесным и практическим методам и применяемые в тесной взаимосвязи друг с другом:

1. Демонстрация воспитателем способа действия в сочетании с объяснением. Это основной прием обучения, он носит наглядно-действенный характер, выполняется с помощью разнообразных дидактических средств, дает возможность формировать навыки и умения у детей. К нему, как правило, предъявляются следующие требования:

— четкость, «пошаговая» расчлененность демонстрации;

— согласованность действий со словесными пояснениями;

— точность, краткость и выразительность речи, сопровождающей показ способов действия;

— активизация восприятия, мышления и речи детей.

Этот прием чаще всего используется при сообщении новых знаний.

2. Инструкция по выполнению самостоятельных заданий (упражнений). Прием связан с показом воспитателем способов действия и вытекает из него. Инструкция сообщает, что, как и в какой последовательности надо делать, чтобы получился необходимый результат.

В старших группах инструкция носит целостный характер, дается полностью до выполнения задания, в младших — сочетается с ходом его выполнения, предваряя каждое новое действие.

3. Пояснения, разъяснения, указания. Эти словесные приемы используются воспитателем при демонстрации способов действия или в ходе выполнения детьми задания, чтобы предупредить ошибки, преодолеть затруднения и т. д. Они должны быть краткими, конкретными, живыми и образными.

4. Вопросы к детям. Это один из основных приемов формирования элементарных математических представлений у детей во всех возрастных группах. Они могут быть:

— репродуктивно-мнемические (Что это такое? Какого цвета флажки? Как называется эта фигура? И т. д.);

— репродуктивно-познавательные (Сколько будет на полке кубиков, если я поставлю еще один? Какое число больше (меньше): 9 или 7? И т. д.);

— продуктивно-познавательные (Что надо сделать, чтобы круж-

ков стало поровну? Как решить эту задачу? Как можно определить, какой по счету красный флажок? И т. д.)[1].

Вопросы активизируют восприятие, память, мышление, речь детей. При формировании элементарных математических представлений обычно используется серия вопросов, начиная от более простых, направленных на описание конкретных признаков, свойств предметов, результатов практических действий, т. е. констатирующих факты, до более сложных, требующих установления связей, отношений, зависимостей, их обоснования и объяснения, использования простейших доказательств. Чаще всего такие вопросы задаются после демонстрации образца воспитателем или выполнения задания ребенком.

Например, после того как дети разделили бумажный прямоугольник на две равные части, их спрашивают: «Что ты сделал? Как называются эти части? Почему каждую из этих двух частей можно назвать половиной? Какой формы получились части? Как доказать, что получились квадраты? Что надо сделать, чтобы разделить прямоугольник на четыре равные части?»[2].

Разные по характеру вопросы вызывают различный тип познавательной деятельности: от репродуктивной, воспроизводящей изученный материал, до продуктивной, направленной на решение проблемных задач.

Выделим некоторые основные требования к вопросам воспитателя как методическому приему:

— точность, конкретность и лаконизм;

— логическая последовательность;

— разнообразие формулировок, т. е. об одном и том же следует спрашивать по-разному;

— оптимальное соотношение репродуктивных и продуктивных вопросов в зависимости от возраста детей, изучаемого материала;

— вопросы должны будить мысль ребенка, развивать его мышление, заставлять задумываться, анализировать, сравнивать, сопоставлять, обобщать;

— количество вопросов должно быть небольшим, но достаточным, чтобы достичь поставленную дидактическую цель;

— следует избегать подсказывающих и альтернативных вопросов, умело пользоваться дополнительными вопросами.

Вопросы следует рассматривать как эффективное средство активизации познавательной деятельности детей при формировании у них элементарных математических представлений. Они предлагаются обычно всей группе, а ответ дает один ребенок. В отдельных случаях возможны и групповые ответы, что характерно для младших дошкольников. Детям необходимо давать возможность обдумывать ответ, поэтому, после того как вопрос задан, следует делать небольшие паузы.

---

[1] См.: **Петроченко Г. Г.** Развитие детей 6—7 лет и подготовка их к школе.— Минск, 1982.

[2] **Метлина Л. С.** Математика в детском саду.— М., 1984.— С. 143.

Старших дошкольников необходимо учить формулировать вопросы самостоятельно. В конкретной ситуации, используя дидактический материал, воспитатель предлагает детям ставить вопросы о количестве предметов, порядковом месте предмета среди других, о размере, форме, способе измерения и т. д. Педагог учит правильно формулировать вопросы по результатам непосредственного сравнения отдельных предметов, групп предметов и т. д., при этом дети успешнее овладевают умением задавать вопросы в тех случаях, когда они адресуются конкретному лицу — воспитателю, товарищу, родителям.

Отметим также методические требования к ответам детей. Ответы должны быть:

— краткими или полными в зависимости от характера вопроса;
— самостоятельными и осознанными;
— точными, ясными, достаточно громкими;
— грамматически правильными.

В работе с дошкольниками воспитателю часто приходится прибегать к приему переформулировки ответов, придавая им правильную форму («На полке грибов четыре»,— говорит малыш. «На полке четыре гриба»,— уточняет воспитатель). Переформулировка ответа в данном случае — это его исправление, сочетающееся с предложением повторить правильный ответ.

5. Словесные отчеты детей. Этот методический прием складывается из вопроса воспитателя, требующего после выполнения упражнения детьми рассказать, что и как они делали и что получилось в итоге, и собственно детских ответов на вопрос. Слово помогает вычленить действие, осмыслить результат. На первых порах педагог помогает детям, дает образец отчета, постепенно они самостоятельно рассказывают о своих действиях, оперируя математическими представлениями.

6. Контроль и оценка. Эти приемы выступают в тесной взаимосвязи друг с другом.

Контроль осуществляется при наблюдении за процессом выполнения детьми заданий, результатами их действий, ответами. Он сочетается с указаниями, пояснениями, разъяснениями, демонстрацией способов действий взрослым в качестве образца, непосредственной помощью, включает исправление ошибок.

Исправление ошибок педагог осуществляет в ходе индивидуальной и коллективной работы с детьми. Исправлению подлежат практически-действенные и словесно-речевые ошибки. Воспитатель должен разъяснять причины ошибок, обращать внимание на образец своей речи или в качестве примера использовать лучшие действия и ответы других ребят. Постепенно педагог начинает сочетать контроль с само- и взаимоконтролем. Зная типичные ошибки, которые допускают дети при счете, измерении, простейших вычислениях и т. д., воспитатель предупреждает их появление.

Оценке подлежат способы и результаты действий, поведение ребят. Оценка взрослого, приучающего ориентироваться по образ-

цу, сочетается с оценкой товарищей и самооценкой. Этот прием используется по ходу и в конце выполняемых упражнений, проводимых игр, занятий.

Использование контроля и оценки имеет свою специфику в зависимости от возраста детей и степени овладения ими знаниями и способами действий. Контроль с процесса действий постепенно переносится на результат, оценка становится более дифференцированной и содержательной. Эти приемы, кроме обучающей, выполняют и воспитательную функцию: воспитывают доброжелательное отношение к товарищу, желание и умение ему помочь, активность и т. д.

7. В ходе формирования элементарных математических представлений такие их компоненты, как сравнение, анализ, синтез, обобщение, выступают не только как познавательные процессы, или операции, но и как методические приемы, определяющие тот путь, по которому движется мысль ребенка при обучении, познании нового.

В основе сравнения лежит установление сходства и различий между объектами. Дети сравнивают предметы по количеству, форме, величине, пространственному расположению, интервалы времени — по длительности и т. д. Вначале их учат сравнивать минимальное количество предметов, затем число таких предметов постепенно увеличивают одновременно с уменьшением степени контрастности сравниваемых признаков. Методический прием сравнения, к которому педагог часто прибегает в процессе формирования элементарных математических представлений у детей, связан с анализом и синтезом.

Анализ — это движение мысли от целого к его частям, синтез — от частей к целому. Эти компоненты являются составной частью развития у детей задатков дедуктивного и индуктивного способов мышления. Они выступают в единстве. Примером использования анализа и синтеза как методических приемов может служить формирование у детей представлений о понятиях «много» и «один», которые возникают под влиянием наблюдения и практических действий с предметами.

Так, например, распределив среди малышей столько одинаковых игрушек, сколько детей, а затем собрав игрушки вместе, педагог показывает ребятам, что группа предметов, т. е. «много», состоит из отдельных предметов, из отдельных предметов воссоздается вся группа.

На основе анализа и синтеза детей подводят к обобщениям, в которых обычно суммируются результаты наблюдений и действий. Этот прием направлен на осознание количественных, пространственных и временных отношений, выделение главного и существенного. Обобщение проводится обычно в конце каждой части занятия, а также и в конце всего занятия с ведущей ролью воспитателя.

Сравнение, анализ, синтез, обобщение осуществляются на

наглядной основе с привлечением разнообразных дидактических средств. Наблюдение, практические действия с предметами, отражение их результатов в речи, вопросы к детям являются внешним выражением этих методических приемов, которые тесно между собой связаны и используются комплексно.

8. В методике обучения приемами называют также некоторые специальные практические или умственные действия, на основе которых у детей формируются элементарные математические представления. К таким приемам традиционно относят: наложение и приложение предметов; обследование формы предмета; «взвешивание» предмета «на руках»; использование фишек-эквивалентов; присчитывание и отсчитывание по единице и т. д.

По сравнению с другими данные приемы имеют узкоспециальное назначение, применяются для решения строго определенных дидактических задач. Реализация каждого программного требования осуществляется с помощью таких приемов, количество которых должно быть достаточно для достижения дидактической цели, а область применения ограничена.

9. Моделирование — наглядно-практический прием, включающий создание моделей и их использование для формирования элементарных математических представлений.

Модели следует рассматривать и как эффективное дидактическое средство. «...При овладении способами использования моделей перед детьми раскрывается область особых отношений — отношений моделей и оригинала, и соответственно формируются два тесно связанных между собой плана отражения — план реальных объектов и план моделей, воспроизводящих эти объекты»[1].

Эти планы отражения имеют принципиально важное значение для развития наглядно-образного и понятийного мышления. Модели могут выполнять разную роль: одни, воспроизводя внешние связи, помогают ребенку увидеть те из них, которые он самостоятельно не замечает, другие воспроизводят искомые, но скрытые связи, непосредственно не воспринимаемые свойства вещей. Широко используются модели при формировании: временных представлений (например, модель частей суток, недели, года, календарь); количественных представлений (например, числовая лесенка, числовая фигура и т. д.); пространственных представлений (например, модели геометрических фигур и т. д.). При формировании элементарных математических представлений применяются в основном предметные, предметно-схематические, графические модели.

В настоящее время положено лишь начало теоретической и конкретно-методической разработке этого приема, являющегося чрезвычайно перспективным в силу следующих факторов:

а) математические понятия рассматриваются как своеобразные модели реальной действительности;

б) в процессе формирования элементарных математических

---

[1] **Поддьяков Н. Н.** Мышление дошкольника.— М., 1977.— С. 49.

представлений у детей от педагога постоянно требуется создание материальных конструкций, представляющих в конкретно-чувственной форме математические понятия;

в) дошкольник располагает некоторыми психологическими предпосылками для введения отдельных моделей и элементов моделирования: развитие наглядно-действенного и наглядно-образного мышления, способность к замещению;

г) использование моделей и моделирования ставит ребенка в активную позицию, стимулирует познавательную деятельность.

Использование моделей и моделирования естественно должно сочетаться с другими приемами обучения, при этом воспитатель, владея разнообразными методами и приемами, имеет в виду главную задачу их использования и творческого применения — осуществление предматематической подготовки дошкольников.

§ 4. Средства формирования элементарных математических представлений у детей в детском саду

Процесс формирования элементарных математических представлений осуществляется под руководством педагога в результате систематически проводимой работы на занятиях и вне их, направленной на ознакомление детей с количественными, пространственными и временными отношениями с помощью разнообразных средств. Дидактические средства являются своеобразными орудиями труда педагога и инструментами познавательной деятельности детей.

В настоящее время в практике работы детских дошкольных учреждений широко распространены следующие средства формирования элементарных математических представлений:

— комплекты наглядного дидактического материала для занятий;

— оборудование для самостоятельных игр и занятий детей;

— методические пособия для воспитателя детского сада, в которых раскрывается сущность работы по формированию элементарных математических представлений у детей в каждой возрастной группе и даются примерные конспекты занятий;

— сборники дидактических игр и упражнений для формирования количественных, пространственных и временных представлений у дошкольников;

— учебно-познавательные книги для подготовки детей к усвоению математики в школе в условиях семьи.

При формировании элементарных математических представлений средства обучения выполняют разнообразные функции:

— реализуют принцип наглядности;

— адаптируют абстрактные математические понятия в доступной для малышей форме;

— помогают дошкольникам овладевать способами действий, необходимыми для возникновения элементарных математических представлений;

— способствуют накоплению у детей опыта чувственного восприятия свойств, отношений, связей и зависимостей, его постоянному расширению и обогащению, помогают осуществить постепенный переход от материального к материализованному, от конкретного к абстрактному;

— дают возможность воспитателю организовывать учебно-познавательную деятельность дошкольников и управлять этой работой, развивать у них желание получать новые знания, овладевать счетом, измерением, простейшими способами вычисления и т. д.;

— увеличивают объем самостоятельной познавательной деятельности детей на занятиях по математике и вне их;

— расширяют возможности педагога в решении образовательных, воспитательных и развивающих задач;

— рационализируют и интенсифицируют процесс обучения.

Таким образом, средства обучения выполняют важные функции в деятельности педагога и детей при формировании у них элементарных математических представлений. Они постоянно изменяются, новые конструируются в тесной связи с совершенствованием теории и практики предматематической подготовки детей в детских дошкольных учреждениях.

Основным средством обучения является комплект наглядного дидактического материала для занятий. В него входит следующее:

— объекты окружающей среды, взятые в натуральном виде: разнообразные предметы быта, игрушки, посуда, пуговицы, шишки, желуди, камешки, раковины и т. д.;

— изображения предметов: плоские, контурные, цветные, на подставках и без них, нарисованные на карточках;

— графические и схематические средства: логические блоки, фигуры, карточки, таблицы, модели.

При формировании элементарных математических представлений на занятиях наиболее широко используются реальные предметы и их изображения. С возрастом детей происходят закономерные изменения в использовании отдельных групп дидактических средств: наряду с наглядными средствами применяется опосредованная система дидактических материалов. Современные исследования опровергают утверждение о недоступности для детей обобщенных математических представлений. Поэтому в работе со старшими дошкольниками все шире используются наглядные пособия, моделирующие математические понятия.

Дидактические средства должны меняться не только с учетом возрастных особенностей, но в зависимости от соотношения конкретного и абстрактного на разных этапах усвоения детьми программного материала. Например, на определенном этапе реальные предметы могут быть заменены числовыми фигурами, а они в свою очередь цифрами и т. п.

Для каждой возрастной группы имеется свой комплект наглядного материала. Это — комплексное дидактическое средство, обеспечивающее формирование элементарных математических представлений в условиях целенаправленного обучения на занятиях. Благодаря ему возможно решение практически всех программных задач. Наглядный дидактический материал рассчитан на определенное содержание, методы, фронтальные формы организации обучения, соответствует возрастным особенностям детей, отвечает разнообразным требованиям: научным, педагогическим, эстетическим, санитарно-гигиеническим, экономическим и т. д. Он используется на занятиях при объяснении нового, его закреплении, для повторения пройденного и при проверке знаний детей, т. е. на всех этапах обучения.

Обычно используют наглядный материал двух видов: крупный, (демонстрационный) для показа и работы детей и мелкий (раздаточный), которым ребенок пользуется, сидя за столом и выполняя одновременно со всеми задание педагога. Демонстрационные и раздаточные материалы отличаются по назначению: первые служат для объяснения и показа способов действий воспитателем, вторые дают возможность организовать самостоятельную деятельность детей, в процессе которой вырабатываются необходимые навыки и умения. Эти функции являются основными, но не единственными и строго фиксированными.

К демонстрационным материалам относятся:

— наборные полотна с двумя и более полосками для раскладывания на них разных плоскостных изображений: фруктов, овощей, цветов, животных и т. д.;

— геометрические фигуры, карточки с цифрами и знаками $+$, $-$, $=$, $>$, $<$;

— фланелеграф с комплектом плоскостных изображений, наклеиваемых на фланель ворсом наружу, так чтобы они прочнее держались на обтянутой фланелью поверхности доски фланелеграфа;

— мольберт для рисования, на котором крепятся две-три съемные полочки для демонстрации объемных наглядных пособий;

— магнитная доска с комплектом геометрических фигур, цифр, знаков, плоских предметных изображений;

— полочки с двумя и тремя ступеньками для демонстрации наглядных пособий;

— комплекты предметов (по 10 штук) одинакового и разного цвета, размера, объемные и плоскостные (на подставках);

— карточки и таблицы;

— модели («числовая лесенка», календарь и др.);

— логические блоки;

— панно и картинки для составления и решения арифметических задач;

— оборудование для проведения дидактических игр;

— приборы (обычные, песочные часы, чашечные весы, счеты

напольные и настольные, горизонтальные и вертикальные, счеты-цифры и т. д.).

Отдельные виды демонстрационных материалов входят в стационарное оборудование для учебной деятельности: магнитная и обычная доски, фланелеграф, счеты, настенные часы и т. д.

К раздаточным материалам относятся:

— мелкие предметы, объемные и плоскостные, одинаковые и разные по цвету, размеру, форме, материалу и т. д.;

— карточки, состоящие из одной, двух, трех и более полос; карточки с изображенными на них предметами, геометрическими фигурами, цифрами и знаками, карточки с гнездами, карточки с нашитыми пуговицами, карточки-лото и др.;

— наборы геометрических фигур, плоских и объемных, одинакового и разного цвета, размера;

— таблицы и модели;

— счетные палочки и т. д.

Деление наглядного дидактического материала на демонстрационный и раздаточный весьма условно. Одни и те же средства могут использоваться и для показа, и для упражнений.

Следует учитывать размеры пособий: раздаточный материал должен быть таким, чтобы сидящие рядом дети могли удобно располагать его на столе и не мешать друг другу во время работы. Поскольку демонстрационный материал предназначен для показа всем детям, он по всем параметрам крупнее, чем раздаточный. Существующие рекомендации относительно размеров наглядных дидактических материалов при формировании элементарных математических представлений у детей носят эмпирический характер, строятся на опытной основе. В этом отношении определенная стандартизация крайне необходима и может быть достигнута в результате специальных научных исследований. Пока отсутствует единообразие в указании размеров в методической литературе и в выпускаемых промышленностью комплектах, следует практически устанавливать наиболее приемлемый вариант в каждом конкретном случае, ориентироваться на лучший педагогический опыт.

Раздаточный материал требуется в больших количествах в расчете на каждого ребенка, демонстрационный — один на группу детей. На четырехгрупповой детский сад демонстрационный материал подбирают так: 1—2 комплекта каждого названия, а раздаточный — по 25 комплектов каждого названия на весь детский сад, чтобы полностью обеспечить одну группу[1].

Тот и другой материал должен быть художественно оформлен: привлекательность имеет большое значение в обучении малышей — с красивыми пособиями детям заниматься интереснее. Однако это требование не должно стать самоцелью, так как чрезмерная привлекательность и новизна игрушек и пособий может отвлечь ребенка от главного — познания количественных, пространственных и временных отношений.

Наглядный дидактический материал служит для реализации программы развития элементарных математических представлений

---

[1] См.: Игрушки и пособия для детского сада / Под ред. В. М. Изгаршевой.— М., 1987.— С. 49.

в процессе специально организованных упражнений на занятиях. С этой целью используют:

— пособия для обучения детей счету;

— пособия для упражнений в распознавании величины предметов;

— пособия для упражнений детей в распознавании формы предметов и геометрических фигур;

— пособия для упражнения детей в пространственной ориентировке;

— пособия для упражнения детей в ориентировке во времени.

Данные комплекты пособий соответствуют основным разделам программы и включают как демонстрационный, так и раздаточный материал. Необходимые для проведения занятий дидактические средства воспитатели изготавливают сами, привлекая к этому родителей, шефов, старших дошкольников, или берут готовыми из окружающей среды. В настоящее время промышленность начала выпускать отдельные наглядные пособия и целые комплекты, которые предназначены для занятий по математике в детском саду. Это значительно сокращает объем подготовительной работы по оснащению педагогического процесса, освобождает воспитателю время для работы, в том числе по конструированию новых дидактических средств и творческому использованию имеющихся.

Дидактические средства, не входящие в оборудование для организации учебной деятельности, хранятся в методическом кабинете детского сада, в методическом уголке групповой комнаты, их содержат в коробках с прозрачными крышками или на плотных крышках изображают аппликацией предметы, которые в них находятся. Природный материал, мелкие игрушки для счета могут находиться и в ящиках, имеющих внутренние перегородки. Такое хранение облегчает поиск нужного материала, экономит время и место.

В оборудование для самостоятельных игр и занятий могут включаться:

— специальные дидактические средства для индивидуальной работы с детьми, для предварительного ознакомления с новыми игрушками и материалами;

— разнообразные дидактические игры: настольно-печатные и с предметами; обучающие, разработанные А. А. Столяром; развивающие, разработанные Б. П. Никитиным; шашки, шахматы;

— занимательный математический материал: головоломки, геометрические мозаики и конструкторы, лабиринты, задачи-шутки, задачи на трансфигурацию и т. д. с приложением там, где это необходимо, образцов (например, для игры «Танграм» требуются образцы расчлененные и нерасчлененные, контурные), наглядных инструкций и т. д.;

— отдельные дидактические средства: блоки З. Дьенеша (логические блоки), палочки Х. Кюзенера, счетный материал (отличный от того, что применяется на занятиях), кубики с цифрами и знаками, детские вычислительные машины и многое другое;

— книги с учебно-познавательным содержанием для чтения детям и рассматривания иллюстраций.

Все эти средства лучше всего поместить непосредственно в зоне самостоятельной познавательной и игровой деятельности, периодически их следует обновлять, учитывая детские интересы и склонности. Эти средства используются в основном в часы игр, но могут применяться и на занятиях. К ним необходимо обеспечить свободный доступ ребят и их широкое использование.

Действуя с разнообразными дидактическими средствами вне занятий, ребенок не только закрепляет знания, полученные на занятиях, но и в отдельных случаях, усваивая дополнительное содержание, может опережать требования программы, исподволь готовиться к ее усвоению. Самостоятельная деятельность под руководством педагога, проходящая индивидуально, группой, дает возможность обеспечить оптимальный темп развития каждому ребенку, учитывая его интересы, склонности, способности, особенности.

Многие из дидактических средств, применяемых вне занятий, чрезвычайно эффективны. Примером могут служить «цветные числа» — дидактический материал преподавателя из Бельгии Х. Кюзенера, получивший большое распространение в детских садах за рубежом и в нашей стране. Он может использоваться, начиная с ясельных групп и кончая последними классами средней школы. «Цветные числа» — это набор палочек в виде прямоугольных параллелепипедов и кубиков. Все палочки окрашены в разные цвета. Исходным является белый кубик — правильный шестигранник размером $1 \times 1 \times 1$ см, т. е. 1 $см^3$. Белая палочка — единица, розовая — два, голубая — три, красная — четыре и т. д. Чем больше длина палочки, тем больше значение того числа, которое она выражает. Таким образом, цветом и величиной моделируется число. Имеется и плоскостной вариант цветных чисел в виде набора полосок разного цвета. Выкладывая из палочек разноцветные коврики, составляя поезда из вагонов, выстраивая лесенку и производя другие действия, ребенок знакомится с составом числа из единиц, двух чисел, с последовательностью чисел натурального ряда, выполняет арифметические действия и т. д., т. е. готовится к усвоению различных математических понятий. Палочки дают возможность сконструировать модель изучаемого математического понятия.

Таким же универсальным и весьма эффективным дидактическим средством являются блоки З. Дьенеша (логические блоки), венгерского психолога и математика (этот дидактический материал описан в главе III, § 2).

Одним из средств формирования у детей дошкольного возраста элементарных математических представлений являются занимательные игры, упражнения, задачи, вопросы. Этот занимательный математический материал чрезвычайно разнообразен по содержанию, форме, развивающему и воспитательному влиянию.

В конце прошлого — начале нашего столетия считалось, что через использование занимательного математического материала можно выработать у детей уме-

ние считать, решать арифметические задачи, развивать у них желание заниматься, преодолевать трудности. Рекомендовалось использовать его в работе с детьми дошкольного возраста.

В последующие годы был замечен спад внимания к занимательному математическому материалу, и вновь повысился интерес к нему в последние 10—15 лет в связи с поисками новых средств обучения, которые в наибольшей степени способствовали бы выявлению и реализации потенциальных познавательных возможностей каждого ребенка.

Занимательный математический материал в силу свойственной ему занимательности, скрытой в ней серьезной познавательной задачи, увлекая, развивает детей. Единой, общепризнанной его классификации не существует. Чаще всего какая-либо задача или группа однородных задач получает название, в котором отражается либо содержание, либо игровая цель, либо способ действия, либо используемые предметы. Иногда название содержит описание задачи или игры в свернутой форме. Из занимательного математического материала в работе с дошкольниками могут использоваться самые простые его виды:

— геометрические конструкторы: «Танграм», «Пифагор», «Колумбово яйцо», «Волшебный круг» и др., в которых из набора плоских геометрических фигур требуется создать сюжетное изображение на основе силуэтного, контурного образца или по замыслу;

— «Змейка» Рубика, «Волшебные шарики», «Пирамидка», «Сложи узор», «Уникуб» и другие игрушки-головоломки, состоящие из объемных геометрических тел, вращающихся или складывающихся определенным образом;

— логические упражнения, требующие умозаключений, построенных на основе логических схем и правил;

— задачи на нахождение признака (признаков) отличия или сходства фигур (например: «Найди две одинаковые фигуры», «Чем отличаются друг от друга данные предметы?», «Какая фигура здесь лишняя?»);

— задачи на поиск недостающей фигуры, в которых, анализируя предметные или геометрические изображения, ребенок должен установить закономерность в наборе признаков, их чередовании и на этой основе осуществить выбор необходимой фигуры, достраивая ею ряд или заполняя пропущенное место;

— лабиринты — упражнения, выполняемые на наглядной основе и требующие сочетания зрительного и мыслительного анализа, точности действий для того, чтобы найти кратчайший и верный путь от начальной до конечной точки (например: «Как мышонку выбраться из норки?», «Помоги рыбакам распутать удочки», «Угадай, кто потерял варежку»);

— занимательные упражнения на распознавание частей в целом, в которых от детей требуется установить, сколько и каких фигур содержится в рисунке;

— занимательные упражнения на восстановление целого из частей (собрать вазу из осколков, мячик из разноцветных частей и т. д.);

— задачи-смекалки геометрического характера с палочками от самых простых на воспроизведение по образцу узора и до составления предметных картинок, на трансфигурацию (изменить фигуру путем перекладывания указанного количества палочек);

— загадки, в которых содержатся математические элементы в виде термина, обозначающего количественные, пространственные или временные отношения;

— стихи, считалки, скороговорки и поговорки с математическими элементами;

— задачи в стихотворной форме;

— задачи-шутки и т. д.

Этим далеко не исчерпывается весь занимательный математический материал, который может использоваться в работе с детьми. Перечислены отдельные его виды.

Занимательный математический материал по своей структуре близок детской игре: дидактической, сюжетно-ролевой, строительно-конструктивной, драматизации. Как и дидактическая игра, он прежде всего направлен на развитие умственных способностей, качеств ума, способов познавательной деятельности. Познавательное его содержание, органически сочетаясь с занимательной формой, становится действенным средством умственного воспитания, непреднамеренного обучения, наилучшим образом соответствуя возрастным особенностям ребенка-дошкольника. Многие задачи-шутки, головоломки, занимательные упражнения и вопросы, потеряв авторство, передаются из поколения в поколение, как и народные дидактические игры. Наличие правил, организующих порядок действий, характер наглядности, возможность соревнования, во многих случаях ярко выраженный результат роднят занимательный материал с дидактической игрой. Одновременно он содержит и элементы других видов игр: роли, сюжет, содержание, отражающее какое-либо жизненное явление, действия с предметами, решение конструктивной задачи, любимые образы сказок, рассказов, мультфильмов, драматизацию — все это свидетельствует о многосторонних связях занимательного материала с игрой. Он как бы вбирает в себя многие ее элементы, черты и особенности: эмоциональность, творчество, самостоятельный и самодеятельный характер.

Занимательный материал имеет и свою собственную педагогическую ценность, позволяя разнообразить дидактические средства в работе с дошкольниками по формированию у них простейших математических представлений. Он расширяет возможность создания и решения проблемных ситуаций, открывает эффективные пути активизации умственной деятельности, способствует организации общения детей между собой и со взрослыми.

Исследования свидетельствуют о доступности отдельных математических занимательных задач с 4—5 лет. Являясь своеобразной умственной гимнастикой, они предупреждают возникновение интеллектуальной пассивности, с ранних лет формируют настойчивость и целенаправленность у детей. Сейчас повсеместно наблюдается тяга детей к интеллектуальным играм и игрушкам. Это стремление следует шире использовать в работе с дошкольниками.

Отметим основные педагогические требования к занимательному математическому материалу как дидактическому средству.

1. Материал должен быть разнообразным. Это требование вытекает из основной его функции, заключающейся в развитии и совершенствовании количественных, пространственных и временных представлений у детей. Разнообразными должны быть занимательные задачи по способам решения. Когда способ решения найден, то аналогичные задачи решаются без особого труда, сама задача из нестандартной становится шаблонной, ее развивающее влияние резко снижается. Разнообразить следует и формы организации работы с этим материалом: индивидуальные и групповые, в свободной самостоятельной деятельности и на занятиях, в детском саду и дома и т. д.

2. Занимательный материал должен использоваться не эпизодически, случайно, а в определенной системе, предполагающей постепенное усложнение задач, игр, упражнений.

3. Организуя деятельность детей с занимательным материалом и руководя ею, необходимо сочетать методы прямого обучения с созданием условий для самостоятельных поисков способов решения.

4. Занимательный материал должен отвечать разным уровням общего и математического развития ребенка. Это требование реализуется благодаря варьированию заданий, методических приемов и форм организации.

5. Использование занимательного математического материала должно сочетаться с другими дидактическими средствами по формированию у детей элементарных математических представлений.

Занимательный математический материал является средством комплексного воздействия на развитие детей, с его помощью осуществляется умственное и волевое развитие, создается проблемность в обучении, ребенок занимает активную позицию в самом процессе учения. Пространственное воображение, логическое мышление, целенаправленность и целеустремленность, умение самостоятельно искать и находить способы действия для решения практических и познавательных задач — все это, вместе взятое, требуется для успешного усвоения математики и других учебных предметов в школе.

К дидактическим средствам относятся пособия для воспитателя детского сада, в которых раскрывается система работы по формированию элементарных математических представлений. Основное их назначение — помочь воспитателю осуществить на практике предматематическую подготовку детей к школе.

К пособиям для воспитателя детского сада как дидактическому средству предъявляются высокие требования. Они должны:

а) строиться на прочном научно-теоретическом фундаменте, отражать основные современные научные концепции развития и формирования элементарных математических представлений у дошкольников, выдвигаемые педагогами, психологами, математиками;

б) соответствовать современной дидактической системе предматематической подготовки: целям, задачам, содержанию, методам, средствам и формам организации работы в детском саду;

в) учитывать передовой педагогический опыт, включать лучшие достижения массовой практики;

г) быть удобными для работы, простыми, практичными, конкретными.

Практическая направленность пособий, служащих настольной книгой воспитателя, отражается на их структуре и содержании. Возрастной принцип чаще всего является ведущим в изложении материала. Содержанием пособия могут быть методические рекомендации для организации и проведения работы по формированию элементарных математических представлений у дошкольников в целом или по отдельным разделам, темам, вопросам; конспекты занятий и игр.

Конспект — это краткое описание, содержащее цель (программное содержание: образовательные и воспитательные задачи), перечень наглядных пособий и оборудования, освещение хода (основных частей, этапов) занятия или игры. Обычно в пособиях дается система конспектов, последовательно раскрывающих основные методы и приемы обучения, с помощью которых решаются задачи из разных разделов программы развития элементарных математических представлений: работа с демонстрационным и раздаточным материалом, показ, объяснение, демонстрация образцов и способов действия воспитателем, вопросы к детям и обобщения, самостоятельная деятельность ребят, индивидуальные и коллективные задания и другие формы и виды работ. Содержание конспектов составляют разнообразные упражнения и дидактические игры, которые могут использоваться на занятиях по математике в детском саду и вне их с целью формирования у детей количественных, пространственных и временных представлений.

Используя конспекты, воспитатель конкретизирует, уточняет задачи (в конспектах обычно указываются образовательные задачи в самой общей форме), может изменить наглядный материал, по своему усмотрению определить число упражнений и их частей на занятии или в игре, привлечь дополнительные приемы активизации познавательной деятельности, индивидуализировать вопросы, задания по степени трудности для того или иного конкретного ребенка.

Существование конспектов отнюдь не означает прямое следование готовому материалу, они оставляют возможность для творчества в использовании разнообразных методов и приемов, дидактических средств, форм организации работы и т. д. Педагог может комбинировать, выбирать оптимальные варианты из нескольких, создавать новое по аналогии с имеющимся.

Конспекты занятий по математике и игр — удачно найденное методикой дидактическое средство, повышающее при правильном отношении к нему и использовании эффективность педагогической деятельности воспитателя.

В последние годы стало шире использоваться такое дидактическое средство, как учебно-познавательные книги для подготов-

ки детей к усвоению математики в школе. Некоторые из них адресованы семье, другие — и семье, и детскому саду. Являясь методическими пособиями для взрослых, они одновременно предназначены и детям в качестве книги для чтения и рассматривания иллюстраций.

Этому дидактическому средству присущи следующие характерные особенности:

— достаточно большой объем познавательного содержания, который в целом соответствует программным требованиям по развитию у детей количественных, пространственных и временных представлений, но может и не совпадать с ними;

— сочетание познавательного содержания с художественной формой: герои (сказочные персонажи, взрослые, дети), сюжет (путешествие, жизнь семьи, разнообразные события, участниками которых становятся главные герои, и т. д.);

— занимательность, красочность, которые достигаются комплексом средств: художественным текстом, многочисленными иллюстрациями, разнообразными упражнениями, непосредственным обращением к детям, юмором, ярким оформлением и т. д.; все это направлено на то, чтобы сделать познавательное содержание более привлекательным, значимым, интересным для ребенка;

— книги рассчитаны на минимальную методическую и математическую подготовку взрослого, содержат конкретные, четкие рекомендации для него либо в предисловии, либо в послесловии, а иногда параллельно с текстом для чтения детям;

— основной материал разбит на главы (части, уроки и т. д.), которые читает взрослый, а ребенок рассматривает иллюстрации и выполняет упражнения. Рекомендуется заниматься с ребенком несколько раз в неделю по 20—25 минут, что в целом соответствует количеству и длительности занятий по математике в детском саду;

— содержание книг рассчитано на последовательное, постепенное формирование элементарных математических представлений в определенной системе с учетом основных закономерностей развития познавательной деятельности дошкольников.

Учебно-познавательные книги особенно необходимы в тех случаях, когда дети поступают в школу прямо из семьи. Если ребенок посещает детский сад, то они могут применяться для закрепления знаний.

Процесс формирования элементарных математических представлений требует комплексного использования разнообразных дидактических средств и соответствия их содержанию, методам и приемам, формам организации работы по предматематической подготовке детей в детском саду.

§ 5. Формы организации работы по развитию элементарных математических представлений у дошкольников

Полноценное математическое развитие обеспечивает организованная, целенаправленная деятельность, в ходе которой воспитатель продуманно ставит перед детьми познавательные задачи, помогает найти адекватные пути и способы их решения. Специально организованная деятельность обучающего и обучаемых, протекающая по установленному порядку и в определенном режиме, называется формой обучения[1].

Формирование элементарных математических представлений у дошкольников осуществляется на занятиях и вне их, в детском саду и дома.

Занятия являются основной формой развития элементарных математических представлений в детском саду. На них возлагается ведущая роль в решении задач общего умственного и математического развития ребенка и подготовки его к школе. С помощью занятий удается вооружить детей знаниями второй категории (по определению А. П. Усовой), повышенной трудности, достаточно обобщенными, лежащими в «зоне ближайшего развития». Самостоятельно приобрести их ребенок не в состоянии. На занятиях реализуются практически все программные требования; осуществление образовательных, воспитательных и развивающих задач происходит комплексно; математические представления формируются и развиваются в определенной системе.

Занятия по формированию элементарных математических представлений у детей, или занятия по математике в детском саду (как они названы в последних программных документах), строятся с учетом общедидактических принципов: научности, системности и последовательности, доступности, наглядности, связи с жизнью, индивидуального подхода к детям и др.

Во всех возрастных группах занятия проводятся фронтально, т. е. одновременно со всеми детьми. Лишь во второй младшей группе в сентябре рекомендуется проводить занятия по подгруппам (6—8 человек), охватывая всех детей, чтобы постепенно приучить их заниматься вместе. Количество занятий определено в так называемом «Перечне занятий на неделю», содержащемся в программе детского сада. Оно относительно невелико: одно (два в подготовительной к школе группе) занятие в неделю. С возрастом детей увеличивается длительность занятий: от 15 минут во второй младшей группе до 25—30 минут в подготовительной к школе группе. Поскольку занятия математикой требуют умственного напряжения, их рекомендуют проводить в середине недели в первую половину дня, сочетать

[1] См.: Дошкольная педагогика. Методика и организация коммунистического воспитания в детском саду / Под ред. В. И. Логиновой, П. Г. Саморуковой.— М., 1983.— С. 82.

с более подвижными физкультурными, музыкальными занятиями или занятиями по изобразительному искусству.

Каждое занятие занимает свое, строго определенное место в системе занятий по изучению данной программной задачи, темы, раздела, способствуя усвоению программы развития элементарных математических представлений в полном объеме и всеми детьми. В работе с дошкольниками новые знания даются небольшими частями, строго дозированными «порциями». Поэтому общую программную задачу или тему обычно делят на ряд более мелких задач — «шагов» и последовательно реализуют их на протяжении нескольких занятий. Например, вначале дети знакомятся с длиной, затем шириной и, наконец, высотой предметов. Для того чтобы они научились безошибочно определять длину, ставится задача распознавания длинной и короткой полосок путем их сравнения приложением и наложением, затем подбирается из ряда полосок разной длины такая, которая соответствует предъявленному образцу; далее на глаз выбирается полоска самая длинная (или самая короткая) и одна за другой укладываются в ряд. Так, длинная полоска на глазах самого ребенка становится более короткой по сравнению с предыдущей, а это раскрывает относительность смысла слов *длинный, короткий.* Такие упражнения постепенно развивают глазомер ребенка, приучают видеть отношения между размерами полосок, вооружают детей приемом сериации (укладывание полосок по возрастающей или убывающей длине). Постепенность в усложнении программного материала и методических приемов, направленных на усвоение знаний и умений, позволяет детям почувствовать успехи в своей работе, свой рост, а это в свою очередь способствует развитию у них все большего интереса к занятиям математикой.

Решению каждой программной задачи посвящается несколько занятий, и затем в целях закрепления к ней неоднократно возвращаются в течение года. Количество занятий по изучению каждой темы зависит от степени ее трудности и успешности овладения ею детьми. Поквартальное распределение материала в программе каждой возрастной группы на протяжении учебного года позволяет полнее реализовать принцип системности и последовательности.

В летние месяцы (IV квартал) занятия по обучению математике ни в одной из возрастных групп не проводятся. Полученные детьми знания и умения закрепляются в повседневной жизни: в играх, игровых упражнениях, на прогулках и т. д.

Нарушение принципа системности и последовательности в работе по развитию математических представлений недопустимо. Н. К. Крупская говорила: «...математика — это цепь понятий: выпадает одно звенышко — и непонятно будет дальнейшее»[1].

На основе программы формирования элементарных математических представлений с учетом особенностей детей и уровня их развития воспитатель определяет содержание каждого конкретного занятия,

---

[1] **Крупская Н. К.** Главное в преподавании математики // Пед. соч.— М., 1960.— Т. 9.— С. 697.

четко и лаконично формулирует его задачи, например: «Учить детей устанавливать соотношения между тремя предметами по длине и раскладывать предметы в ряд в порядке возрастания длины, ориентируясь на образец; обозначать соотношения по длине словами *самый длинный, самый короткий, длиннее, короче;* закрепить умение устанавливать равенство групп предметов при условии различных интервалов между предметами в каждой из них; упражнять в счете в пределах 5»[1].

На занятиях, кроме «чисто» образовательных, ставятся также и задачи по развитию речи, мышления, воспитанию качеств личности и черт характера, т. е. разнообразные воспитательные и развивающие задачи.

Программное содержание занятия обусловливает его структуру. В структуре занятия выделяются отдельные части: от одной до четырех-пяти в зависимости от количества, объема, характера задач и возраста детей. Часть занятия как его структурная единица включает упражнения и другие методы и приемы, разнообразные дидактические средства, направленные на реализацию конкретной программной задачи. Общая тенденция такова: чем старше дети, тем больше частей в занятиях. В самом начале обучения (во второй младшей группе) занятия состоят из одной части. Однако не исключается возможность проведения занятий с одной программной задачей и в старшем дошкольном возрасте (новая сложная тема и т. д.). Структура таких занятий определяется чередованием разных видов деятельности детей, сменой методических приемов и дидактических средств.

Все части занятия (если их несколько) достаточно самостоятельны, равнозначны и вместе с тем связаны друг с другом.

Структура занятия обеспечивает сочетание и успешную реализацию задач из разных разделов программы (изучение разных тем), активность как отдельных детей, так и всей группы в целом, использование разнообразных методов и дидактических средств, усвоение и закрепление нового материала, повторение пройденного. Новый материал дается в первой или первых частях занятия, по мере усвоения он перемещается в другие части. Последние части занятия обычно проводятся в форме дидактической игры, одной из функций которой является закрепление и применение знаний детей в новых условиях.

В процессе занятий, обычно после первой или второй части, проводятся физкультминутки — кратковременные физические упражнения для снятия утомления и восстановления работоспособности у ребят. Показателем необходимости физкультминутки является так называемое двигательное беспокойство, ослабление внимания, отвлечение и т. д. В физкультминутку рекомендуется включать 2—3 упражнения для мышц туловища, конечностей (движение рук, наклоны, прыжки и т. д.).

---

[1] **Метлина Л. С.** Занятия по математике в детском саду.— М., 1985.— С. 62.

Наибольшее эмоциональное воздействие на ребят оказывают физкультурные минутки, в которых движения сопровождаются стихотворным текстом, песней, музыкой. Возможно связывать их содержание с формированием элементарных математических представлений: сделать столько и таких движений, сколько скажет воспитатель, подпрыгнуть на месте на один раз больше (меньше), чем кружков на карточке; поднять вверх правую руку, топнуть левой ногой три раза и т. д. Такая физкультурная минутка становится самостоятельной частью занятия, занимает больше времени, так как она выполняет, помимо обычной, еще и дополнительную функцию — обучающую.

Дидактические игры разной степени подвижности также могут успешно выступать в качестве физкультминутки.

В практике работы по формированию элементарных математических представлений сложились следующие типы занятий:

1) занятия в форме дидактических игр;
2) занятия в форме дидактических упражнений;
3) занятия в форме дидактических упражнений и игр.

Выделение их условно и зависит от того, что является ведущим на занятии: дидактическая игра, дидактический материал и деятельность с ним или сочетание того и другого. При любом типе занятия воспитатель активно руководит процессом усвоения детьми знаний и навыков.

Занятия в форме дидактических игр широко применяются в младших группах. В этом случае обучение носит незапрограммированный, игровой характер. Мотивация учебной деятельности также является игровой. Воспитатель пользуется в основном методами и приемами опосредованного педагогического воздействия: применяет сюрпризные моменты, вводит игровые образы, создает игровые ситуации на протяжении всего занятия, в игровой форме его заканчивает. Упражнения с дидактическим материалом хотя и служат учебным целям, но приобретают игровое содержание, целиком подчиняясь игровой ситуации.

Занятия в форме дидактических игр отвечают возрастным особенностям маленьких детей: эмоциональности, непроизвольности психических процессов и поведения, потребности в активных действиях. Однако игровая форма не должна заслонять познавательное содержание, превалировать над ним, быть самоцелью. Формирование разнообразных математических представлений является главной задачей таких занятий.

Занятия в форме дидактических упражнений используются во всех возрастных группах. Обучение на них приобретает практический характер. Выполнение разнообразных упражнений с демонстрационным и раздаточным дидактическим материалом ведет к усвоению детьми определенных способов действий и соответствующих им математических представлений. Воспитатель применяет приемы прямого обучающего воздействия на детей: показ, объяснение, образец, указание, оценка и т. д. В младшем возрасте учебная деятель-

ность мотивируется практическими и игровыми задачами (например, дать каждому зайцу по одной морковке, чтобы узнать, поровну ли их; построить лесенку из полосок разной длины для петушка и т. д.), в старшем возрасте — практическими или учебными задачами (например, измерить полоски бумаги и отобрать определенной длины для ремонта книг, научиться измерять длину, ширину, высоту предметов и т. д.).

Игровые элементы в разных формах могут включаться в упражнения с целью развития предметно-чувственной, практической, познавательной деятельности детей с дидактическим материалом.

Занятия по формированию элементарных математических представлений в форме дидактических игр и упражнений наиболее распространены в детском саду. Этот тип занятия объединяет оба предыдущих. Дидактическая игра и различные упражнения образуют самостоятельные части занятия, сочетающиеся друг с другом во всевозможных комбинациях. Их последовательность определяется программным содержанием и накладывает отпечаток на структуру занятия.

Согласно общепринятой классификации занятий по основной дидактической цели выделяют:

а) занятия по сообщению детям новых знаний и их закреплению;

б) занятия по закреплению и применению полученных представлений в решении практических и познавательных задач;

в) учетно-контрольные, проверочные занятия;

г) комбинированные занятия.

Занятия по сообщению детям новых знаний и их закреплению проводятся в начале изучения большой новой темы: обучение счету, измерению, решению арифметических задач и др. Наиболее важным для них является организация восприятия нового материала, показ способов действия в сочетании с объяснением, организация самостоятельных упражнений и дидактических игр.

Занятия по закреплению и применению полученных представлений в решении практических и познавательных задач следуют за занятиями по сообщению новых знаний. Они характеризуются применением разнообразных игр и упражнений, направленных на уточнение, конкретизацию, углубление и обобщение полученных ранее представлений, выработку способов действий, переходящих в навыки. Эти занятия могут быть построены на сочетании разных видов деятельности: игровой, трудовой, учебной. В процессе проведения их воспитатель учитывает имеющийся у детей опыт, использует различные приемы активизации познавательной деятельности.

Периодически (в конце квартала, полугодия, года) проводятся проверочные учетно-контрольные занятия, с помощью которых определяют качество освоения детьми основных программных требований и уровень их математического развития. На основе таких занятий успешнее проводится индивидуальная работа с отдельными детьми, коррекционная со всей группой, подгруппой. Занятия

включают задания, игры, вопросы, цель которых — выявить сформированность знаний, умений и навыков. Занятия строятся на знакомом детям материале, но не дублируют содержания и привычных форм работы с детьми. Кроме проверочных упражнений, на них возможно использование специальных диагностических заданий и методик.

Комбинированные занятия по математике наиболее распространены в практике работы детских садов. На них обычно решается несколько дидактических задач: сообщается материал новой темы и закрепляется в упражнениях, повторяется ранее изученное и проверяется степень его усвоения.

Построение таких занятий может быть различным. Приведем пример занятия по математике для старших дошкольников[1].

1. Повторение пройденного с целью введения детей в новую тему (2—4 минуты).

2. Рассмотрение нового материала (15—18 минут).

3. Повторение ранее усвоенного материала (4—7 минут).

Первая часть. Сравнение длины и ширины предметов. Игра «Что изменилось?».

Вторая часть. Демонстрация приемов измерения длины и ширины предметов условной меркой при решении задачи на уравнивание размеров предметов.

Третья часть. Самостоятельное применение детьми приемов измерения в ходе выполнения практического задания.

Четвертая часть. Упражнения в сравнении и группировке геометрических фигур, в сравнении численностей множеств разных фигур.

В комбинированных занятиях важно предусмотреть правильное распределение умственной нагрузки: знакомство с новым материалом следует осуществлять в период наибольшей работоспособности детей (начинать после 3—5 минут от начала занятия и заканчивать на 15—18 минуте). Начало занятия и его конец следует посвящать повторению пройденного.

Усвоение нового может сочетаться с закреплением пройденного, проверка знаний с их одновременным закреплением, элементы нового вводятся в процессе закрепления и применения знаний на практике и т. д., поэтому комбинированное занятие может иметь большое количество вариантов.

Руководство познавательной деятельностью детей на занятиях состоит:

— в четкой постановке учебно-познавательных задач перед детьми и соответствующей возрасту мотивации: учебной, практической, игровой;

— в использовании различных форм организации познавательной деятельности детей: фронтальной, групповой, индивидуальной. При фронтальной форме работы участвуют все дети, их активность

[1] См.: **Метлина Л. С.** Математика в детском саду.— М., 1984.— С. 156—157.

обеспечивается постановкой разнообразных вопросов. Групповая форма работы предполагает дифференцирование заданий с учетом индивидуальных возможностей, уровня развития детей. Индивидуальная работа обеспечивает высокий уровень самостоятельности детей, формирование умений и навыков, контроль за усвоением;

— в активизации обучения через содержание, методы, приемы, формы организации.

На занятиях используются организационные средства активизации: «Подумайте, догадайтесь», «Выводы будете делать сами» и др., но они побуждают лишь внешнюю, моторную активность, способствуя быстрой сосредоточенности детей на учебном задании, ускоряя действия с наглядным материалом, вызывая непроизвольное внимание, кратковременный интерес к учебной задаче.

Активность внутреннюю, мыслительную удается вызвать разнообразными приемами активизации, которые в свою очередь зависят от цели, содержания обучения, степени усвоения учебного материала. К ним относятся:

— умелое применение дидактических приемов сравнения, противопоставления, обобщения;

— опора на имеющийся опыт детей, мобилизация знаний, чувственного опыта на выполнение задания;

— доступная мотивация дидактических упражнений, формирование интереса, положительного отношения к содержанию обучения;

— творческий характер некоторых заданий;

— применение специальных средств активизации речевой деятельности.

Следует добиваться полной взаимосвязи между уровнем развития практического действия и речевого выражения знаний, способов действия. При изучении нового материала, первоначальном усвоении практических действий (счета, измерения, вычислений) речь ребенка включается непосредственно в процесс выполнения задания или следует за ним. Детям предлагается по вопросам рассказать, что они сделали, как выполнили задание, для чего. В дальнейшем задавать вопросы, предлагать учебные задания надо таким образом, чтобы дети вынуждены были рассуждать, объяснять, пользуясь усвоенной терминологией: «Расскажи, как выполнял задание», «Что узнал, выполнив задание?», «Для чего разложил предметы в два ряда?», «Докажи, что числа 3 и 4 не равны», «Расскажи, как можно сравнить эти предметы».

Активизация мыслительной деятельности на занятиях путем разнообразных средств и приемов ведет к развитию самостоятельности, формированию активной позиции ребенка в учении.

Показателями мыслительной активности на занятиях по формированию элементарных математических представлений следует считать наличие у детей интереса к учебной задаче и процессу ее решения, проявление самостоятельности в поиске решения, умение замечать и исправлять свои ошибки и ошибки товарища, задавать вопросы, выдвигать познавательную задачу в конкретной ситуации.

Целенаправленная познавательная деятельность вне занятий является эффективной формой развития элементарных математических представлений у дошкольников.

В самостоятельной познавательной деятельности совершенствуются, углубляются и расширяются представления детей о числах, соотношениях размеров, разнообразии геометрических форм, различной длительности временных отрезков, пространственных отношениях. Ее организация возможна лишь при определенном уровне математического развития детей, наличии разнообразных дидактических, игровых материалов, игр математического содержания, руководстве этой деятельностью взрослым. Кроме этого, дети должны уметь самостоятельно выполнять некоторые действия, вызванные интересом.

Признаками самостоятельной познавательной деятельности являются интерес к ней со стороны детей, проявление ими творческой инициативы, самостоятельности в выборе игры и способа реализации задуманного. Это могут быть игры детей с дидактическими материалами, развивающие и обучающие игры, занимательные задачи и упражнения, сюжетно-ролевые игры с использованием объектов, подлежащих количественной оценке, измерению; ситуации, возникающие в трудовой и бытовой деятельности. Активные игровые действия детей вызываются и стимулируются игровой задачей, возможностью проявить самостоятельность, смекалку, элементами соревнования, потребностью самовыражения. Совершенствование способов действий, развитие мышления, элементы творчества — характерные черты самостоятельной познавательной деятельности.

Самостоятельная познавательная деятельность детей имеет непосредственную связь с обучением на занятиях. Соблюдение преемственности между этими двумя формами развития элементарных математических представлений дает возможность разгрузить занятия от второстепенного материала, сосредоточив внимание на изучении основного, упражнять ребят в применении знаний в новых условиях, полнее удовлетворять их познавательные интересы, развивать способности.

Под влиянием правильно организованной самостоятельной познавательной деятельности у детей развиваются умственные операции и процессы, творческое воображение, воспитываются интерес, волевые черты личности, желание учиться, сосредоточенность, привычка к умственному напряжению и труду. Самостоятельная познавательная деятельность должна организовываться не только в детском саду, но и в домашних условиях.

Глава X. РАЗВИТИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ДЕТЕЙ О МНОЖЕСТВЕ, ЧИСЛЕ И СЧЕТЕ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ

§ 1. Развитие у детей представлений о множестве

Уже в раннем возрасте у детей накапливаются представления о совокупностях, состоящих из однородных и разнородных предметов. Они овладевают рядом практических действий, направленных на восприятие численности множества предметов.

Дети первого и второго года жизни осваивают способы действий с группами однородных предметов (шарики, пуговицы, кольца и др.). Они их перебирают, перекладывают, пересыпают, вновь собирают, раскладывают на столе по горизонтали, в виде кривой линии; выполняют более сложные действия: группировка предметов разной численности по форме, цвету.

Восприятию множественности предметов, явлений способствует все окружение ребенка — множество людей, знакомых и незнакомых, множество двигающихся перед глазами предметов, однородно повторяющиеся звуки. Множественность предметов и явлений ребенок воспринимает разными анализаторами: слуховым, зрительным, кинестетическим и др.

Первоначальное формирование представлений о множественности предметов (много) и единичности (один) происходит очень рано (на втором году жизни). Показателем этого является различение детьми единственного и множественного числа уже в 15—16-месячном возрасте.

При выполнении экспериментальных заданий на показ и выполнение действий («Покажи утку», «Покажи уток», «Построй домик», «Построй домики») малыши обнаруживают способность различить один и несколько предметов. В полтора года при назывании предметов дети самостоятельно пользуются единственным и множественным числом имен существительных, прилагательных, глаголов.

На втором году жизни дети начинают понимать смысл слов *много, мало* при разнице между совокупностями в два предмета. Однако слова *много* и *мало* не имеют для них четкой количественной характеристики. Слово *много* ассоциируется у них и со словом *большой,* а слово *мало* — со словом *маленький.* Слово *много* относят как к совокупности предметов, так и к их размеру. Так, при восприятии и оценке совокупности, состоящей из больших и маленьких предметов (четыре маленькие машины и одна большая), слово *мало* они произносят, показывая на маленькие машины, а слово *много* относят к одной большой машине. Следовательно, количественные представления у детей еще не отдифференцировались от пространственных.

При относительно раннем практическом уровне умения различать совокупности с контрастной численностью элементов множества слово *мало* в активном словаре детей появляется позже, чем слово *много.*

Итак, количественная сторона в совокупности предметов не является еще особым признаком, значимым для детей второго года жизни (В. В. Данилова). В этом возрасте происходит восприятие множества предметов как неопределенной множественности, появляется способность различать по смыслу слова *один* и *много*, происходит активное овладение грамматическими формами единственного и множественного числа.

На третьем году жизни зарождается тенденция к умению различать разные по численности группы предметов. Слова *один, много, мало* дети соотносят с определенным количеством предметов, выполняют действия в ответ на просьбу взрослых: «Принеси один шарик», «Дай мне много картинок» и т. д.

К концу третьего года дети овладевают умением дифференцировать не только предметные совокупности, но и множества звуков.

У детей конца второго — начала третьего года жизни появляется стремление самим создавать совокупность предметов. В этом возрасте наблюдается склонность «сравнивать» совокупности, когда один предмет накладывается на другой. Но движения детей еще не точны, к тому же дети еще не видят отношений между сравниваемыми совокупностями, их интересует главным образом сам процесс дробления совокупностей на отдельные предметы и их объединение.

Выполняя задание наложить пуговицы на карточку с пятью нарисованными пуговицами, дети обычно раскладывают все имеющиеся у них пуговицы. При этом они действуют двумя руками в определенном направлении: от середины к краям, от краев к середине, постепенно переходя на действия одной рукой в удобном направлении. Иногда при выполнении аналогичных заданий дети ограничиваются фиксацией лишь крайних, наиболее легко и зримо воспринимаемых предметов. Так, ребенок кормит лишь первую и последнюю в ряду куклу, не обращая внимания на промежуточные между ними. Ребенку предлагают убрать в с е кубики в коробку или собрать на столе в с е ложки и отнести их. Он же ограничивается лишь тем, что убирает несколько кубиков и относит несколько ложек и считает, что уже выполнил задание. Это свидетельствует о недостаточно дифференцированном восприятии предметов.

К концу второго года жизни дети уже небезразличны к словам *сколько* и *посчитай*. Такие слова стимулируют у них подражательные взрослым действия счета. При этом малыши называют случайные числительные.

Дети третьего года жизни в разных условиях правильно понимают и соотносят слова *много, мало* в пределах пяти предметов.

Способность к дифференцированию совокупностей с большим и меньшим количеством элементов зависит от обучения детей.

На третьем году жизни количественная сторона постепенно начинает абстрагироваться от предметного содержания. У детей появляется умение принимать задания, действовать по указанию, что свидетельствует об их интеллектуальной активности и развитии произвольного мышления. Так, приняв задание наложить предметы одной совокупности на предметы другой, ребенок старается поставить столько игрушек, сколько кружков нарисовано на карточке.

У детей появляется интерес к подобным действиям, что создает основу для понимания отношений «больше», «меньше», «равно». Овладение детьми умением сочетать слова *больше, меньше* с названиями сравниваемых предметов («Больше, чем кукол»), использование слова *лишние* свидетельствует о понимании отношений равенства, неравенства.

Постепенно дети начинают овладевать способом простейшего сравнения элементов двух множеств. Они накладывают (прикладывают) предметы одной совокупности на предметы другой, устанавливая между ними взаимно однозначное соответствие, и видят равенство их по количеству.

Однако при самостоятельном выполнении заданий на воспроизведе́ние (заполнение промежутков между изображениями) у детей часто возникают ошибки.

Наиболее доступными для различения и осмысливания отношения «больше — меньше» являются сочетания предметов в количестве: 1 и 3, 2 и 4, 5 и 2, 3 и 5. Группы в два-три предмета воспринимаются детьми как «мало» и обозначаются словами *два, мало*. Под влиянием упражнений у детей развивается представление об относительности слов *много* и *мало*: одно и то же множество воспринимается то как «много», то как «мало» в зависимости от того, с чем оно сопоставляется. Дети начинают самостоятельно составлять «много» из отдельных предметов, сопровождая действия словами: «еще... еще...» или «вот... вот», что говорит о понимании ими увеличения группы предметов и об умении дробить множество на отдельные элементы.

В процессе обучения у детей формируется также способность дифференцировать звуки (при двух и четырех ударах). В условиях игры они правильно отвечают на вопрос: «Кто постучал много, кто мало, кто один раз?»

На третьем году жизни при постепенном систематическом обучении дети могут сопоставлять множество звуков с множеством предметов. Тенденция устанавливать соответствие «один к одному» с возрастом развивается. К концу третьего года жизни большинство детей легко справляется с заданием: постучать молоточком столько раз, сколько кружков расположено в ряду на карточке.

Итак, к трем годам, о чем свидетельствуют данные экспериментального исследования В. В. Даниловой, происходят значительные качественные изменения в восприятии и сравнении детьми множеств. В процессе организованных действий с совокупностями предметов под руководством взрослого у детей начинает развиваться умение выделять признак количества независимо от названия предметов, их качеств и свойств.

Под влиянием обучения дети проявляют способность различать множества предметов и множества звуков, самостоятельно создавать множества из предметов, усваивать смысл слов *много, мало, один,* относить их к соответствующим группам предметов, звуков, движений.

§ 2. Влияние пространственно-качественных особенностей предметов на восприятие детьми численности множеств

На восприятие детьми численности оказывают влияние различные качественные и пространственные свойства предметов: способ расположения предметов в пространстве, величина занимаемой ими площади, длина и плотность ряда предметов, размер, цвет, форма, назначение. Это свойственно в основном детям младшего дошкольного возраста (2—4 года) и объясняется недифференцированностью восприятия, недостаточно развитой способностью абстрагироваться от несущественного при восприятии и оценивать количество по заданному признаку. При восприятии и воспроизведении у детей множеств доминируют наиболее яркие признаки (цвет, расположение). Опознавательным признаком на данном уровне является не количество, а однородность по цвету, форме, пространственному расположению.

В зарубежной и советской психологии эта особенность восприятия детьми количества нашла отражение в работах Ж. Пиаже, Л. Ф. Обуховой.

Л. Ф. Обухова выявила последовательность освоения детьми принципа сохранения количества. От отсутствия понимания сохранения, когда видимое выдается за действительное, дети переходят к пониманию сохранения на небольших количествах и к полному признанию сохранения количества (инвариантности), неизменности количества при различных его видоизменениях.

Для понимания независимости количества предметов от их несущественных свойств необходимо осмысление детьми противоречий между внешними признаками предметов, познаваемыми визуально, и числовыми, познаваемыми на основе счета. По мнению Ж. Пиаже, это выражается в усвоении идеи числа таким образом, что число объектов в группе «сохраняется» независимо от того, как их растасовать или расположить[1].

В работах психологов и математиков-методистов выявлена также зависимость воспроизведения детьми количества (адекватность, неадекватность) от способа расположения предметов в пространстве: линейного и в виде числовой фигуры[2].

Расположение предметов в виде числовой фигуры в большей мере, нежели линейное, способствует восприятию множества или целостного единства, но затрудняет восприятие отдельных элементов. Об этом свидетельствует характер выполнения задания. На предложение взять и положить столько же пуговиц, сколько их нарисовано на числовой фигуре, дети 2—3 лет берут одной рукой горсть пуговиц из коробки и высыпают их на карточку. Старшие дети пытают-

---

[1] См.: **Пиаже Ж.** Как дети образуют математические понятия // Вопр. психологии.— 1966.—№ 4.

[2] Числовая фигура — карточка, на которой определенное количество точек расположено удобным для восприятия способом.

ся накладывать пуговицы на их изображения, но далеко не всегда в том же количестве. Они заполняют и промежутки между отдельными изображениями. Следует отметить, что движения рук и глаз детей иные, чем при воспроизведении линейно расположенного множества. Как правило, в данном случае дети, накладывая пуговицы на рисунки, действуют одной рукой. Если ребенок раскладывает пуговицы правой рукой, он обычно начинает от нижнего рисунка справа и направление его движения идет по кругу против часовой стрелки. Если же раскладывание пуговиц проводится левой рукой, оно также начинается обычно с нижней пуговицы слева и направление движения идет по часовой стрелке.

Эти особенности движения позволяют считать, что множество, изображенное в виде числовой фигуры, действительно воспринимается детьми как единое замкнутое целое, но точное количество не воспроизводится. Однако в этот же период численность линейно расположенного множества начинает воспроизводиться адекватно. Из этого следует, что, чем меньше дети, тем большее значение для восприятия количества приобретает линейное расположение предметов. При обучении, пользуясь приемом наложения пуговиц на рисунки, дети уже в возрасте трех лет точно воспроизводят количество предметов, если они расположены в ряд.

Расположение предметов в виде квадрата или треугольника как более сложная форма расположения значительно затрудняет выделение и воспроизведение элементов. Следовательно, в дочисловой период обучения и при обучении счетной деятельности целесообразно располагать ту или иную совокупность предметов линейно.

На определенной ступени развития, в 2—3 года, в действиях со множествами, от безразличия к цвету, форме, размеру предметов дети переходят к подбору их по принципу однородности. Они по собственной инициативе обменивают некоторые пуговицы, чтобы все предметы были одинакового цвета. Эта требовательность к однородности проявляется при любом расположении предметов.

Из этого следует, что детей раннего возраста необходимо научить группировать предметы по разным признакам, что способствует овладению классификацией как одной из умственных операций. Поэтому одна из задач обучения детей трех лет состоит в формировании умения составлять множества из разных по качеству элементов.

§ 3. Развитие у детей дошкольного возраста представлений о числе

Представление о числах, их последовательности, отношениях, месте в натуральном ряду формируется у детей дошкольного возраста под влиянием счета и измерения. Большое значение при этом имеют операции классификации и сериации.

В одной из ранних работ К. Маркс писал о том, что счет является первой теоретической деятельностью рассудка, который еще

колеблется между чувственностью и мышлением, первым, свободным теоретическим актом рассудка ребенка[1].

Освоение детьми счета — длительный и сложный процесс. Истоки счетной деятельности усматриваются в манипуляциях детей раннего возраста с предметами.

Счет как деятельность состоит их ряда взаимосвязанных компонентов, каждым из которых ребенок должен овладеть: соотнесение слов-числительных, называемых по порядку, с предметами, определение итогового числа. В результате этой практической деятельности осваивается последовательность чисел.

Предметные действия детей раннего возраста (1,5—2,5 года) являются пропедевтикой счетной деятельности. Активно действуя, дети разбрасывают предметы или, наоборот, собирают их. Как правило, все одинаковые действия сопровождаются повторением одного и того же слова: «вот..., вот..., вот...», или «еще..., еще..., еще...», или «на..., на..., на...», или хаотическим называнием чисел: «раз, один, пять...». Иногда каждое повторяемое ребенком слово соотносится с одним предметом или с одним движением, между словом и предметом устанавливается соответствие. Слово помогает выделить элемент из множества однородных предметов, движений, более четко отделить один предмет от другого, способствует ритмизации действий. При этом устанавливается еще не осознанное ребенком взаимно однозначное соответствие между предметом, движением и словом. Это еще стихийно используемый ребенком прием, однако он служит подготовкой к счетной деятельности в будущем. Такие действия с множествами можно рассматривать как начало развития счетной деятельности. Дети легко усваивают простые считалки, отдельные слова-числительные и используют их в процессе движений, игр.

Раннее появление в активном словаре детей (1,5—2 года) числительных не является показателем сформированности количественных представлений. Эти слова заимствуются из речи взрослых и употребляются детьми во время игры.

В раннем возрасте (2—3 года) дети от хаотического познания числительных под влиянием обучения переходят к усвоению последовательности чисел в ограниченном отрезке натурального ряда. Как правило, это числа 1, 2, 3.

Дальнейшее упорядочение чисел происходит следующим образом: увеличивается отрезок запоминания последовательности числительных, дети начинают осознавать, что каждое из слов-числительных всегда занимает свое определенное место, хотя они еще не могут объяснить, почему три всегда следует за двумя, а шесть — за пятью. При этом возникают рече-слухо-двигательные связи между называемыми числительными.

В усвоенной цепочке слов *(раз, два, три* и т. д.) для

---

[1] См.: **Маркс К.** Дебаты о свободе печати и об опубликовании протоколов сословного собрания // Маркс К., Энгельс Ф. Соч.—2-е изд.— Т. 1.— С. 31.

ребенка совершенно невозможна замена слова *раз* словом *один*: образовавшиеся связи разрушаются и ребенок молчит, не зная, что должно следовать за словом *один* (в некоторых же случаях, в угоду старшим, ребенок (2,5—3 года) называет слово *один* как предшествующее всей выученной им цепочке).

Встречаются и такие случаи, когда ребенок первые два-три слова-числительные воспринимает как одно слово: делая ударение на первом слоге *ра́здватри* или *ра́здва*. В таких случаях он относит этот комплекс слов к одному движению или предмету.

Таким образом, в раннем возрасте под влиянием активных действий с предметными совокупностями у детей складывается рече-слухо-двигательный образ натурального ряда чисел.

Под влиянием обучения у них появляется интерес к сравнению предметов по их размеру и численности. Подобное поведение характеризует в основном детей в начале третьего года жизни и может рассматриваться как качественно новый этап в развитии счетной деятельности.

Тенденция к сравнению проявляется у детей различно. Одни накладывают предметы один на другой, другие прикладывают предмет к предмету. Это первые способы оценки детьми численности, размеров предметов, их измерения. Сравнивая объекты, дети пытаются установить отношение равенства или неравенства (больше, меньше, поровну). Потребность в количественной оценке путем сравнения возникает как подражание действиям взрослых в различных практических действиях с предметами.

Вслед за рече-слухо-двигательными образами у детей 3—4-летнего возраста успешно формируется слуховой образ натурального ряда чисел. Слова-числительные выстраиваются в ряд и называются по порядку, но происходит это постепенно. Вначале упорядочивается лишь некоторое множество числительных, после него числительные называются, хотя и с промежутками, но всегда в возрастающем порядке: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16 и т. д.

Усвоив числительные первого десятка, дети легко переходят ко второму десятку, а дальше считают так: «Двадцать десять, двадцать одиннадцать» и т. д. Но стоит ребенка поправить и назвать после двадцати девяти число тридцать, как стереотип восстанавливается и ребенок продолжает: «Тридцать один, тридцать два... тридцать девять, тридцать десять» и т. д. Некоторые дети начинают при этом понимать, что после двадцати девяти, тридцати девяти, сорока девяти имеются особые слова, названия которых они еще не знают. В таких случаях дети делают паузу, ожидая помощи взрослого.

Однако сформированный у детей слуховой образ натурального ряда чисел еще не свидетельствует об усвоении ими навыков счета.

Под влиянием обучения дети в 3 года осваивают умение поэлементно сравнивать одну группу предметов с другой, практически устанавливая между ними взаимно однозначное соответствие. На этом этапе следует учить не словам-числительным, а сравнению множеств путем установления соответствия между его элементами:

накладывать предметы один на другой, раскладывать их один под другим или составлять пары, взяв по одному предмету из каждой группы. При таком сопоставлении дети могут видеть равенство или неравенство групп предметов, определяя бóльшую или меньшую по количеству группу, множество из двух, умеют показать лишние элементы или указать место, где их не хватает, указывая на равночисленность групп, пользуются словами и выражениями: *поровну* или *здесь столько же, сколько там,* не называя чисел.

Такие действия в дочисловой период обучения помогут в последующем точнее понять и усвоить счет, прием соотнесения числа с предметом, порядок следования чисел, место числа в натуральном ряду.

На третьем году жизни дети пытаются считать, проявляя очень большой интерес к счетной деятельности. Освоение детьми последовательности чисел в процессе счета ими предметов, звуков, движений и составляет содержание следующего этапа в развитии у них количественных представлений (для 3—4-летних).

Счет в этот период очень однообразен. Дети называют слова-числительные: *раз* (в значении один), *два, три, другой* (второй), *третий* и др., показывают при этом на предметы. На вопрос «Сколько?» вновь начинают пересчитывать. Это свойственно всем детям на начальном этапе овладения счетной деятельностью. Они осваивают процесс счета (название чисел, отнесение их к предметам), но последнее названное при этом слово-числительное не соотносят со всем множеством. Такой счет является «безытоговым» (Н. А. Менчинская). Часто встречающейся ошибкой в этот период является и неточность соотнесения числа с предметом. Ребенок называет одно слово-числительное, показывая при этом на два предмета, и наоборот.

В возрасте 3—4 лет (иногда и 5 лет) дети, освоившие счет, не могут ответить на вопрос «Какое из чисел идет до числа 4, какое после?». Они начинают или восстанавливать (на пальцах) ряд чисел, или слова *до* и *после* заменяют словами *впереди, сзади* и, называя следующее число, рассматривают его как впереди стоящее. Многие дети, называя следующее число, не могут назвать предыдущее. При выполнении задания найти число, большее на единицу, они мысленно или вслух начинают называть слова-числительные всего ряда, начиная с *раз*. Дети понимают, что каждое следующее число больше предыдущего, однако точного представления о предыдущем и следующем числе у них еще нет, что лишает их возможности сразу назвать число, большее или меньшее указанного на единицу.

Так, на основе слухового образа натурального ряда возникает его пространственный образ.

Дальнейшее формирование представлений о числе и натуральном ряде чисел осуществляется под влиянием овладения счетной деятельностью на основе упражнений на уравнение множеств предметов по числу, сравнения множеств и чисел.

Овладевая счетом, дети приобретают умение определять количество предметов в результате осознания итогового значения числа,

сравнивать множества и числа с определением отношений между ними (наглядно, в слове). Сравнение чисел (на наглядной основе) раскрывает, выделяет количественное значение числа.

В процессе освоения счета и сравнения двух групп предметов по количеству у детей формируется представление о числе как показателе равночисленности множеств (красных, желтых, белых ромашек по 3; 4 ведерка, 4 совочка, 4 песочницы — игрушек для игр с песком по 4) на основе выделения общих качественных и количественных признаков.

При этом перестраиваются восприятие и мышление детей. У них вырабатывается умение видеть одно и то же количество независимо от внешних несущественных признаков (осознание принципа сохранения количества). Этому способствуют упражнения, убеждающие детей в том, что одно и то же количество может быть представлено из разных объектов, отличаться размером занимаемой площади, расположением.

Успешное формирование счетной деятельности, особенно на ранних ступенях развития, возможно лишь при участии движений, речи, взаимодействии всех анализаторов.

Двигательный компонент (показ на предметы счета, круговое движение рукой при подведении итога) проходит свой путь развития: вначале ребенок передвигает предметы, потом прикасается к ним, затем указывает на предметы на расстоянии, наконец, выделяет предмет лишь глазами, не опираясь на практическое действие. Подобная перестройка совершается постепенно. В процессе овладения счетом происходит развитие и речевого компонента: от громкого называния слов-числительных в процессе счета ребенок переходит к называнию их шепотом, затем лишь шевелит губами и, наконец, произносит их мысленно, т. е. в плане внутренней речи.

В процессе освоения счета речевое и двигательное действие проходит общий путь развития: от внешнего, развернутого действия к внутреннему, свернутому. Движение глаз и произнесенное слово выполняют функцию дробления множеств. Постепенно слово и движения глаз начинают заменять действие руки, становясь основным носителем счетного действия.

В 4—5 лет дети усваивают последовательность и наименования числительных, точно соотносят числительное с каждым множеством предметов независимо от их качественных особенностей и форм расположения, усваивают значение названного при счете последнего числа как итогового. Однако, сравнивая числа, определяют большее из них по дальности его от начала счета или как находящееся впереди (сзади) какого-либо числа, что было свойственно детям на более низком уровне усвоения последовательности чисел.

Освоение счета и сравнение чисел (на наглядной основе, в разных условиях) дает возможность детям выделить число, сравнить совокупность. Число в их представлении постепенно абстрагируется от всех несущественных признаков.

У детей 4—5 лет и старше часто складывается весьма ограниченное представление о значении единицы. Единица ассоциируется у них с некоторым отдельным предметом. Под влиянием обучения дети овладевают умением относить единицу не только к отдельному предмету, но и к группе. Это является основой для понимания десятичной системы счисления.

В старшем дошкольном возрасте дети овладевают измерением. От практического сравнения предметов путем измерения переходят к количественной характеристике его путем подсчета условных мерок. Эта деятельность углубляет представление о числе. Число начинает выступать как отношение целого (измеряемой величины) к части (мере).

Под влиянием овладения двумя видами деятельности, счетом и измерением, у детей формируются четкие представления о месте, порядке следования, количественном значении числа, отношении его к другим числам (в пределах 10). Достигнутый уровень развития количественных представлений позволяет детям в 5—6 лет эмпирически подойти к пониманию принципа построения натурального ряда: каждое следующее число больше предыдущего на 1 и каждое предыдущее меньше следующего на 1.

Итак, общая последовательность развития представлений о числе в период дошкольного детства состоит в следующем:

от восприятия множественности (много) и возникновения первых количественных представлений (много, один, мало) через овладение практическими способами установления взаимно однозначного соответствия (столько же, больше, меньше) к осмысленному счету и измерению.

Глава XI. ЗАДАЧИ, СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ В РАЗНЫХ ВОЗРАСТНЫХ ГРУППАХ ДЕТСКОГО САДА

§ 1. Методика формирования количественных представлений во второй младшей группе (четвертый год жизни)

Во второй младшей группе у детей формируются разнообразные практические действия с совокупностями однородных и разнородных предметов. Они направлены на усвоение детьми отношений «равенство» и «неравенство». Обучение в этот период характеризуется формированием количественных представлений, отражаемых в устной речи, так называемый «дочисловой» период.

У детей 3 лет формируются представления о единичности и множественности объектов и предметов. В процессе упражнений, объединяя предметы в совокупности и дробя целое на отдельные части, дети овладевают умением воспринимать в единстве каждый отдельный предмет и группу в целом. В дальнейшем при знаком-

стве с числами и их свойствами это помогает им освоить количественный состав чисел.

Дети учатся образовывать группы предметов по одному, а затем и по двум-трем признакам — цвет, форма, размер, назначение и др., подбирать пары предметов. При этом образованное определенным образом множество предметов дети воспринимают как единое целое, представленное наглядно и состоящее из единичных предметов. Они убеждаются в том, что каждый из предметов обладает общими качественными признаками (цвет и форма, размер и цвет).

Группировка предметов по признакам вырабатывает у детей умение сравнивать, осуществлять логические операции классификации. От понимания выделенных признаков как свойств предметов в старшем дошкольном возрасте дети переходят к освоению общности по количеству. У них формируется более полное представление о числах.

В процессе обучения у детей 3 лет далее формируется представление о предметных разночисленных совокупностях: один, много, мало (в значении несколько). Они постепенно овладевают умением различать их, сравнивать, самостоятельно выделять в окружающей обстановке.

Такой подход является подготовкой детей к формированию представлений об отношениях «равенство» и «неравенство» и включает:

а) овладение умением сравнивать совокупности предметов путем непосредственного сопоставления элементов «один к одному» (т. е. фактически умение устанавливать взаимно однозначное соответствие между множествами);

б) определение равночисленности и неравночисленности множеств;

в) овладение приемами наложения и приложения;

г) понимание независимости количества (в пределах 5) от способа расположения предметов в пространстве, формирование представлений об инвариантности (неизменности) этого количества;

д) воспроизведение множества предметов, движений, звуков (заданном в образце количеством 1—5);

е) установление равенства и неравенства количества предметов.

Освоение отношений равенства и неравенства (поровну, больше, меньше) способом поэлементного сопоставления является непосредственной подготовкой к овладению счетом.

В процессе разнообразных практических действий с совокупностями дети усваивают и используют в своей речи простые слова и выражения, обозначающие уровень количественных представлений: *много, один, по одному, ни одного, совсем нет* (ничего нет), *мало, такой же, одинаковый* (по цвету, форме), *столько же, поровну; столько, сколько; больше, чем; меньше, чем; каждый из...; все, всех.*

Детей следует приучать объяснять способ выполнения действия,

например: «Возьму еще один и положу...», «Стало...», «Становится меньше...», «Каждому зайцу дали по морковке...», «Всех кукол угостили конфетами...», «Этот кружок лишний, он мне не нужен...», «Квадратов не хватило, значит, их меньше...», «Постучал столько же раз...» и т. д.

Объяснение своих действий требует от детей использования в речи не только простых, но и более сложных предложений с союзами *а, и,* отрицанием *не,* частицей *чем*: «В шкафу много игрушек, и на полу много», «Большие и маленькие шары положили в коробку», «Красные шары положили в красную коробку, а синие — в синюю», «Здесь красные флажки, а этот не красный», «Мишек меньше, чем кукол».

Педагог в процессе обучения использует вопросы, выражения, отражающие количественные изменения, оценку, которые в конкретной ситуации в ходе выполнения практических действий доступны и понятны детям: «Сколько?», «Как узнать, поровну ли?», «Возьми столько же», «Проверь, здесь столько же, сколько там?», «Возьми мало», «Одинаково по количеству», «Постучи в домик столько же раз, сколько хлопков ты слышал», «Убери лишнее», «Сделай поровну», «Накладывали», «Прикладывали», «Расставили парами» и др. Дети понимают смысл этих выражений, выполняют задания, представленные в словесной форме. Эти же выражения педагог применяет при обобщении детских ответов, выделении способов осуществления практических действий.

Содержание и методика обучения образованию, группировке, выделению совокупностей предметов и одного предмета в окружающей обстановке

В дочисловой период обучения дети осваивают различные действия с совокупностями: образование множества предметов, дробление на составные элементы, выделение из них отдельных предметов, группировка по свойству, характеризующему данное множество, определение принадлежности или непринадлежности элемента к данному множеству, нахождение количества предметов, адекватного предъявленному образцу, осуществление количественного анализа предметов окружения, сравнение совокупностей предметов.

Наглядным материалом для этой цели служат игрушки, мелкий дидактический материал, изображения предметов, таблицы с изображенными на них совокупностями предметов в достаточно большом количестве, меньшем (мало, несколько), единичных предметов, сгруппированных по общему признаку.

Используемый в обучении наглядный материал постепенно усложняется: от действий с игрушками и предметами дети переходят к выполнению действий с геометрическими фигурами. Это дает возможность выделить количественные отношения, решить задачи первоначальной подготовки детей к дальнейшему обучению.

Прежде всего следует приучать детей овладевать умением образовывать множество, подбирая предметы по указанному признаку. Например, предлагается задание взять всем детям по одному

предмету и положить на стол, в корзину, на поднос и т. д. По этому заданию дети должны взять по одному красному кубику (из заранее приготовленных), принести, сказать, сколько предметов принес каждый из них, отметить качественный признак. Педагог при этом должен выяснить вопрос о количестве предметов («Сколько?»), их названии и качественных признаках (красные кубики), способе получения совокупности (*каждый* из детей, *все* принесли *по одному*).

Дети образовывают множества из разнообразных элементов с последующим дроблением их на отдельные части. Педагог отмечает при этом постепенность увеличения или уменьшения совокупности. Дети приносят по одному кубику из имеющихся кубиков двух-трех цветов (красные, синие, зеленые). Педагог сопровождает действия детей словами, помогающими им осмыслить изменение множества в результате последовательного увеличения или уменьшения: «Вова взял один кубик, да Галя взяла еще один, остается кубиков все меньше и меньше».

При образовании совокупности предметов по заданию педагога или дроблении их на отдельные части детей надо приучать отвечать на вопрос «сколько?», называя предметы, их качественные признаки, и лишь затем разрешить взять их в руки. Совокупность предметов специально подбирается по количеству детей или так, чтобы остался один предмет. Воспитатель спрашивает детей, есть ли предметы или сколько осталось (один), по скольку предметов у каждого из детей, сколько их у каждого ребенка, обращаясь при этом индивидуально к каждому ребенку.

В подобных игровых упражнениях постоянно уточняется состав группы (предметов), действия по увеличению, уменьшению, образованию совокупности.

В дальнейшем, с целью выработки умений самостоятельно группировать предметы, выделять признак, следует предлагать детям из множества выбирать предметы по признаку (найди, возьми такой же). Из множества шаров, однородных по цвету, но разных по размеру, а затем и разного цвета и размера выбрать все большие, выбрать только красные, большие синие шары и т. д.

Например, зеленые машины ставятся к воротам соответствующего цвета, большие (независимо от цвета, назначения) — в большой гараж, синие шары прокатываются только по синей дорожке. В процессе выполнения действий отмечается назначение предметов.

Дети в такой ситуации определяют численность каждого из множеств: «Много», «Много больших и маленьких машин», «Много больших машин и маленьких тоже много». Здесь им предлагается определить, можно ли «объект» отнести к имеющейся группе предметов, объяснить это (по тем же основным признакам: цвет, форма, размер). Например, педагог показывает детям корзину с синими шарами и спрашивает: «Что это? Какого цвета?» — и далее, взяв один красный шар, выясняет, можно ли его положить в эту корзину, к синим шарам. Отмечает, что нельзя, так как он не синий, т. е. не такой же. Предлагается разложить предметы

по большим и маленьким коробкам, отобрать круглые и некруглые, каждый раз объясняя способ подбора, пользуясь словами *такой же, тоже большой, одинаковый* (воспитатель уточняет признак — по цвету, по величине).

Освоение понятий «такой же», «одинаковый» способствует обучению детей подбору пар. Даются задания: принести такой же мяч, выбрать два одинаковых кубика по цвету и размеру. В ходе подобных упражнений у детей формируется первичное представление о сходстве и аналогии по какому-нибудь свойству.

Желательно, чтобы все задания детям были мотивированными. Следует показывать необходимость образования или разбиения совокупности. «Надо принести много кубиков для того, чтобы построить кукле дом», «Взять всем по одному карандашу для того, чтобы быстро убрать их на место» и т. п.

В процессе упражнений необходимо научить детей воспринимать, различать и определять словами *один* и *много* количество звуков, движений: «Сколько раз мишка ударил лапой в бубен (один или много)? Сколько раз прыгнул зайка? Кому я хлопнул в ладоши много раз: кукле или матрешке?» и т. д.

Совокупности, определяемые детьми как «много», различны по количеству. Поэтому вслед за усвоением умения различать понятия «много» и «один» детей обучают различению групп предметов большей или меньшей численности (много или мало). Выделяются три предмета в сравнении с десятью, пять в сравнении с двенадцатью предметами, и дети убеждаются в относительности значения слов *мало, много.*

Детям предлагаются для сравнения предметы (игрушки или их изображения) в количестве 1, 3 и 9. Они располагаются на расстоянии по группам (качественные особенности при этом не играют роли). Сравнительный анализ идет в следующем направлении. Сначала дети называют, каких предметов всего *один,* каких *много.* Затем педагог обращает их внимание на совокупность в три предмета и предлагает сравнить ее с совокупностью, где предметов много: «Чего (каких предметов) больше, а чего меньше? Где больше предметов, где меньше? Этих предметов много, а сколько же здесь?» (Мало, всего несколько, меньше, чем...) После этого по вопросам педагога дети называют, каких предметов много, мало, один, отвечают на вопросы со словами *сколько.* В ходе таких упражнений, на основе общей зрительной оценки численности, возможно использование понятий «больше», «меньше» без поэлементного сравнения (где много — больше, где мало — меньше).

Формированию представлений о множестве способствуют практические упражнения и задания по отбору и раскладыванию предметов в группы (мало, много, один): на красную карточку поставить одну матрешку, на синюю — много; кукле дать много цветов, а мишке — мало.

Более сложными для детей являются упражнения по выделению и распознаванию количества предметов в специально подго-

товленной обстановке (на столах, полках, в шкафах, ограниченном участке комнаты).

В дальнейшем предлагается выделить эти совокупности в обстановке комнаты, участка, около дома, улицы, на основе непосредственного восприятия, а затем и по представлению.

Хорошую упражняемость в различении количественных отношений обеспечивает выполнение детьми поручений педагога: принести много зайцев и одного мишку; найти, где лежит мало карандашей и много тетрадей; принести один стул и несколько (мало) кукол и т. д.

Методика обучения сравнению множеств путем установления соответствия

Одной из главных задач в обучении детей второй младшей группы является освоение ими практических приемов взаимного сопоставления элементов одного множества с элементами другого, поэлементного сравнения множеств конкретных предметов путем наложения одного на другое, а также поэлементного приложения одного множества к другому. Дети овладевают при этом умением определять численность множества и выражать ее с помощью слов, отражающих количественные отношения.

Формирование у детей представлений об отношениях «равенства» и «неравенства» начинается с обучения их умению определять равночисленность множества и отражать это в речи: *столько, сколько; столько же, сколько и; поровну, одинаково по количеству.* Затем дети овладевают умением выявлять неравночисленность множеств: *больше, меньше; меньше, чем.* В дальнейшем с целью закрепления знаний дети упражняются в установлении и определении равенства и неравенства в разнообразных игровых и бытовых условиях.

Вариативность упражнений обеспечивает понимание детьми значения вопроса «сколько?». В ответе на вопрос должны быть представлены результаты сравнения двух групп предметов по количеству входящих в них предметов: «столько же» или «больше, чем» («меньше, чем»).

Наиболее простым приемом сравнения является наложение. Для обучения детей этому приему установления соответствия используются карточки с нарисованными предметами, а впоследствии и с геометрическими фигурами в количестве 3—6 штук, а также игрушки. Изображенные предметы располагаются в ряд, так как на данном этапе обучения иное расположение предметов затрудняет их адекватное воспроизведение. На изображения ставятся мелкие предметы (раздаточный материал) или накладываются силуэты предметов.

Наглядный материал подбирается для занятий таким образом, чтобы дети видели необходимость сопоставления: угостить зайцев морковкой, посадить бабочек на цветы, надеть на кукол платья и т. д.

В ходе показа и объяснения приема наложения педагог об-

ращает основное внимание на соотношение «один к одному», понимание смысла слов *столько же,* способ выполнения действия. Воспитатель берет предметы и, действуя правой рукой слева направо, последовательно накладывает их на каждый из изображенных элементов и т. д. Уточняет свое действие: «Я каждому зайчику даю по морковке. Я всех зайцев угостила морковками». После этого следует вопрос к детям: «Сколько же морковок я раздала зайцам?» На первых порах дети отвечают, как правило, «много», что соответствует уровню сформированных у них представлений. Поэтому педагогу следует уточнить еще раз поэлементное соответствие (каждый зайчик получил морковку) и предложить детям образец ответа: «Морковок столько же, сколько и зайцев», «Я раздала столько морковок, сколько зайцев».

В ходе подобных упражнений раздаточный материал подбирается в большем количестве, чем это требуется для воспроизведения. Предметы ставятся (накладываются) так, чтобы изображенное на карточках не закрывалось полностью. Это необходимо для усвоения смысла, сравнения, развития элементов самоконтроля.

При показе способа наложения следует обращать внимание детей на необходимость при выполнении задания соблюдать направление слева направо, раскладывать предметы правой рукой, одновременно придерживая карточку левой. Такой способ действий закрепляется в многократных самостоятельно выполняемых детьми действиях с раздаточным материалом.

За усвоением понятий «столько же», «столько, сколько» следует задать детям вопрос «по скольку...?». Ответ «поровну...» подчеркивает обобщение предметов по количеству независимо от их качественных и пространственных признаков. Воспитатель задает вопрос: «По скольку морковок и зайцев?» Уточняет ответ детей, используя понятие «столько же». Подчеркнув соответствие, поясняет значение слова «поровну»: «Морковок и зайцев поровну, морковок столько, сколько зайцев».

В тех случаях, когда дети хорошо усвоили прием наложения, они обычно быстро усваивают и прием приложения. Для обучения можно использовать карточки с двумя полосками, на которых предметы изображены лишь на верхней полосе. Наложив предметы на изображения, отметив соответствие, педагог последовательно сдвигает вниз каждый из них, подкладывая под изображение. Можно пользоваться специальными карточками, на которых нижняя полоса расчерчена на квадраты, что предупреждает ошибки[1].

Те же приемы (наложение и приложение) используются при ознакомлении детей с отношением неравенства: «больше, чем», «меньше, чем», причем сравниваемые множества отличаются только одним элементом. Для осмысленного понимания детьми несоот-

---

[1] См. наглядное пособие: **Савукайтуне Б. М., Лукошявичене Я. В.** Малыши считают.— М., 1984.

ветствия возможно использование в речи слов «не хватает» (например, стула для куклы), «лишний». Это делает понятными для детей выражения типа «кукол больше (меньше), чем стульев» и дает возможность обосновать свой ответ.

При выполнении детьми практических действий возможны ошибки. Наиболее часто встречаются следующие: при наложении дети заполняют интервалы между нарисованными предметами, в результате отсутствует соответствие элементов; при приложении дети не видят интервалов между предметами, нарисованными на верхней полоске карточки, и начинают раскладывать предметы на нижней полоске тесно в ряд, по всей длине карточки.

Причины этих ошибок состоят в недостаточно развитом у детей количественном и пространственном анализе, слабой дифференцировке составляющих множеств элементов, отсутствии прочных практических умений в установлении поэлементного соответствия.

Еще одной, наиболее распространенной ошибкой является попытка раскладывать предметы обеими руками от середины полоски к концам. Это объясняется тем, что перестройка ранее сложившегося стереотипа в движениях рук и глаз происходит не сразу.

Первичное чувственное представление о соответствии элементов двух множеств и способах его установления формируется под влиянием обучения: показа практического действия в сочетании со словом, выполнения его детьми. В дальнейшем дети могут выполнять задание лишь на основе словесной инструкции (взять столько же). Переход к выполнению задания по чисто словесной инструкции осуществляется постепенно.

Усвоение приемов наложения и приложения способствует тому, что внимание детей все более отвлекается от самих предметов и фиксируется на отношениях «равенства» и «неравенства».

Сравнение групп по численности сопровождается выявлением признаков предметов. От сравнения предметов одного вида (красные и синие квадраты) следует переходить к сравнению не только по предметному, но и пространственному признаку (верхняя и нижняя полоски, справа и слева).

В таких разнообразных упражнениях предметы одного вида могут быть представлены в разных количествах (поровну, больше, меньше), что способствует формированию у детей обобщенных представлений. От сравнения неравных множеств необходимо переходить к сравнению равных и наоборот, предлагая детям самостоятельно изменять количество элементов: «Убери лишний стул. Что теперь можно сказать о количестве стульев и кукол? Положи еще один квадрат. Больше или меньше теперь квадратов?»

Необходимо показать детям прием сравнения с помощью образования пар. Для этого воспитатель берет предметы (зайцы и мишки) по одному и расставляет парами, затем спрашивает детей: «Как расставили игрушки? По скольку игрушек в паре? Кого больше или мишек и зайцев поровну? Как узнали это?»

В ходе выполнения упражнения педагог задает детям вопросы, требующие словесного выражения действия. Следит за согласованием слов, построением предложений в ответах детей. В процессе занятий допустимы хоровые ответы, индивидуальное обращение с вопросом к ребенку. При необходимости взрослый помогает ребенку в построении предложений: «По скольку яблок дали каждому мальчику? А сколько всего яблок раздали мальчикам? Каких игрушек больше? Всех ли кукол угостили конфетами? Каждый ли зайка получил морковку? Что можно сказать о количестве кругов и квадратов? Как вы раскладывали предметы (с конкретным указанием названия)? Как ты будешь раскладывать? По скольку предметов будешь брать? Как узнать (проверить), поровну ли мишек и кукол? Может быть, кукол меньше, чем мишек? Как узнать, хватит ли куклам мячей?»

Учитывая, что восприятие совокупности предметов у маленьких детей тесно связано с их пространственным расположением, одной из задач обучения является дифференциация количественных и пространственных отношений, формирование представлений о независимости количества от несущественных признаков. Равенство по численности дети должны научиться воспринимать независимо от формы, расположения предметов, занимаемой ими площади, используя при этом различные приемы непосредственного сравнения.

С этой целью берутся две группы предметов, геометрических фигур в небольших количествах (3—5). Они располагаются линейно, один элемент под другим (мячи и матрешки). После сравнения педагог берет одну из совокупностей (мячи), раскладывает их здесь же, на плоскости, придав им другую форму (по кругу, группой). Предлагает детям определить, изменилось ли количество предметов или их по-прежнему столько же. В обобщении педагог подчеркивает неизменность количества мячей, так как ничего не добавлялось и не убиралось. На следующих занятиях воспитатель предлагает детям найти и показать столько же предметов (линейное расположение сравнивается с фигурным и наоборот). Используются предметы различного размера, цвета. В равенстве совокупностей дети убеждаются путем приведения предметов, фигур во взаимно однозначное соответствие (наложение, приложение, составление пар).

Это способствует формированию умения применять усвоенные ранее способы сравнения в новых для детей ситуациях. С этой целью необходимо использовать на занятиях съемный дидактический материал (фланелеграф, магнитную доску).

Овладение детьми умением сравнивать предметы поэлементно делает возможным обучение самостоятельному воспроизведению их по образцу. Даются задания: принести столько же карандашей, сколько кукол сидит за столом; на каждый звук положить перед собой предмет; прослушать звуки и положить столько же предметов; поклониться каждому мишке; прослушать звуки и воспроизвести их в том же количестве. Дети на чувственной основе определяют количество звуков, движений в пределах 5 и вполне правильно воспроизводят их. Так устанавливается взаимно однозначное соответствие между количеством игрушек и коли-

чеством производимых движений или звуков. Соотнося каждое движение, звук со зрительно воспринимаемыми предметами, дети учатся одновременно и обобщению множеств по количеству. Воспитатель обращается к ребенку: «Ты постучал много раз, столько же, сколько здесь картинок». Или: «Ты постучал столько раз, сколько стоит петушков. Покажи картинку, где столько предметов, сколько раз я постучала». Подобные упражнения подводят детей к пониманию того, что множества различны как по своему характеру, так и по численности.

Итак, в младшем дошкольном возрасте, в дочисловой период обучения дети овладевают практическими приемами сравнения (наложение, приложение, составление пар), в результате которых осмысливаются математические отношения: «больше», «меньше», «поровну». На этой основе формируется умение выделять качественные и количественные признаки множеств предметов, видеть общность и различия в предметах по выделенным признакам.

§ 2. Методика формирования количественных представлений в средней группе (пятый год жизни)

Сформированное в младшем дошкольном возрасте (2—4 года) умение анализировать множества предметов с точки зрения их численности, видеть последовательность и различия по качественным и количественным признакам, представление о равенстве и неравенстве предметных групп, умение должным образом отвечать на вопрос «сколько?» (столько же, здесь больше, чем там) является основой овладения счетом.

В среднем дошкольном возрасте (пятый год жизни) в процессе сравнения двух групп предметов, выделения их свойств, а также счета у детей формируется представление о числе, позволяющее дать точную количественную оценку совокупности. Они овладевают приемами и правилами счета предметов, звуков, движений (в пределах 5).

Для формирования у детей представлений о натуральном ряде чисел (последовательности, месте числа) их знакомят с образованием числа (в пределах 5) в процессе сравнения двух множеств предметов и увеличения или уменьшения одного из них на единицу.

На протяжении всего этого периода обучения уделяется большое внимание сравнению множеств предметов по количеству составляющих их элементов (как без счета, так и в сочетании со счетом), уравниванию множеств, отличающихся одним элементом, установлению взаимосвязи отношений «больше — меньше» (если мишек меньше, то зайцев больше).

В средней группе дети, овладев умением считать предметы, звуки, движения, отвечать на вопрос «сколько?», учатся определять порядок следования предметов (первый, последний, пятый), отвечать на вопрос «который?», т. е. практически пользоваться количественным и порядковым счетом.

В процессе обучения у детей формируется умение воспроиз-

водить множества, отсчитывая предметы по образцу, по заданному числу из их большего количества, запоминать числа.

В ходе специальных упражнений по овладению счетом у детей формируется представление о числе как общем признаке разнообразных множеств (предметов, звуков). Они убеждаются в независимости числа от несущественных признаков (например, цвета, занимаемой площади, размеров предметов и др.), используют различные способы получения равных и неравных по количеству групп. Дети учатся видеть идентичность (тождественность), обобщать по числу предметы множеств (столько же, по четыре, пять, такое же количество, т. е. число).

Обучение детей среднего дошкольного возраста направлено на формирование представлений о первых пяти числах натурального ряда (порядке их следования, зависимости между смежными числами: больше, меньше), выработку умения пользоваться ими в различных бытовых и игровых ситуациях.

В процессе практических действий с множествами предметов счета и сравнения дети овладевают словами и выражениями: *число, здесь столько же, тоже три, первый, пятый, последний, пара; разложил в ряд, подложил один предмет под другой, составил пары, добавил один ..., убрал один..., стало меньше, сосчитал, отсчитал столько, сколько нарисовано...* и др. При этом они упражняются в построении простых и сложных предложений с союзами *и, а, если, то,* объяснении своих действий, умении задавать простые вопросы со словом *сколько* о количестве предметов в комнате, на картине.

В средней группе дети учатся выражать в речи не только результат своих действий, т. е. отвечать на вопрос «Что ты сделал?», но и способ выполнения действия. Сначала по вопросам педагога, а затем самостоятельно дошкольники отвечают на вопрос «Как ты выполнил задание?». Освоение содержания учебного материала способствует осмыслению детьми выражений, употребляемых педагогом: «Сравни по количеству», «Какое из чисел больше?», «Если звуков столько же, сколько предметов, то сколько их?», «Равны по количеству», «Не равны».

О степени понимания таких вопросов свидетельствует характер и результативность практических действий, выполняемых детьми по заданиям педагога.

Содержание и методика обучения счету

В период дочислового обучения формируется чувственная основа дальнейшего овладения счетом: расчлененное восприятие совокупности, практическое установление поэлементного соответствия, общая количественная оценка, что стимулирует потребность в определении некоторого количества предметов конкретным числом. Многие дети еще до систематического обучения счету пользуются числами при определении небольших совокупностей (в пределах 2—4).

Одна из основных программных задач обучения детей пятого года жизни состоит в формировании у них умения считать, выработ-

ке соответствующих навыков и на этой основе развитии представления о числе.

Счет как деятельность с конечными множествами включает следующие структурные компоненты: цель (выразить количество предметов числом), средства достижения (процесс счета, состоящий из ряда действий, отражающих степень освоения деятельности), результат (итоговое число).

Наибольшую сложность для детей представляет достижение результата счета, т. е. итог, обобщение. Выработка умения отвечать на вопрос «сколько?» словами *много, мало, один, два, столько же, поровну, больше, чем...* ускоряет процесс осмысления детьми значения итогового числа при счете.

В ходе упражнений по обучению счету необходимо сформировать у детей умение соотносить называемое по порядку число с одним из предметов, не пропускать предметы, числа и не называть их повторно. Дошкольники должны усвоить, что последнее из названных при счете чисел дает ответ на вопрос о количестве предметов в пересчитываемой группе.

Формирующееся у детей представление о числе многопланово: число как показатель мощности множества, итог счета, порядок следования и место в общей последовательности чисел, количественное значение.

Обучение счету путем поэлементного сопоставления двух предметных множеств помогает подготовить детей к познанию отношений между числами.

С целью предупреждения ошибок у детей (пропуск чисел и предметов, повторение счетных действий в ответ на вопрос «сколько?», использование слова *раз* и др.) довольно длительный период обучения счету делят на два этапа.

Цель первого этапа состоит в ознакомлении детей с назначением счета, обучении умению отвечать на вопрос «сколько?», называя при этом последнее при счете число. Счет предметов, предварительное сравнение их (1 и 2, 3 и 2, 3 и 4) осуществляет педагог, а дети, наблюдая процесс счета, отвечают на вопросы: «Сколько всего кукол? мишек? По скольку мишек и кукол? (Поровну, по три.) Чего больше (меньше)?»

В ходе таких упражнений педагог переводит детей от дочислового сравнения к сравнению с помощью чисел: «Кукол две, а мишек три. Кукол меньше, чем мишек. Число 2 меньше числа 3». Для закрепления материала достаточно провести четыре-пять таких упражнений на двух-трех занятиях.

Цель второго этапа обучения состоит в формировании у детей счетных умений, знакомстве с образованием каждого следующего числа на основе добавления предмета к одному из сравниваемых множеств.

Наглядный материал для обучения подбирается с учетом доступности выделения детьми качеств, признаков и свойств предметов. Сначала используются предметы, имеющие качественные различия (большие и маленькие, красные и зеленые яблоки), затем отличающиеся родовыми признаками (яблоки и груши). Это

могут быть игрушки, объекты окружения, их изображения, модели геометрических фигур и т. д.

Упражнениям по обучению счету предшествуют анализ состава предметов, выделение общих признаков, способа расположения (как правило, по рядам). В процессе обучения счету постоянно варьируются задания, оценивается равное и неравное количество предметов (2 и 3, 3 и 3, 3 и 4 и т. д.). При ознакомлении со счетом для каждого нового числа показывается способ его получения. В ходе объяснения в сочетании с показом воспитатель знакомит детей с правилами счета: показывая рукой предметы, начиная от первого, т. е. расположенного слева, одновременно следует называть последовательно числа. После называния числа, соответствующего последнему в ряду предмету, важно акцентировать внимание детей с помощью кругового движения рукой и ответить на вопрос «сколько?». Числа называются четко, строго в порядке следования, а сами пересчитываемые предметы не называются. Называть предметы следует лишь при подведении итога счета («Всего 5 квадратов»). В самом начале обучения счету следует обращать внимание детей на необходимость соотнесения первого в ряду предмета с числом *один*, а не со словом *раз*, что имеет место в считалках, быту.

В ходе освоения счета у детей возникают трудности в согласовании числительных с существительным в роде, числе, падеже (в процессе счета, при подведении итога). Эти ошибки закономерны. Исправлению их способствует использование педагогом таких приемов, как пояснение, правильный подбор наглядного материала, постоянное варьирование его на одном и том же занятии, внимание и контроль за счетной деятельностью детей. В случае ошибки полезно предложить ребенку назвать один из перечисленных предметов и выбрать нужное слово: *один, одна* или *одно*, а также подумать, как он скажет о двух предметах: *два* или *две*.

В начальный период обучения обращается внимание на выработку умений считать слева направо, брать предметы по одному правой рукой и раскладывать их слева направо. Это обстоятельство необходимо для дальнейшего обучения письму, чтению, хотя в определении количества особой роли не играет.

Обучение счету сопровождается беседами с детьми о назначении, применении счета в разных видах деятельности. Постепенно дошкольники переходят к пересчитыванию предметов быта, игрушек. Воспитатель должен стремиться к тому, чтобы счет использовался детьми повсеместно и число наряду с количественными и пространственными признаками предметов помогало бы детям лучше ориентироваться в окружающей действительности.

В ходе знакомства детей с образованием каждого из чисел натурального ряда в пределах 5 обращается их внимание на способ получения нового (большего) числа путем добавления одного предмета. Берутся две группы предметов (елки и грибы), сравниваются (столько, сколько, поровну, по три, одинаково по количеству). Затем добавляется один предмет (вырос еще один гриб), выясняется, чего больше или меньше (грибов больше, чем елок, елок меньше, чем грибов). Что нужно сделать, чтобы узнать, сколько стало гри-

бов? Демонстрируется способ счета в пределах 4. После этого обе совокупности вновь сравниваются. Подчеркивается, что елок осталось прежнее количество (3), а количество грибов увеличилось, их стало больше — 4, так как добавили еще один гриб[1].

Чтобы подготовить детей к усвоению общего принципа образования любых чисел, следует упражнять их в получении меньшего числа из большего. Педагог заостряет внимание ребят на способе получения числа: «Сколько было предметов? Сколько стало? Что нужно сделать, чтобы стало два вместо трех?» Обучение детей счету осуществляется в ходе выполнения действий по увеличению и уменьшению пересчитываемых и сравниваемых множеств на один элемент.

Счет в пределах 5 усваивается детьми на трех-четырех занятиях. Вся последующая работа в средней группе способствует закреплению счетных умений, формированию навыков и представлений о числах.

В средней группе дети овладевают порядковым счетом, т. е. умением определять место какого-либо предмета среди других при условии расположения их в ряд. Для этого необходимо научиться различать вопросы «сколько?», «который?», «какой по порядку?».

Пониманию и осмыслению детьми порядкового значения числа способствует расположение предметов в строго определенном порядке. Это может быть набор матрешек разных размеров, лесенка, составленная из кубиков, пластин, иллюстративный материал к сказкам «Три медведя», «Репка» и др. В этом случае необходимость определения порядкового номера объекта мотивирована. Порядок следования (первый, второй...) выявляется с опорой на дополнительный признак: размер, цвет и др. Поэтому начальные упражнения по обучению детей порядковому счету следует проводить на наглядном материале, представляющем собой упорядоченный ряд, исходя из того что сериация по признаку качества является одной из предпосылок формирования понятия о порядковом числительном, числе в целом. Для обучения создается определенная ситуация: матрешки идут на прогулку, дети пошли в лес и т. д. Определяется порядковый номер и качественный признак (имя, рост, размер): «Первая девочка в красном платье, она самая высокая, вторая — в зеленом, она пониже» и т. д.

Формированию навыка счетной деятельности, обобщению представлений о числе способствуют упражнения в сосчитывании звуков, движений, предметов по осязанию. Сначала дети овладевают умением считать звуки, движения, производимые воспитателем с помощью игрушки. (Сколько раз квакнула лягушка, подпрыгнул зайка?) Затем они считают звуки, движения, выполняемые ими самостоятельно, проговаривая числа вслух, а в дальнейшем шепотом и про себя, учатся запоминать числа.

---

[1] В работе по сопоставлению двух множеств используются непересекающиеся множества (яблоки и груши, елки и грибы и т. п.).

Звуки и движения должны быть ритмичны, разнообразны, интересны: удары в барабан, бубен, стук в дверь, проговаривание одного и того же слова, хлопки над головой, прыжки, подбрасывание мяча и др. Лучше, если источник звука скрыт от детей ширмой, дверью. Возможен счет на слух, с закрытыми глазами, что обостряет деятельность слухового анализатора.

В качестве подготовки детей к счету звуков и движений уместны упражнения в попарном соотнесении звуков или движений с предметами, воспроизведение одного множества в другом (на каждый звук возьми предмет, положи перед собой столько же игрушек, сколько насчитал движений).

При счете движений, предметов по осязанию иногда имеет место неадекватное отражение их количества в числе. Дети, считая одно движение, называют два числа (подъем рук вверх и опускание их вниз). В ходе обучения необходимо пояснять, что название числа должно совпадать с определенным моментом осуществления движения, например при подбрасывании мяча, когда он находится вверху, в полете.

Счет предметов по осязанию — интересное и развивающее упражнение. Вначале он носит игровой характер: взять, достать из «чудесного мешочка» определенное количество одинаковых мелких предметов, кубиков, матрешек. В дальнейшем дети считают предметы, зафиксированные неподвижно на плоскости (линейно расположенные: грибы на подставке, пуговицы, нашитые на картон, и т. д.). Наглядный материал после предварительного рассматривания закрывается салфеткой и пересчитывается. Правила счета те же: считать правой рукой, ведя ее по предметам слева направо, называя число в момент фиксации рукой предмета, левой рукой поддерживать карточку. Итоговое число называется сразу по окончании счета.

Наиболее сложным для детей средней группы является счет по осязанию, а в дальнейшем и отсчет мелких предметов, не зафиксированных на плоскости, так как он связан с передвижением их слева направо, что исключает повторение счета. Числа произносятся, когда передвижение предмета уже закончено. Считаются предметы, а не движения руки. Задания, наглядный материал разнообразятся, показывается практическая необходимость счета.

В процессе занятия счет с включением деятельности различных анализаторов сочетается с отсчетом, воспроизведением различных совокупностей по образцу и заданному числу.

О т с ч и т ы в а н и е определенной части множества осуществляется по тем же правилам, что и счет. По предложенному образцу (набор предметов, счетная карточка, числовая фигура) отсчитывается такое же количество предметов на основе зрительного восприятия или по осязанию. Уточняется смысл слов *сосчитал* и *отсчитал*.

При сосчитывании определяется число элементов в множестве, а при отсчитывании из большего числа элементов берется определенная часть, тождественная образцу или названному числу.

Дифференциация действий сосчитывания и отсчитывания ведется по вопросам: «Что вы сделали: сосчитали или отсчитали? Как узнали, сколько предметов надо было отсчитать? Сколько предметов отсчитали?» (Столько же, сколько кругов на карточке, пять; столько же, сколько звуков услышал.)

По мере овладения отсчитыванием дети начинают им широко пользоваться при выполнении действий с раздаточным материалом, что ускоряет процесс выполнения заданий.

В средней группе продолжается работа по формированию представлений о независимости числа предметов от их несущественных признаков: цвета, формы, размера, расстояния между ними, занимаемой площади, расположения их в пространстве. В ходе обучения сравниваются между собой равночисленные и неравночисленные множества по одному из указанных, а затем и по двум-трем признакам.

Множества предметов располагают в пространстве в зависимости от поставленной цели таким образом, чтобы была необходимость соотносить их, перекладывать, накладывать один на другой для доказательства равночисленности, а в дальнейшем — неравночисленности.

Так, в упражнениях на демонстрацию независимости количества предметов от занимаемой ими площади предметы одной совокупности раскладываются по горизонтали на близком расстоянии друг от друга, второй — на более далеком расстоянии (в зависимости от размеров доски, стола). Вначале выделяется общий признак предметов, входящих в каждую из совокупностей. Затем дети по заданию педагога находят отличительные признаки. Это может быть цвет, цвет и размер и т. д. Особо подчеркиваются различия в расстоянии между предметами, а отсюда и в занимаемой каждой совокупностью площади, т. е. в плотности и длине ряда. Количество несущественных признаков в подобных упражнениях нарастает в зависимости от степени усвоения учебного материала детьми. Первые упражнения следует проводить с использованием однородного материала, при этом подчеркивается, что различие между множествами лишь одно — занимаемая площадь.

После противопоставления (одни предметы расположены близко один к другому, поэтому они занимают мало места, и наоборот) педагог предлагает детям найти способ определения равенства или неравенства по количеству предметов: «Как вы считаете, поровну их или нет? Как это доказать? (Вначале используются приемы наложения или приложения, затем сосчитывание.) В чем вы убедились? (Одних столько же, сколько и других, по четыре.)»

Затем восстанавливается первоначальное расположение предметов: «Почему на первый взгляд кажется, что этих предметов (указывается) больше (меньше) по количеству?» Дети объясняют кажущееся неравенство различием в способе расположения, занимаемой ими площади.

При подведении итога педагог подчеркивает возможность подобного расположения предметов, необходимость практического сопоставления их с целью определения равенства или неравенства,

сосчитывания, независимость количества от способа расположения предметов в пространстве.

В ходе обучения необходимо использовать таблицы, карточки с различным расположением предметов. В этом случае дети используют еще один опосредованный способ доказательства соответствия или несоответствия: предметы — заместители объектов, эквиваленты.

Педагог подводит их к самостоятельному нахождению такого способа: «Мы не можем взять предметы и подложить один под другой. Как же, кроме сосчитывания, можно узнать, поровну их или нет?» В случае затруднения предлагает детям использовать эквиваленты. Нужно соотнести фишки с первым множеством и, убедившись в равенстве (взяли столько же, тоже четыре), проделать то же самое со вторым, используя тот же материал.

Чтобы научить детей разным способам расположения одного и того же количества предметов, используется (наряду с другими пособиями) карточка, деленная на 2—4 части, на которой одно из множеств зафиксировано. Необходимо, чтобы ребенок, определив количество элементов множества, самостоятельно разложил по-иному еще несколько равночисленных совокупностей и объяснил, как это делается.

Воспитанники средней группы вначале обобщают два множества по числу, а затем три и четыре множества. Постепенно усложняется и наглядный материал: от обобщения по видовым признакам переходят к обобщению по родовым признакам. Одно, а затем и два из обобщаемых множеств могут быть представлены в звуках, движениях: «По скольку больших и маленьких мячей? По скольку игрушек и звуков? По скольку звуков, игрушек и кругов? Найди столько кругов и квадратов, сколько было движений».

Итак, в ходе многократных упражнений дети убеждаются, что подлежащие количественной оценке совокупности могут отличаться одна от другой (иметь сходство) по различным пространственно-качественным показателям, что не влияет на число. Наиболее совершенный способ определения равенства или неравенства при этом — сосчитывание и определение общности (столько же, четыре) или различий (больше — меньше) по числу элементов. Подобные упражнения сочетаются с воспроизведением различных множеств, обобщением их по числу, определением различий.

Обучение сравнению множеств

В средней группе детей обучают сравнивать множества, чтобы определить равенство или неравенство по числу. Дошкольники осваивают практические способы уравнивания множеств. Они добавляют или удаляют один из предметов, делая из неравных множеств равные и т. п. Сравниваются множества, выраженные в смежных числах, что дает возможность вычленить количественные отношения между числами натурального ряда. Допустимы упражнения в сравнении множеств с отличием в 2—3 элемента. В ходе занятий дочисловое сравнение с выделением отношений («больше —

меньше», «поровну») сочетается с выражением результатов сравнения в числах.

Воспитатель создает ситуацию, где требуется установить соответствие, увеличить или уменьшить множество на 1, установить отношения. Он направляет практические действия детей, ведущие к рассуждению, объяснению правильности и необходимости выполнения действий.

Упражнениям придается, как правило, игровой характер. Кроме этого, целесообразны дидактические задания детям: отсчитать и отложить на карточке определенное количество предметов, убрать или добавить предмет и т. д.

С целью выражения в речи понятия равенства задаются вопросы: «По скольку предметов в первом и втором рядах? Что можно сказать о количестве тех и других? (Поровну, столько же, по четыре, одинаково по количеству.) Как мы узнали, что предметов поровну? (Приложили, сосчитали)». Необходимо постепенно подводить детей к пониманию того, что, если будет установлено взаимно однозначное соответствие двух множеств, число элементов одного из них можно назвать, не сосчитывая их. Например: «У каждого из зайцев по барабану, зайцев пять. Сколько же барабанов? (Тоже пять, столько же.)» Или: «Если над каждым квадратом лежит кружок, то мы, сосчитав только квадраты, можем сказать, сколько кружков. Их будет столько же, сколько квадратов».

Подобные упражнения помогают детям сделать вывод о равенстве при условии соответствия элементов («один к одному») и счета предметов лишь одного множества.

Необходимо приучать детей понимать взаимосвязь отношений «больше» и «меньше»: если в одном из множеств меньше элементов, то в другом обязательно будет больше, чем в первом, и наоборот (на один или несколько элементов). При анализе результатов сравнения дети пользуются словами *больше, чем; меньше, чем.* Варианты детских ответов на вопросы педагога: «Что можно сказать о количестве тех и других? Каких предметов больше, каких меньше?» — могут быть различны: «Грибов больше, чем елок. Елок меньше, чем грибов. Грибов четыре, а елок три. Елок всего три, а грибов четыре. Три меньше, а четыре больше».

От сравнения множеств в числовом выражении осуществляется переход к сравнению чисел в конкретной практической ситуации: «Мы выяснили, что грибов больше, их четыре, а елок меньше, их три (при этом показываются предметы). Какое число больше (меньше): 3 или 4?» В обобщении педагог подчеркивает, что число 3 меньше, чем 4, а 4 больше, чем 3.

Дети используют различные способы выявления равночисленности и неравночисленности путем раскладывания предметов по горизонтальным и вертикальным рядам, наложения, составления пар, проведения линий (возможно, и условных) от одного предмета к другому. Практический способ выбирается, исходя из целесообраз-

ности применения его в конкретной ситуации. Детям можно предложить найти другие, еще неизвестные им способы сравнения. Элементы первого множества раскладываются сверху вниз (в столбик), а затем к ним справа и слева прикладываются элементы второго множества.

Широко применим в практике обучения прием составления пар: «Можно ли построить в пары мальчиков и девочек? Как мы это будем делать? Что узнаем, если все дети встанут парами? А если кто-то будет лишним, что узнаем при этом? Для чего нужно составить пары? Сколько детей в паре?» Можно располагать предметы парами по горизонтали, вертикали или вразброс (на плоскости доски, фланелеграфа).

Возможно соединение одного предмета с другим линией: ботинок и шнурок, лампочка и настольная лампа и т. д. Проведение линий от одного изображения к другому обнаруживает равенство или неравенство.

Итак, в средней группе под влиянием обучения формируется счетная деятельность, умение считать различные совокупности предметов в разных условиях и взаимосвязях. У детей вырабатывается понимание числа как количественной характеристики совокупности, умение выделять число как общий признак, свойственный нескольким множествам (попарно эквивалентным независимо от природы их элементов). Дети постепенно овладевают умением сравнивать множества по количеству образующих их элементов путем соотнесения их один к одному и по числу.

§ 3. Методика формирования количественных представлений в старшей группе (шестой год жизни)

Задачи и содержание работы, направленной на развитие количественных представлений в старшей группе, определяются с учетом знаний и умений, усвоенных детьми в средней группе. К ним относятся умения считать предметы, звуки, движения в пределах 5, сравнивать их, определять и практически устанавливать равенство и неравенство. Число воспринимается детьми при этом как итог счета, показатель определенного количества предметов, опознавательный и различительный признак ряда совокупностей.

В старшем дошкольном возрасте (шестой год жизни) количественные представления в процессе обучения формируются под влиянием овладения счетной и измерительной деятельностью. Число выступает как результат счета, характеристика эквивалентных, равночисленных множеств, как результат измерения.

В старшей группе продолжается работа по формированию представлений о численности (количественная характеристика) множеств, способах образования чисел, количественной оценке величин путем измерения.

Дети осваивают приемы счета предметов, звуков, движений

по осязанию в пределах 10, определяют количество условных мерок при измерении протяженных объектов, объемов жидкостей, масс сыпучих веществ.

В процессе применения педагогом разнообразных способов сравнения предметных множеств дети учатся образовывать числа путем увеличения или уменьшения данного числа на единицу, уравнивать множества по числу предметов при условии количественных различий между ними в 1, 2 и 3 элемента.

Как и в средней группе, дети отсчитывают количество предметов по названному числу или образцу (числовая фигура, карточка) или больше (меньше) на единицу, упражняются в обобщении по числу предметов ряда конкретных множеств, отличающихся пространственно-качественными признаками (форма, расположение, направление счета и др.) на основе восприятия различными анализаторами.

С целью подготовки детей к счету групп их обучают умению разбивать совокупности в 4, 6, 8, 9, 10 предметов на группы по 2, 3, 4, 5 предметов, определять количество групп и число отдельных предметов.

Дети знакомятся с количественным составом чисел из единиц в пределах 5 на конкретных предметах и в процессе измерения, что уточняет и конкретизирует представление о числе, единице, месте числа в натуральном ряду чисел.

В старшем дошкольном возрасте продолжается обучение детей различать количественное и порядковое значение числа, вырабатываются умения применять количественный и порядковый счет в практической деятельности.

В ходе сравнения множеств и чисел дети знакомятся с цифрами от 0 до 9. Учатся относить их к числам, различать, использовать в играх.

В старшей группе дети фактически могут уже делить целое (предмет, геометрическую фигуру) на 2 и 4 равные части, устанавливают зависимости между частью и целым, частями целого; овладевают умением пользоваться в речи понятиями (словами), отражающими количественные отношения: *поровну, столько же, одинаково по количеству, такое же число, не поровну, число, цифра, наложение, приложение, составление пар, часть, целое, половина, четверть* и др.

Дети учатся правильно строить и использовать в речи простые и сложные предложения, краткие и точные выражения, объяснять полученный результат, отвечая на вопросы: «Что ты сделал? Что узнал? Как ты выполнил задание? Как ты будешь выполнять задание?» Усиливается внимание к осмыслению вопросов со словами *сколько, который,* адресованных товарищам, воспитателю.

В ходе обучения воспитатель в своей речи использует слова и выражения, смысл которых понятен детям: *количество, сравни по количеству, отсчитай, по скольку, признак* и т. д.

Обучение счету, знакомство с цифрами, образованием чисел

В старшей группе продолжается формирование у детей счетной деятельности, дальнейшее развитие представлений о числах: их количественном, порядковом значении, способе получения чисел, отличающихся на единицу, месте и порядке следования. Дети овладевают умением оперировать числами в разных условиях, независимо от внешних особенностей объектов.

Возросшие по сравнению со средней группой требования к характеру количественных представлений детей определяются возрастными возможностями пятилетних детей, способностью к обобщению, воспроизведению, логике суждений.

На занятиях по формированию количественных представлений необходимо соблюдать общую последовательность в усложнении материала и комплексный подход к решению простейших задач. Формирование счетных умений, действий по отсчету и воспроизведению, сравнению, образованию чисел, уравниванию, обобщению и др. осуществляется одновременно, взаимозависимо, на одном и том же наглядном материале. Обучение счету в пределах 10 не следует растягивать на длительный период. Для этого достаточно трех-четырех занятий. Вся последующая работа с детьми на занятиях и вне их способствует выработке счетных навыков.

Для развития у детей представлений о последовательности натуральных чисел в ходе обучения количественному счету показывается способ получения числа, большего на 1 (а затем и меньшего), путем прибавления к данному числу единицы, практически же добавляется один предмет. Так, при обучении детей счету до 6 сопоставляются два однородных по составу множества: 5 груш и 5 яблок. Выявляется и получает словесное выражение их равночисленность: столько же, поровну, одинаково по количеству, по 5. Затем добавляется 1 груша, отмечается, что стало больше на 1, чем было, и сравнивается полученное множество с тем, что осталось без изменения: «Груш больше, чем яблок».

После сравнения определяется количество предметов. Впервые на занятии в пределах нового для детей числа воспитатель считает, акцентируя голосом вновь полученные итоговые числа. В случае необходимости напоминает детям правила и назначение счета.

Далее можно перейти к сравнению множеств предметов: «Чего больше: груш или яблок? На сколько? Чего меньше и на сколько? Какое число больше? Какое — меньше? Как получили число 6? 6 больше какого числа?»

Обобщая ответы детей, педагог обращает их внимание на способ получения числа 6, на увеличение данного числа 5 путем прибавления к нему числа 1 (единицы). В ходе дальнейших упражнений дети самостоятельно образуют большие и меньшие на единицу числа в пределах изучаемого отрезка натурального ряда (до 10).

Все практические действия производятся на наглядно представленных конкретных множествах с постоянным отвлечением к их чис-

ловой характеристике, т. е. к числу. Дети постепенно переходят к действиям над числами (уменьшение, увеличение на 1). Это требует от них запоминания наглядно представленных чисел с помощью предметов данного множества.

В процессе обучения счету и измерению у детей формируются представления о последовательности чисел, способе получения каждого из них в пределах 10, отношениях между числами. В дальнейшем на протяжении года эти знания осмысливаются детьми и приобретают форму речевого выражения.

Ознакомление с цифрами как знаками для обозначения чисел не представляет для детей особой трудности. Уже в 3—4 года дети начинают ориентироваться в цифрах: узнают номера автобусов, домов и т. д. Это не означает, что цифра воспринимается ими как условный знак числа. В представлении детей цифра ассоциируется с конкретным признаком объекта, закрепляется за ним, например номером квартиры. На определенном уровне сформированности представлений о числе по мере накопления опыта в распознавании количеств цифра, ее значение, назначение отождествляется с числом, т. е. служит показателем количественной стороны множества.

В процессе обучения счету на основе сопоставления, упражнений по уравниванию есть возможность познакомить детей с цифрами: научить различать, называть, находить, выстраивать их в ряд, используя для этого карточки с цифрами.

В ходе упражнений по количественному сравнению групп предметов педагог показывает детям разные способы (кроме выражения в числе) обозначения какого-либо количества. Для этого справа от группы предметов (после пересчета их) выкладывают такое же количество палочек, вывешивают счетную карточку, числовую фигуру и т. д. Затем показывается способ графического обозначения числа — цифра. Цифра помещается рядом как общепринятый знак числа, свидетельствующий о том, что предметов определенное количество. В дальнейшем необходимо предоставить детям возможность выбрать нужную цифру, воспроизвести, нарисовать количество предметов, указанное цифрой.

На одном занятии можно знакомить детей с несколькими цифрами. Для закрепления записи цифр используются различные обследовательские действия, такие, как обведение пальцем, штриховка контурных цифр, а также чтение известных литературных произведений.

После ознакомления детей с несколькими цифрами необходимо познакомить их с цифрой 0 (нуль). Наличие предметов показывается соответствующей цифрой, отсутствие их — тоже цифрой 0. Запись числа 10 состоит из двух цифр: 1 и 0 (единицы и нуля).

Своевременное ознакомление детей с цифрами способствует осмыслению ими числа как показателя количества, абстрагированию его от конкретного содержания, расширению возможностей применения чисел в практической деятельности.

В старшей группе дети упражняются в счете множеств, воспринимаемых различными анализаторами: предметов, звуков, движений. В сравнении со средней группой усложняется характер пересчитываемых звуков, движений, материал для счета на ощупь, возрастает самостоятельность детей. Дети считают количество громких и тихих звуков с разными интервалами, разнообразные движения, предметы, нанизанные на проволоку, зашитые в мешочек, нашитые на карточку (считают, спрятав их за спину) и т. д. Дети считают звуки (когда источник звука отделен ширмой), предметы по осязанию с открытыми глазами и закрытыми глазами, сравнивают полученные числа, отсчитывают предметы по заданному числу и образцу, запоминают числа и качественные признаки предметов (отсчитать 3 красных и 8 зеленых карандашей, сосчитать, сколько окон в комнате и сколько дверей, и т. п.).

Обучение сравнению группы предметов и чисел

Сравнение двух или нескольких множеств предметов путем поэлементного соотнесения имеет место и в работе с детьми 5—6 лет. Оно помогает вычленить способ получения следующего и предыдущего числа, одного и того же числа двумя путями (3 — это 2+1 или 4—1), а также убедить детей в равенстве или неравенстве множеств по числу предметов. Поэтому все известные детям способы сравнения: наложение, приложение (по рядам и столбцам), составление пар, соединение предметов линиями, применение эквивалентов — следует использовать и в обучении детей старшего дошкольного возраста.

Особое внимание нужно обратить на обнаружение соответствия или несоответствия с помощью попарного соединения предметов линиями и применения предметов-заместителей (эквивалентов). Это способствует не только развитию умений обобщать знания и способы действий, но и формированию абстрактных форм мышления.

В ходе упражнений на установление соответствия с помощью линий реальные предметы, их изображения (по договоренности с детьми) заменяют условными обозначениями (кукол — точками, открытки — квадратами) и отделяют одни от других замкнутой линией. В одном круге рисуют точки, в другом — квадратики. С помощью линии или стрелок выясняется, получит ли каждая кукла открытку или нет, чего будет больше (меньше).

Для сравнения двух множеств, отличающихся на один или несколько элементов, используются предметы-эквиваленты, из сопоставления которых делается вывод о количественной стороне первого и второго множества. Этот прием удобен, когда невозможно непосредственно соотносить предметы по количеству, при измерении.

В качестве эквивалентов используются фишки, косточки на счетах и др. Таким образом можно определить равенство или неравенство числа окон в групповой комнате и музыкальном зале. Вначале определяют число окон в зале и откладывают на верхней полоске наборного полотна (или счетах) такое же число фишек, а после считают количество окон в группе и откладывают на нижней полоске наборного полотна соответствующее число фишек. Сравнивают числа, делают вывод. Различия в количестве 2, 3 отмечаются как более значительные, чем в 1, и определяются как «намного больше», «на несколько больше». Педагог вопросами уточ-

няет способ сравнения, определение одной совокупности, как большей или меньшей в сравнении с другой. Допустимо сравнение фишек (опосредованным путем) и без предварительного счета предметов. В этих случаях количество фишек фиксируется на основе сравнения: сколько окон, столько и фишек.

Уравнивание совокупностей по числу предметов дети старшей группы осуществляют обычно двумя способами: путем увеличения или уменьшения на единицу. Уравнивание по числу возможно только на основе счета и сравнения. Сначала сравниваются две совокупности (по 6 и 7 предметов), выясняется, что число 7 больше, чем 6, а 6 меньше, чем 7, и каковы разностные отношения между данными смежными числами.

Педагог поясняет, что возможно уравнивание по большему числу, тогда необходимо к меньшему числу 6 прибавить единицу, и получим большее число (такое же, столько же, сколько было до увеличения в большей совокупности), т. е. уравниваются совокупности по числу. Уравнивание по меньшему числу состоит в уменьшении большего числа 7 на единицу.

При сравнении групп, отличающихся числом предметов больше, чем на единицу, уравнивание осуществляется путем отсчета из большей группы того же количества предметов, которое содержится в меньшей. Предметы раскладываются попарно, определяется количество их в меньшей группе и такое же количество отсчитывается из большей. Сравнение групп с разницей в 2—3 предмета способствует более глубокому осмыслению отношений «на сколько».

В разных условиях сравниваются не только по две совокупности, но и по 3—4 (мишек угощают конфетами, а затем пряниками). Группы предметов могут быть равными и неравными по количеству. Сравнивается первая совокупность со второй (мишек и конфет поровну, по 5), затем — вторая с третьей (конфет раздали столько же, сколько и пряников) и делается вывод о равночисленности трех групп предметов (дочисловое сравнение и обобщение по числу).

Дети старшей группы более самостоятельны в суждениях о равенстве по числу при условии пересчета одной из групп предметов, приведенных в однозначное соответствие.

— Мы видим, что конфет столько же, сколько мишек, а пряников столько, сколько конфет. Можем ли, не считая, сказать, сколько конфет, если мишек 5? А пряников сколько?

При сравнении двух-трех неравных групп с отличием на единицу дети подводятся к суждению о том, что если одна из сравниваемых групп по численности больше, то вторая будет меньше. Осуществляется перенос этой зависимости и на числа: если число 3 меньше 4, то 4 больше 3.

В старшей группе сравниваются между собой 3—4 числа: 1, 2, 3; 3, 4, 5; 5, 6, 7 и т. д., что позволяет формировать представление о направленности ряда чисел, способах образования смежных данному (3) чисел (2 и 4), образования какого-либо числа (5) двумя способами (4+1, 6—1). Решению этих же задач способствует использование таких приемов, как «числовая лесенка» (построе-

ние, зарисовка, составление), нахождение «соседних» чисел к названному, чисел больше (меньше) на 1 названного и др. Дети учатся выражать отношения между числами в речи: «Восемь больше семи на единицу»; «Восемь больше семи»; «Число 8 больше числа 7»; «8 больше, а 7 меньше».

Здесь уместно проводить работу по формированию простейших представлений о свойстве транзитивности отношений «меньше» и «больше»: «если $1<2$ и $2<3$, то $1<3$», «если $3>2$ и $2>1$, то $3>1$».

Важно при обучении формировать умение видеть постоянство (сохранение) количества, состав чисел из единиц, порядок счета, разбиение совокупностей на группы.

Дети старшего дошкольного возраста иногда заменяют количественную оценку множества непосредственным восприятием. Совокупность воспринимают как большую в зависимости от расположения, места, занимаемого предметами, и других несущественных признаков. Поэтому следует убедить детей в том, что количество (число) не зависит от внешних свойств сравниваемых объектов, оно постоянно в определенных условиях.

Частично решить эту задачу возможно через разнообразие предметов, используемых при счете, сравнении, обобщении по числу: составлять совокупности из разнородных предметов, раскладывать их в пространстве с разной степенью плотности ряда, считать и сравнивать предметы окружающей обстановки и т. д. Во время занятия необходимо варьировать задания, способы расположения, сравнения, изменять количество предметов, развивая этим у детей гибкость и подвижность мысли.

В ходе упражнений педагог создает проблемную ситуацию, предлагает детям найти самый удобный в данном случае способ доказательства равенства или неравенства, изменить форму расположения предметов по определенным заданным им условиям, собственному замыслу, зарисовать и графически выразить отношения групп (линией, стрелкой).

Упражнения, формирующие умения видеть постоянство количества, сочетаются с показом независимости итогового числа от направления счета, начальной точки. Для этого полезно использование таблиц, счетных карточек и числовых фигур, воспроизведение определенных количеств, выполнение поручений. Такие упражнения заканчиваются обобщением ряда множеств по числу с выделением различий, или, наоборот, подчеркивается неравенство групп и кажущиеся различия в них.

На данном этапе обучения педагог поощряет быстроту умения считать на основе длительного восприятия, «схватывание» небольших количеств: в пределах 2—3 предметов без счета, удержание чисел в памяти, самостоятельность и инициативу детей.

К суждению о независимости количества предметов от их внешних признаков педагог подводит детей вопросами, подчеркивает роль счета и поэлементного сопоставления в определении равенства или неравенства множеств.

В старшей группе дети осваивают количественный состав чисел в пределах 5 из единиц. Эта работа проводится на предметных множествах. Берется множество разнородных предметов и отмечается его состав: один мишка, одна кукла, один заяц — все три игрушки. После перечисления делается переход к составу числа: число 3 состоит из трех единиц: одна, еще одна и еще одна. Такие упражнения раскрывают детям количественный состав чисел из единиц, а отсюда и отношение: «число — единица» (количество единиц определяется числом, и наоборот). Знание количественного состава способствует осмыслению и пониманию детьми места числа в натуральном ряду, является подготовкой к вычислительной деятельности.

Занятия следует строить так, чтобы дети активно участвовали в составлении чисел с опорой на наглядный материал, отвечали на вопросы, делали обобщения.

Педагог указывает на набор игрушек, фигур (круги разных цветов, разные фигуры) и предлагает взять из них три так, чтобы не было одинаковых предметов: «Отсчитайте три разные игрушки. Возьмите три треугольника разного цвета». Затем анализируется состав этого множества и делается вывод о составе числа: «Сколько всего треугольников? По скольку взято треугольников каждого цвета? Сколько треугольников разного цвета вы взяли, чтобы их стало три? Из скольких единиц состоит число 3? (Показываются предметы.) Значит, число 3 состоит из трех единиц (одна, еще одна и еще одна). Сколько возьмете предметов, если я назову число 3?»

Затем дается задание взять четыре неповторяющихся по признакам предмета. Выложенные на наборном полотне группы сохраняются и служат наглядной основой для различения чисел по составу. Упражнения и материал варьируются.

По мере усвоения состава чисел из единиц в условиях практических действий с разнородным материалом детям предлагают выполнить аналогичные упражнения на однородном материале, определять количество мерок перечислением их по одной, устно называть и перечислять состав числа.

Детей пяти лет продолжают учить различать числа по их количественному и порядковому значению, находить ответы на вопросы «сколько?» и «который?» адекватными действиями, использовать в речи порядковые числительные, знать их назначение.

Детей учат считать предметы по порядку в пределах 10 со сменой направления счета. Считают по порядку слева направо, справа налево в зависимости от заданных условий (направление движения, предметный ориентир, практическая необходимость).

В процессе обучения порядковому счету используется различный наглядный материал: объекты, расположенные в порядке убывания или возрастания по величине, отличающиеся по качественным признакам, однородные. Одно и то же множество предметов упорядочивают по различным отношениям порядка.

Вопросы педагога направляют внимание детей на выделение признаков предметов, порядка следования, общего количества: «Который?» «Какой по счету?», «Кто?», «Какого цвета?», «Сколько?».

Воспитатель создает ситуации, в которых есть необходимость определения порядка следования: дети идут на прогулку, возвращаются с прогулки в другой последовательности; сопоставляя общее количество кукол и подарков для них, определяют, что получила в подарок шестая кукла, сколько всего подарков роздано, которая кукла получила в подарок конфету и т. д. В дальнейшем определяют порядок расположения рядов и столбцов в сериационном ряду, «числовой лесенке», порядок следования дней недели.

По мере освоения порядкового счета проводятся упражнения на однородном материале: «Какой по счету этот (воспитатель указывает) мишка? Покажи седьмого мишку. Надень шапку на пятого» и др.

Обучение порядковому счету основано на дифференцировке количественного и порядкового значения чисел и практического использования их, исходя из ситуации.

С целью подготовки детей к счету групп, арифметическим действиям, познанию зависимости между целым и частью проводятся упражнения в делении совокупностей (из 4, 6, 8, 9, 10 предметов) на группы по 2, 3, 4, 5 предметов. При этом определяется общее количество предметов, групп, предметов в каждой группе, зависимость между количеством групп и предметов в них.

Упражнениям придается игровой характер: распределить самолеты по звеньям, предметы парами, разложить яблоки в вазы, машины расставить в гаражи и т. д. Дети делят совокупности на группы, ориентируясь при этом на дополнительные признаки (цвет, размер, назначение). На одном и том же занятии меняется количество групп, на которое делится совокупность, фиксируются ведущие к этому изменения — количество предметов в каждой из групп: «Сколько всего кругов? (Восемь.) На сколько групп можно разделить их? (На две, четыре.) Сколько групп получили? (Четыре.) По скольку предметов в каждой группе? (По два.) По скольку кругов будет в группе, если разделим круги на две группы? (По четыре.) Почему при делении на две группы в каждой из них по четыре предмета, а при делении на четыре группы — по два?»

Педагог, обобщая ответы детей, помогает им сформулировать функциональную зависимость между количеством групп и предметов в них.

В старшей группе дети учатся делить целое (геометрические фигуры, предметы) на равные части. Это необходимо в качестве пропедевтики к усвоению долей и дробных чисел в школе, углубления понимания детьми элементарных математических отношений: «больше», «меньше», «равны».

Обучение строится на общих и функциональных зависимостях целого и части: часть всегда меньше целого, а целое больше части; равенство частей целого между собой; функциональная зависимость между количеством и размером частей: чем больше количество частей, на которое делится целое, тем меньше каждая часть, и, наоборот, чем больше часть, тем на меньшее количество частей разделено целое.

Деление целого на части осуществляется практически путем складывания с последующим разрезанием или путем разрезания.

Освоение детьми способов деления целого на равные части и отношения «целое — часть» способствует углублению понимания

ими единицы. Слово *один* они относят к разным величинам: то к целому, то к его части, причем разного размера.

Обучение делению целого на части осуществляется с учетом особенностей понимания детьми отношения «целое — часть». К старшему дошкольному возрасту у детей накапливается опыт деления целого на части (в играх, конструировании, быту). У них складывается бытовое понимание целого как неделимого и восприятие каждой части целого как нового, самостоятельного объекта.

Задачи обучения состоят в следующем:

—научить детей делить предмет на две, четыре равные части путем разрезания или последовательного складывания плоских предметов пополам;

— сформировать представление о зависимости целого и части, уметь воспринимать как целое не только неразделенный предмет, но и воссозданный из частей;

— упражнять в способе сравнения частей, полученных при делении целого на равные части, путем наложения, уточнить значение слова *равенство;*

— способствовать развитию самостоятельности мышления, сообразительности, упражнять детей в нахождении новых способов деления, выявления зависимостей.

В ходе обучения у детей формируется понимание половины как части целого, деленного на две равные части, четверти — на четыре равные части. Они учатся выражать в речи способ деления, складывания, соотношение частей.

Вначале детей знакомят со способами деления целого на равные части (две и четыре) путем сгибания без разрезания, что дает возможность обнаружить части внутри целого, их количество и соотношение с целым, каждая из частей меньше целого, целое больше части. С этой целью берутся плоские предметы: круги, полоски бумаги, шнуры, тесьма и др.

Детям свойственно определять полученные в результате решения части, пользуясь названиями геометрических фигур (квадраты, треугольники), а не признаком формы. Они не выделяют форму частей: части квадратной, треугольной формы. Слово *часть* в своей речи они заменяют названиями геометрических фигур. Предупреждению данной ошибки и упражнению в употреблении слов *часть, часть целого, половина, четверть* способствуют упражнения на деление таких предметов, когда в результате получаются части, не имеющие прямого сходства с геометрическими фигурами.

В процессе деления путем складывания дети убеждаются в том, что одноразовое перегибание листа бумаги ведет к получению двух равных частей, двухразовое — четырех.

В дальнейшем педагог упражняет детей в делении путем складывания с разрезанием и последующим склеиванием частей для воссоздания целого. С целью уточнения зависимостей целого и частей используется прием деления на равные и неравные части и воссоздания целого из них. Педагог, указывая на часть, спраши-

вает детей, можно ли ее назвать частью целого: половиной, одной четвертой частью, предлагает использовать практические приемы для убеждения в этом: наложение частей, воссоздание целого.

Дети, обучаясь делению предметов (яблока, пряника) в бытовых для них ситуациях на равные и неравные части путем разрезания, уточняют, что только при делении на равные части каждую из них можно назвать долей. В игровой ситуации при соблюдении требований к делению каждый из участников получает предназначенную ему долю целого предмета.

Итак, количественные представления у детей 5—6 лет, сформированные под влиянием обучения, носят более обобщенный характер, чем в средней группе. Дошкольники пересчитывают предметы независимо от их внешних признаков, обобщают по числу. У них накапливается опыт счета отдельных предметов, групп, использования условных мерок.

Усвоенные детьми умения сравнивать числа на наглядной основе, уравнивать группы предметов по числу свидетельствуют о сформированности у них представлений об отношениях между числами натурального ряда.

Счет, сравнение, измерение, элементарные действия над числами (уменьшение, увеличение на единицу) становятся доступными детям в разных видах их учебной и самостоятельной деятельности.

§ 4. Методика формирования количественных представлений в подготовительной к школе группе

В содержании работы по формированию количественных представлений в подготовительной к школе группе можно выделить следующие направления.

1. Развитие счетной, измерительной деятельности: точности и быстроты счета, воспроизведения количества предметов в большем и меньшем на один от заданного их числа; подготовка к усвоению чисел на базе измерения, использование цифр в разных видах игровой и бытовой деятельности.

2. Совершенствование умений сравнивать числа, понимание относительности числа: при сравнении чисел 4 и 5 получается, что число 5 больше, чем 4, а при сравнении чисел 5 и 6 — 5 меньше 6. Уточнение представлений о закономерностях образования чисел натурального ряда, количественном составе их из единиц, составление чисел до 5 из двух меньших.

3. Формирование представлений об отношениях «целое — часть» на совокупностях, состоящих из отдельных предметов, при делении предметов на равные части, в ходе измерения условной меркой.

4. Увеличение и уменьшение чисел в пределах 10 на единицу, подготовка к усвоению арифметических действий сложения и вычитания. Решение простых арифметических задач, используя при этом вычислительные приемы увеличения и уменьшения на единицу.

В подготовительной к школе группе совершенствуются умения,

сформированные в процессе обучения детей в старшей группе. Дошкольники выполняют различные практические действия, сравнивают группы предметов, числа на наглядной основе и устно определяют равенство нескольких групп по числу (столько же, такое же число), делают вывод о неравенстве (если одних предметов меньше, то других больше) и т. д. Они упражняются в точном и кратком выражении мыслей, развернутом пояснении способов действий, обосновании полученного результата.

Для уточнения знаний о разностных отношениях между смежными числами проводятся упражнения на последовательное увеличение или уменьшение чисел на единицу, составление «числовой лесенки».

Воспитатель, начиная с одного предмета, последовательно добавляет к нему еще по одному, каждый раз спрашивая детей о количестве, сколько надо добавить, чтобы предметов стало пять, получить следующее число, число больше на единицу числа 6 и т. д.

Особое значение имеют аналогичные упражнения на последовательное уменьшение чисел.

После уточнения общего количества (десять) убирается один предмет и задается вопрос: «Сколько осталось?» Вопросы варьируются: «Сейчас восемь предметов. Сколько надо убрать, чтобы их осталось семь? Сколько предметов останется, если уберем еще один?»

Такие упражнения способствуют осмыслению детьми отношений между числами в обратном порядке, переходу к устному произнесению чисел, «обратному счету».

«Числовая лесенка» как модель натурального ряда используется для закрепления последовательности, способа образования чисел, отношений между числами. Дети начинают определять место меньшего из двух сравниваемых чисел словом *до*, большего — *после*.

В подготовительной к школе группе изучается количественный состав чисел из единиц в пределах 10 и состав чисел до 5 из двух меньших, что является непосредственной подготовкой к усвоению арифметических действий и приемов вычислений.

Состав чисел из единиц закрепляется на разнородных предметах. Детям предлагается взять определенное количество разных предметов и сообщить, из скольких единиц состоит это число. В ходе сравнения двух чисел подчеркивается состав чисел, чем и объясняется различие между ними, устно называется количество единиц в каждом числе.

Усложнением является ознакомление детей с составом чисел до 5 из двух, меньших данного числа. Дети, используя наглядный материал, учатся раскладывать группы в 3, 4, 5 предметов на две меньшие и, наоборот, из двух меньших групп предметов получать бóльшую. От практических действий переходят к рассмотрению состава числа.

Воспитатель предлагает ребенку взять три квадрата двух цветов. Он спрашивает: «Сколько красных и синих квадратов ты взял?

(Два красных и один синий.) Сколько синих и красных квадратов ты возьмешь, чтобы их было три? (Один синий и два красных.) Сколько всего квадратов?»

Делается вывод о том, что число 3 можно составить так: 2 и 1, 1 и 2.

Дети упражняются в составе чисел из двух меньших и на однородном материале. При этом группы предметов отделяются одна от другой расстоянием.

Формирование у детей старшего дошкольного возраста представления об общих зависимостях между целым и частью на разном содержании (на совокупностях предметов, делении предметов на равные части, измерении) способствует совершенствованию количественных представлений, готовит к усвоению соответствующих математических понятий в школе.

Обучение детей счету групп предметов сопровождается делением совокупности на группы, выделением отношений «целое — часть», зависимости: чем больше по количеству целое (совокупность), тем больше предметов в группе (части). Выделяется и более сложная зависимость между количеством групп, на которое делится целое, и количеством предметов в группе.

Дети делят совокупность из шести предметов на две группы, например раскладывают шарики в две коробочки. Затем другую совокупность из восьми шариков раскладывают тоже в две коробочки. Выясняют, что количество предметов в группе зависит от их общего количества.

В другой раз берутся две равные совокупности: шесть синих и столько же красных шаров. Синие шары раскладываются в две коробки, а красные — в три коробки. Выясняется количество полученных групп в первом и втором случае, предметов в группе, выявляется зависимость количества предметов в группе от количества этих групп.

Такие же зависимости дети выделяют и при делении разных предметов, геометрических фигур на 2, 4, 8 равных частей путем складывания их с последующим разрезанием.

В подготовительной к школе группе закрепляются способы деления, знания о соотношениях целого и части, полученные в старшей группе. На основе показа и выделения каждой из частей воспитатель подводит детей к называнию долей предмета как $^1/_2$, $^1/_4$ и $^1/_8$. Используется и мерка, с помощью которой делится предмет (дощечка, лист картона) на равные части. Мерка дается в готовом виде или изготовляется детьми путем складывания. Теперь способ деления можно применять для изготовления мерки, равной $^1/_3$, $^1/_5$ части делимого предмета.

В дальнейшем большее и меньшее по размеру целое делится на равное количество частей, выясняется зависимость размера части и целого. Затем целое, например два-три равных по размеру круга, делится на разное количество частей (2, 4 и 8), сопоставляются части по размеру и количеству, делается вывод.

Такие упражнения в непосредственном делении целого на равные части дают детям возможность выделить и осознать зависимости между количеством полученных в результате деления частей и их размером.

В ходе измерения условными мерками формируется также представление о части (величине, равной мерке) и целом (измеряемой величине), подчеркивается условное дробление целого на части с помощью мерки. Дети разливают воду по стаканам,

делают отметки мелом на измеряемом краю стола и т. д., показывают часть измеряемого объекта, равную двум-трем меркам. Использование мерок разной величины (длины, объема) помогает осмыслить некоторые соотношения между объектом, средством и результатом измерения.

В подготовительной к школе группе возможно и целесообразно введение символики для обозначения отношений «больше», «меньше», «равно» ($>$, $<$, $=$).

В качестве подготовительных упражнений используется прием обозначения стрелкой отношений между числами. Раскладываются в ряд карточки с цифрами 1, 2, 3, стрелкой показывается, что число 1 меньше числа 2, а 2 меньше, чем 3: $\underrightarrow{1 \to 2 \to 3}$. Следовательно, 1 меньше 3. По такой записи выясняется, какое число больше, какое число меньше, на сколько. Знаки $>$, $<$, $=$ используются для обозначения отношений между двумя сравниваемыми величинами (большой и маленький мяч, равные по высоте деревья и т. д.).

Воспитатель поясняет, что острие стрелки всегда направлено на маленький предмет.

Освоение детьми элементов символики способствует осмыслению ими количественных отношений в натуральном ряду чисел.

Дети обозначают знаками отношения между двумя числами ($1<2$, $2>1$), затем несколькими ($5<6<7$, $7>6>5$), всеми числами ряда в пределах 10. В дальнейшем читают готовую запись, иллюстрируют предметную ситуацию; сравнивают с помощью знаков числа с различием в 2, 4 и более единиц ($5<10$, $9>4$).

Переход от сравнения чисел, отличающихся на 1, к сравнению чисел с большей разностью может быть обоснован не только наглядно, но и с помощью рассуждений, основанных на свойстве транзитивности отношений ($<$ или $>$).

Например, как обосновать, что $6<10$? Так как $6<7$, а $7<8$, то $6<8$. Так как $6<8$, а $8<9$, то $6<9$ и т. д.

Дети шестилетнего возраста осознают отношения между числами натурального ряда, о чем свидетельствует называние ими большего или меньшего на единицу числа, нахождение пропущенного, «соседнего» числа.

Действия сложения и вычитания вводятся по аналогии с увеличением или уменьшением числа на 1. Воспитатель предлагает увеличить число 2 на единицу. Выясняется, что для этого надо назвать число, которое больше данного на 1, т. е. следующее число. Показывается запись такого увеличения с помощью знаков. Аналогично рассматривается уменьшение числа на единицу.

Знаковая модель арифметического действия помогает детям осмыслить его сущность.

Итак, в подготовительной к школе группе дети усваивают закономерности образования чисел натурального ряда, могут практически, а иногда и логически установить равенство и неравенство чисел, обосновать последовательность построения чисел; эти умения и навыки обеспечивают преемственную связь в подготовке детей к усвоению школьной математики.

Глава XII. ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

§ 1. Роль арифметической задачи в понимании сущности арифметического действия

В процессе математического и общего умственного развития детей старшего дошкольного возраста существенное место занимает обучение их решению и составлению простых арифметических задач. В детском саду проводится подготовительная работа по формированию у детей уверенных навыков вычислений при сложении и вычитании однозначных чисел и быстрых устных вычислений с двузначными числами с целью подготовки их к обучению в начальной школе. Если в школе обучение вычислениям ведется при решении примеров и арифметических задач, то в практике работы дошкольных учреждений принято знакомить детей с арифметическими действиями и простейшими приемами вычисления на основе простых задач, в условии которых отражаются реальные, в основном игровые и бытовые ситуации. Каждая арифметическая задача включает числа данные и искомые. Числа в задаче[1] характеризуют количество конкретных групп предметов или значения величин; в структуру задачи входят условие и вопрос. В условии задачи указываются связи между данными числами, а также между данными и искомыми. Эти связи и определяют выбор арифметического действия.

Установив эти связи, ребенок довольно легко приходит к пониманию смысла арифметических действий и значения понятий «прибавить», «вычесть», «получится», «останется». Решая задачи, дети овладевают умением находить зависимость величин.

Вместе с тем задачи являются одним из средств развития у детей логического мышления, смекалки, сообразительности. В работе с задачами совершенствуются умения проводить анализ и синтез, обобщать и конкретизировать, раскрывать основное, выделять главное в тексте задачи и отбрасывать несущественное, второстепенное.

«...Решение задач способствует воспитанию терпения, настойчивости, воли, способствует пробуждению интереса к самому процессу поиска решения, дает возможность испытать глубокое удовлетворение, связанное с удачным решением»[2].

Конечно, полностью соответствовать своей роли текстовые задачи могут лишь при правильной организации методики обучения детей решению задач. Ее основные требования будут более понятными, если рассмотреть особенности понимания старшими дошкольниками арифметической задачи.

---

[1] Имеются в виду только задачи, используемые в обучении дошкольников.

[2] **Моро М. И., Пышкало А. М.** Методика обучения математике в I—III классах.— М., 1978.— С. 115.

§ 2. Особенности понимания старшими дошкольниками арифметической задачи

Более тридцати лет назад в работах известных педагогов (А. М. Леушина, 1955 г., позднее Е. А. Тарханова, 1976 г.) было показано, что дети, обучающиеся по традиционной методике решению арифметических задач, воспринимают содержание задачи как обычный рассказ или загадку, не осознают структуру задачи (условие и вопрос), а поэтому не придают значения тем числовым данным, о которых говорится в условии задачи, не понимая и смысла вопроса.

Незнание детьми простейшей структуры задачи вызывает серьезные затруднения при составлении ее текста. Если первая часть задачи, т. е. числовые данные, осознается быстрее, то постановка вопроса, как правило, вызывает у ребенка серьезные трудности. Вопрос очень часто заменяется ответом, например: «В вазе стояло три цветка. Один цветок завял и осталось два цветка». Даже к концу пребывания в подготовительной группе дети затрудняются составить текст задачи по картинкам. Назовем типичные ошибки детей.

1. Вместо задачи составляется рассказ: «На листе сидят две гусеницы, а на траве еще одна. Они все поедают».

2. В задаче правильно воспринимается вопрос, но отсутствует фиксация числовых данных: «Шла девочка и уронила флажок. Сколько стало флажков?»

3. Вопрос заменяется ответом-решением: «Девочка держала флажки в руках. В этой два и в этой два. Если сложить, получится четыре».

Довольно часто дети отказываются составлять задачу по картинке, так как «мы такие не решали». Их ошибки при составлении задач по картинкам позволяют сделать следующий вывод: самостоятельное составление задачи даже при наличии наглядного материала является более трудной деятельностью, чем нахождение ответа при решении готовых задач; дети усваивают структуру задачи отрывочно, не полностью, поэтому не все ее компоненты присутствуют в составленных ими задачах; воспитатели мало используют разнообразный наглядный материал при обучении составлению задач.

Как же справляются дошкольники с решением задач?

Е. А. Тарханова выясняла, понимают ли дети конкретный смысл арифметического действия сложения (вычитания) и связи между компонентами и результатом этих действий. Умеют ли выделять в задаче известное и неизвестное, а в связи с этим выбирать то или иное арифметическое действие; понимают ли дети связи между действиями сложения и вычитания. Ею установлено, что дошкольники, обучавшиеся по общепринятой методике решению простых арифметических задач, не владеют необходимым объемом знаний об арифметических действиях сложения и вычитания, так как они

понимают связь между практическими действиями с совокупностями и соответствующими арифметическими действиями в основном на основе ассоциации арифметического действия с жизненным действием (прибавили — прибежали, отняли — улетели и др.). Они не осознают еще математических связей между компонентами и результатом того или иного действия, так как не научились анализировать задачу, выделяя в ней известные и неизвестное.

Даже в тех случаях, когда дети формулировали арифметическое действие, было ясно, что они механически усвоили схему формулировки действия, не вникнув в его суть, т. е. не осознали отношений между компонентами арифметического действия как единства отношений целого и его частей. Поэтому и решали задачу привычным способом счета, не прибегая к рассуждению о связях и отношениях между компонентами. По-другому относятся к решению задач те дети, которые предварительно упражнялись в выполнении различных операций над множествами (объединение, выделение правильной части множества, дополнение, пересечение). Они понимают отношения между частью и целым, а поэтому осмысленно подходят к выбору арифметического действия при решении задач.

§ 3. Виды арифметических задач, используемые в работе с дошкольниками

Простые задачи, т. е. задачи, решаемые одним действием (сложением или вычитанием), принято делить на следующие группы.

К первой группе относятся простые задачи, при решении которых дети усваивают конкретный смысл каждого из арифметических действий, т. е. какое арифметическое действие соответствует той или иной операции над множествами (сложение или вычитание). Это задачи на нахождение суммы двух чисел и на нахождение остатка.

Ко второй группе относятся простые задачи, при решении которых надо осмыслить связь между компонентами и результатами арифметических действий. Это задачи на нахождение неизвестных компонентов:

а) нахождение первого слагаемого по известным сумме и второму слагаемому («Нина вылепила из пластилина несколько грибков и мишку, а всего она вылепила 8 фигур. Сколько грибков вылепила Нина?»);

б) нахождение второго слагаемого по известным сумме и первому слагаемому («Витя вылепил 1 мишку и несколько зайчиков. Всего он вылепил 7 фигур. Сколько зайчиков вылепил Витя?»);

в) нахождение уменьшаемого по известным вычитаемому и разности («Дети сделали на елку несколько гирлянд. Одну из них уже повесили на елку, у них осталось 3 гирлянды. Сколько всего гирлянд сделали дети?»);

г) нахождение вычитаемого по известным уменьшаемому и раз-

ности («Дети сделали 8 гирлянд на елку. Когда они повесили на елку несколько гирлянд, у них осталась одна гирлянда. Сколько гирлянд повесили на елку?»).

К третьей группе относятся простые задачи, связанные с понятием разностных отношений:

а) увеличение числа на несколько единиц («Леша вылепил 6 морковок, а Костя на одну больше. Сколько морковок вылепил Костя?»);

б) уменьшение числа на несколько единиц («Маша вымыла 4 чашки, а Таня на одну чашку меньше. Сколько чашек вымыла Таня?»).

Имеются и другие разновидности простых задач, в которых раскрывается новый смысл арифметических действий, но с ними, как правило, дошкольников не знакомят, поскольку в детском саду достаточно подвести детей к элементарному пониманию отношений между компонентами и результатами арифметических действий — сложения и вычитания.

В зависимости от используемого для составления задач наглядного материала они подразделяются на задачи-драматизации и задачи-иллюстрации. Каждая разновидность этих задач обладает своими особенностями и раскрывает перед детьми те или иные стороны (роль тематики, сюжета, характера отношений между числовыми данными и др.), а также способствует развитию умения отбирать для сюжета задачи необходимый жизненный, бытовой, игровой материал, учит логически мыслить.

Особенность задач-драматизаций состоит в том, что содержание их непосредственно отражает жизнь самих детей, т. е. то, что они только что делали или обычно делают.

В задачах-драматизациях наиболее наглядно раскрывается их смысл. Дети начинают понимать, что в задаче всегда отражается конкретная жизнь людей. Еще К. Д. Ушинский писал, что задачи выбираются самые практические, из жизни, с которой дети знакомы, и у хороших преподавателей дело выходит так, что арифметическая задача есть занимательный рассказ, урок сельского хозяйства или домашней экономии или историческая и статистическая тема и упражнение в языке.

Умение вдумываться в соответствие содержания задачи реальной жизни способствует более глубокому познанию жизни, учит детей рассматривать явления в многообразных связях, включая количественные отношения.

Задачи этого вида особенно ценны на первом этапе обучения: дети учатся составлять задачи про самих себя, рассказывать о действиях друг друга, ставить вопрос для решения, поэтому структура задачи на примере задач-драматизаций наиболее доступна детям.

Особое место в системе наглядных пособий занимают задачи-иллюстрации. Если в задачах-драматизациях все предопределено, то в задачах-иллюстрациях при помощи игрушек создается про-

стор для разнообразия сюжетов, для игры воображения (в них ограничиваются лишь тематика и числовые данные). Например, на столе слева стоят пять самолетов, а справа — один. Содержание задачи и ее условие может варьироваться, отражая знания детей об окружающей жизни, их опыт. Эти задачи развивают воображение, стимулируют память и умение самостоятельно придумывать задачи, а следовательно, подводят к решению и составлению устных задач.

Для иллюстрации задач широко применяются различные картинки. Основные требования к ним: простота сюжета, динамизм содержания и ярко выраженные количественные отношения между объектами. Такие картинки готовятся заранее; некоторые из них издаются. На одних из них все предопределено: и тема, и содержание, и числовые данные. Например, на картине нарисованы три легковых и одна грузовая машина. С этими данными можно составить 1—2 варианта задач.

Но задачи-картинки могут иметь и более динамичный характер. Например, дается картина-панно с фоном озера и берега; на берегу нарисован лес. На изображении озера, берега и леса сделаны надрезы, в которые можно вставить небольшие контурные изображения разных предметов. К картине прилагаются наборы таких предметов, по 10 штук каждого вида: утки, грибы, зайцы, птицы и т. д. Таким образом, тематика и здесь предопределена, но числовые данные и содержание задачи можно в известной степени варьировать (утки плавают, выходят на берег и др.) так же, как создавать различные варианты задач о грибах, зайцах, птицах.

Сделать задачу-картинку может и сам воспитатель. Например, по рисунку вазы с пятью яблоками и одним яблоком на столе около вазы дети могут составить задачи на сложение и вычитание.

Указанные наглядные пособия способствуют усвоению смысла арифметической задачи и ее структуры.

§ 4. Последовательные этапы и методические приемы в обучении решению арифметических задач

Обучение дошкольников решению задач проходит через ряд взаимосвязанных между собой этапов.

Первый этап — подготовительный. Основная цель этого этапа — организовать систему упражнений по выполнению операций над множествами. Так, подготовкой к решению задач на сложение являются упражнения по объединению множеств. Упражнения на выделение части множества проводятся для подготовки детей к решению задач на вычитание. С помощью операций над множествами раскрывается отношение «часть — целое», доводится до понимания смысл выражений «больше на...», «меньше на...».

Учитывая наглядно-действенный и наглядно-образный характер мышления детей, следует оперировать такими множествами, элементами которых являются конкретные предметы. Воспитатель предлагает детям отсчитать и положить на карточку шесть грибов, а затем добавить еще два гриба. «Сколько всего стало грибов? (Дети считают.) Почему их стало восемь? К шести грибам прибавили два (показывает на предметах) и получили восемь. На сколько стало больше грибов?» Подобные упражнения проводятся и на выделение части множества. В качестве наглядной основы для понимания отношений между частями и целым могут применяться диаграммы Эйлера — Венна, в которых эти отношения изображаются графически.

На втором этапе нужно учить детей составлять задачи и подводить к усвоению их структуры. Детей учат устанавливать связи между данными и искомым и на этой основе выбирать для решения необходимое арифметическое действие. Подводить к пониманию структуры задачи лучше всего на задачах-драматизациях. Воспитатель знакомит детей со словом *задача* и при разборе составленной задачи подчеркивает необходимость числовых данных и вопросов: «Что известно?», «Что нужно узнать?».

На этом этапе обучения составляются такие задачи, в которых вторым слагаемым или вычитаемым является число 1. Это важно учитывать, чтобы не затруднять детей поиском способов решения задачи. Прибавить или вычесть число 1 они могут на основе имеющихся у них знаний об образовании последующего или предыдущего числа. Например, воспитатель просит ребенка принести и поставить в стакан семь флажков, а в другой — один флажок. Эти действия и будут содержанием задачи, которую составляет воспитатель. Текст задачи произносится так, чтобы было четко отделено условие, вопрос и числовые данные. Составленную задачу повторяют двоетрое детей. Воспитатель при этом должен следить, чтобы дети не забывали числовые данные, правильно формулировали вопрос.

При обучении дошкольников составлению задач важно показать, чем отличается задача от рассказа, загадки, подчеркнуть значение и характер вопроса.

Для усвоения значения и характера вопроса в задаче можно применить такой прием: к условию задачи, составленной детьми («С одной стороны стола поставили двух девочек, а с другой стороны одного мальчика»), ставится вопрос не арифметического характера («Как зовут этих детей?»). Дети замечают, что задача не получилась. Далее можно предложить им самим поставить такой вопрос, чтобы было понятно, что это задача. Следует выслушать разные варианты вопросов и отметить, что все они начинаются со слова *сколько.*

Чтобы показать отличие задачи от рассказа и подчеркнуть значение чисел и вопроса в задаче, воспитателю следует предложить детям рассказ, похожий на задачу. В рассуждениях по содержанию рассказа отмечается, чем отличается рассказ от задачи.

Чтобы научить детей отличать задачу от загадки, воспитатель подбирает такую загадку, где имеются числовые данные. Например: «Два кольца, два конца, а посередине гвоздик». «Что это?» — спрашивает воспитатель. «Это не задача, а загадка»,— говорят дети. «Но ведь числа указаны»,— возражает воспитатель. Однако ясно, что в этой загадке описываются ножницы и решать ничего не надо.

На следующем занятии, продолжая учить детей составлять задачи, нужно особо подчеркнуть необходимость числовых данных. Например, воспитатель предлагает следующий текст задачи: «Лене я дала гусей и уток. Сколько птиц я дала Лене?» В обсуждении этого текста выясняется, что такой задачи решить нельзя, так как не указано, сколько было дано гусей и сколько — уток. Лена сама составляет задачу, предлагая детям решить ее: «Мария Петровна дала мне восемь уток и одного гуся. Сколько птиц дала мне Мария Петровна?» «Всего девять птиц»,— говорят дети.

Чтобы убедить детей в необходимости наличия не менее двух чисел в задаче, воспитатель намеренно опускает одно из числовых данных: «Сережа держал в руках четыре воздушных шарика, часть из них улетела. Сколько шариков осталось у Сережи?» Дети приходят к выводу, что такую задачу решить невозможно, так как в ней не указано, сколько шариков улетело.

Воспитатель соглашается с ними, что в задаче не названо второе число; в задаче всегда должно быть два числа. Задача повторяется в измененном виде. «Сережа держал в руках четыре шарика, один из них улетел. Сколько шариков осталось у Сережи?»

На конкретных примерах из жизни дети яснее осознают необходимость иметь два числа в условии задачи, лучше усваивают отношения между величинами, начинают различать известные данные в задаче и искомое неизвестное.

После таких упражнений можно подвести детей к обобщенному пониманию составных частей задачи.

Основными элементами задачи являются **условие** и **вопрос**. В условии в явном виде содержатся отношения между числовыми данными и неявном — между данными и искомым. Анализ условия подводит к пониманию известных и к поискам неизвестного. Этот поиск идет в процессе решения задачи. Детям надо объяснить, что решать задачу — это значит понять и рассказать, какие действия нужно выполнить над данными в ней числами, чтобы получить ответ. Таким образом, структура задачи включает четыре компонента: условие, вопрос, решение, ответ. Выяснив структуру задачи, дети легко переходят к выделению в ней отдельных частей. Дошкольников следует поупражнять в повторении простейшей задачи в целом и отдельных ее частей. Можно предложить одним детям повторить условие задачи, а другим поставить в этой задаче вопрос. Формулируя вопрос, дети, как правило, употребляют слова *стало, осталось*. Следует показывать им, что формулировка вопроса в задачах на сложение может быть разной. Напри-

мер: «На аэродроме стояло пять самолетов. Затем вернулся еще один». Ребенок ставит вопрос: «Сколько стало самолетов?» Педагог поясняет, что вместо слова *стало* лучше сказать *стоит*, ведь самолеты стоят на аэродроме. Таким образом, в вопросе следует употреблять глаголы, отражающие действия по содержанию задачи (*прилетели, купили, выросли, гуляют, играют* и т. д.).

Когда дети научатся правильно формулировать вопрос, можно перейти к следующей задаче этого этапа — научить анализировать задачи, устанавливать отношения между данными и искомым. На этой основе можно уже научиться формулировать и записывать арифметическое действие, пользуясь цифрами и знаками +, —, =.

Поскольку задача представляет собой единство целого и части, с этой позиции и следует подводить детей к ее анализу. Приведем пример. Задача составляется на основе действий, выполняемых детьми: «Нина в одну вазу поставила пять флажков, а в другую — один флажок». Дети рассказывают, что сделала Нина и фактически уже знают, что описание действий Нины называется условием задачи. «Что же известно из задачи? — спрашивает воспитатель. (Пять флажков в одной вазе и один — в другой.) — А что неизвестно, что надо еще узнать? Сколько флажков поставила Нина в обе вазы? То, что неизвестно в задаче,— это вопрос задачи. (Дети повторяют вопрос в задаче.) О каких же числах известно в задаче?» (О числе флажков в одной вазе — их пять и о числе флажков в другой вазе — один.) Предлагается цифрами изобразить эти данные на бумаге и на доске: «Что же требуется узнать? Сколько всего флажков в обеих вазах?»

Подобным образом дети анализируют задачу на вычитание. На основе практических действий ребят составляется содержание задачи. Например, дежурный Коля поставил вокруг стола шесть стульев, а дежурный Саша один стул убрал. Дети составляют условие задачи, ставят вопрос. Условие и вопрос повторяются раздельно.

Далее задача анализируется, выясняется, что известно из задачи (поставили шесть стульев, а затем один убрали) и что неизвестно (сколько стульев осталось у стола). Детям предлагается решить задачу и ответить на ее вопрос.

Обучающее значение приведенных выше задач на сложение и вычитание состоит не столько в том, чтобы получить ответ, а в том, чтобы научить анализировать задачу и в результате этого правильно выбрать нужное арифметическое действие.

Итак, на втором этапе работы над задачами дети должны: а) научиться составлять задачи; б) понимать их отличие от рассказа и загадки; в) понимать структуру задачи; г) уметь анализировать задачи, устанавливая отношения между данными и искомым.

Учить детей формулировать арифметические действия сложения и вычитания — задача т р е т ь е г о э т а п а.

На предыдущей ступени дошкольники без затруднения находили ответ на вопрос задачи, опираясь на свои знания последо-

вательности чисел, связей и отношений между ними. Теперь же нужно познакомить с арифметическими действиями сложения и вычитания, раскрыть их смысл, научить формулировать их и «записывать»[1] с помощью цифр и знаков в виде числового примера.

Прежде всего детей надо научить формулировать действие нахождения суммы по двум слагаемым при составлении задачи по конкретным данным (пять рыбок слева и одна справа). «Мальчик поймал пять карасей и одного окуня»,—говорит Саша. «Сколько рыбок поймал мальчик?» — формулирует вопрос Коля. Воспитатель предлагает детям ответить на вопрос. Выслушав ответы нескольких детей, он задает им новый вопрос: «Как вы узнали, что мальчик поймал шесть рыбок?» Дети отвечают, как правило, по-разному: «Увидели», «Сосчитали», «Мы знаем, что пять да один будет шесть» и т. п. Теперь можно перейти к рассуждениям: «Больше стало рыбок или меньше, когда мальчик поймал еще одну?» «Конечно, больше!» — отвечают дети. «Почему?» — «Потому что к пяти рыбкам прибавили еще одну рыбку». Воспитатель поощряет этот ответ и формулирует арифметическое действие: «Дима правильно сказал, надо сложить два числа, названные в задаче. К пяти рыбкам прибавить одну рыбку. Это называется действием сложения. Теперь мы будем не только отвечать на вопрос задачи, но и объяснять, какое действие мы выполняем».

На основе предложенного наглядного материала составляются еще одна-две задачи, с помощью которых дети продолжают учиться формулировать действие сложения и давать ответ на вопрос.

На первых занятиях словесная формулировка арифметического действия подкрепляется практическими действиями: «К трем красным кружкам прибавим один синий кружок и получим четыре кружка». Но постепенно арифметическое действие следует отвлекать от конкретного материала: «Какое число прибавили к какому?» Теперь уже при формулировке арифметического действия числа не именуются. Спешить с переходом к оперированию отвлеченными числами не следует. Такие абстрактные понятия, как «число», «арифметическое действие», становятся доступными лишь на основе длительных упражнений детей с конкретным материалом.

Когда дети усвоят в основном формулировку действия сложения, переходят к обучению формулировке вычитания. Работа проводится аналогично тому, как это описано выше.

При формулировке арифметического действия можно считать правильным, когда дети говорят *отнять, прибавить, вычесть, сложить*. Слова *сложить, вычесть, получится, равняется* являются специальными математическими терминами. Этим терминам соответствуют бытовые слова *прибавить, отнять, стало, будет*. Разумеется, бытовые слова ближе опыту ребенка и начинать обучение можно с них. Но желательно, чтобы воспитатель в своей речи пользовался математической терминологией, постепенно приучая и детей к употреблению этих слов. Например, ребенок говорит: «Нужно отнять из пяти яблок одно», а воспитатель должен уточнить: «Нужно из пяти яблок вычесть одно яблоко».

---

[1] «Запись» производится при помощи карточек с изображенными на них цифрами и знаками.

Упражняя детей в формулировке арифметического действия, полезно предлагать задачи с одинаковыми числовыми данными на разное действие. Например: «У Саши было три воздушных шара. Один шар улетел. Сколько шаров осталось?» Или: «Коле подарили три книги и одну машину. Сколько подарков получил Коля?» Устанавливается, что это задачи на одно и то же действие. Важно при этом обращать внимание на правильную и полную формулировку ответа на вопрос задачи.

Можно показывать задачи и внешне похожие, но требующие выполнения разных арифметических действий. Например: «На дереве сидели четыре птички, одна птичка улетела. Сколько птичек осталось на дереве?» Или: «На дереве сидели четыре птички. Прилетела еще одна. Сколько птичек сидит на дереве?» Хорошо, когда подобные задачи составляются одновременно и детьми.

На основе анализа данных задач дети приходят к выводу, что хотя в обеих задачах речь идет об одинаковом количестве птичек, но они выполняют разные действия. В одной задаче одна птичка улетает, а в другой — прилетает, поэтому в одной задаче числа нужно сложить, а в другой — вычесть одно из другого. Вопросы в задачах различны, поэтому различны и арифметические действия, различны ответы.

Такое сопоставление задач, их анализ полезны детям, так как они лучше усваивают как содержание задач, так и смысл арифметического действия, обусловленного содержанием.

Проследим динамику вопросов воспитателя к детям для формулировки арифметического действия. На первых занятиях задается развернутый вопрос, содержание которого близко к содержанию вопроса к задаче: «Что надо сделать, чтобы узнать, сколько птичек сидит на дереве?» Затем вопрос формулируется в более общем виде: «Что надо сделать, чтобы решить эту задачу?» Или: «Что надо сделать, чтобы ответить на вопрос задачи?»

Воспитатель не должен мириться с односложными ответами детей (отнять, прибавить). Выполненное арифметическое действие должно быть сформулировано полно и правильно. Очень важно вовлекать всех детей в обдумывание наиболее точного ответа.

Поскольку к моменту обучения решению задач дети уже знакомы с цифрами и знаками +, —, =, следует упражнять их в записи арифметического действия и учить читать запись ($3+1=4$). (К трем птичкам прибавить одну птичку. Получится четыре птички.) Умение читать запись обеспечивает возможность составления задач по числовому примеру. Например, на доске запись: $10-1=?$ Воспитатель предлагает прочитать запись и сказать, что обозначает этот знак (?). Затем просит составить задачу, в которой заданы такие же числа, как на доске. Педагог следит при этом, чтобы содержание задач было разнообразным и интересным, чтобы в них правильно ставился вопрос. Для решения выбирается самая интересная задача. Кто-то из детей повторяет ее. Дети, выделяя данные и искомое в задаче, называют арифметическое действие, решают задачу и записывают решение у себя на бумаге. Кто-то из детей формулирует ответ задачи. Проведенная беседа приучает

ребят логически мыслить, учит правильно строить ответы на поставленные вопросы — о теме, сюжете задачи, о числовых данных и их отношениях, обосновывать выбор арифметического действия.

Для упражнения детей в распознавании записей на сложение и вычитание воспитателю рекомендуется использовать несколько числовых примеров и предлагать детям их прочесть. По указанным примерам составляются задачи на разные арифметические действия, при этом детям предлагается сделать самостоятельно запись решенных задач, а затем прочесть ее. Обязательно нужно исправить ответы детей, допустивших ошибки в записи. Читая запись, дети скорее обнаруживают свою ошибку.

Запись действий убеждает детей в том, что во всякой задаче всегда имеются два числа, по которым надо найти третье — сумму или разность.

Н. И. Непомнящая и Л. П. Клюева рекомендуют другой способ записи арифметического действия. Авторы предложили знакомить детей с моделью, помогающей усвоить обобщенное понятие арифметического действия (сложения и вычитания) как отношения части и целого ◖ + ◗=◯ ◯−◗=◖. Эта модель записи арифметических действий способствует переходу от восприятия конкретных связей и отношений между частями и целым множеством к модели изображения связей и отношений арифметических действий с помощью условных и математических знаков. Модель записи является промежуточным звеном при переходе от графического изображения отношений между множествами к числовому равенству.

Дети уже знакомы со знаками плюс (+), минус (—), равняется (=), теперь их знакомят с моделью записи арифметического действия условными значками целое — круг, часть целого — полукруг и учат составлять равенство ◖ + ◗=◯ или ◯−◗=◖.

В процессе обучения следует составлять и решать задачи на сложение и вычитание величин. В качестве наглядного материала используются шнуры, тесемка, ленты, мягкая проволока и другие предметы, подлежащие измерению, а также условные мерки разного размера и др.

Дети уже знакомы со способами и приемами измерения величин (длина, масса) и умеют пользоваться такими правильными выражениями, как *отрезок веревки, отрезок тесьмы* (но не кусок веревки, тесьмы).

Приведем пример такой задачи. Вывешивается картина с изображением куклы, в руках у которой корзина с выстиранным бельем. Перед куклой два колышка, между которыми надо натянуть веревку для развешивания на ней белья. На фланелеграфе изображены два колышка, между которыми следует натянуть веревку.

Ребенок должен вынуть из корзины веревку, чтобы натянуть ее между колышками, но она оказывается мала, и тогда он дол-

жен взять другой отрезок веревки и соединить ее с первой так, чтобы длина веревки была достаточной для натягивания между колышками.

Детям предлагают рассмотреть картину и составить по ней задачу. Для этого надо прежде всего измерить длину обоих отрезков веревки. Отрезки веревок измеряются: один отрезок равен шести меркам, а другой — одной. Составляется задача: один отрезок веревки, взятый для того, чтобы натянуть ее между колышками, оказался недостаточным, в нем было шесть мерок. Взяли другой отрезок, равный одной мерке, и соединили его с первым отрезком. Сколько мерок в длине всей веревки? Воспитатель предлагает сделать запись, чтобы были видны известное и неизвестное числа. Дети формулируют действие и результат, дают ответ на вопрос задачи.

Воспитателю далее следует предложить подумать, нельзя ли по этой картине составить и другую задачу. Дети предлагают сначала измерить длину всей веревки и длину одного из отрезков веревки, чтобы можно было вычесть длину отрезка веревки от длины всей веревки и получить длину второго отрезка. Составляется новая задача на действие вычитания, в которой неизвестным числом становится длина второго отрезка.

Следует отметить, что опыт, приобретенный детьми в процессе измерения величин, находит применение и при составлении задач. Приведем некоторые из них.

«Мама купила 1 м синей ленты и 2 м красной. Сколько всего метров ленты купила мама?»

«Мы ходили в магазин и купили 2 кг яблок и 1 кг слив. Сколько всего фруктов мы купили?»

«Мальчик сел в лодку и проплыл 6 м, а ширина реки всего 8 м. Сколько ему еще надо проплыть?»

«Шофер залил в бак машины 6 л бензина, а потом добавил еще 3 л. Сколько всего бензина шофер залил в бак?»

Итак, на третьем этапе дети должны научиться формулировать арифметические действия (сложения, вычитания), различать их, составлять задачи на заданное арифметическое действие.

На четвертом этапе работы над задачами детей учат приемам вычисления — присчитывание и отсчитывание единицы.

Если до сих пор вторым слагаемым или вычитаемым в решаемых задачах было число 1, то теперь нужно показать, как следует прибавлять или вычитать числа 2 и 3. Это позволит разнообразить числовые данные задачи и углубить понимание отношений между ними, предупредит автоматизм в ответах детей. Однако здесь нужно соблюдать осторожность и постепенность. Сначала дети учатся прибавлять путем присчитывания по единице и вычитать путем отсчитывания по единице число 2, а затем число 3.

Присчитывание — это прием, когда к известному уже числу прибавляется второе известное слагаемое, которое разбивается на

единицы и присчитывается последовательно по 1: $6+3=6+1+1+$ $+1=7+1+1=8+1=9$.

Отсчитывание — это прием, когда от известной уже суммы вычитается число (разбитое на единицы) последовательно по 1: $8-3=8-1-1-1=7-1-1=6-1=5$.

Внимание детей должно быть обращено на то, что нет необходимости при сложении пересчитывать по единице первое число, оно уже известно, а второе число (второе слагаемое) следует присчитывать по единице[1]; надо вспомнить лишь количественный состав этого числа из единиц. Этот процесс напоминает детям то, что они делали, когда считали дальше от любого числа до указанного им числа. При вычитании же чисел 2 или 3, вспомнив количественный состав числа из единиц, надо вычитать это число из уменьшаемого по единице. Это напоминает детям упражнения в обратном счете в пределах указанного им отрезка чисел.

Итак, изучая действия сложения и вычитания при решении арифметических задач, можно ограничиться этими простейшими случаями прибавления (вычитания) чисел 2 и 3. Нет необходимости увеличивать второе слагаемое или вычитаемое число, так как это потребовало бы уже иных приемов вычисления. Задача детского сада состоит в том, чтобы подвести детей к пониманию арифметической задачи и к пониманию отношений между компонентами арифметических действий сложения и вычитания.

На завершающем этапе работы над задачами можно предложить дошкольникам составлять задачи без наглядного материала (устные задачи). В них дети самостоятельно избирают тему, сюжет задачи и действие, с помощью которого она должна быть решена. Воспитатель регулирует лишь второе слагаемое или вычитаемое, напоминая детям, что числа свыше трех они еще прибавлять и отнимать не научились. (Здесь могут быть и исключения.)

При введении устных задач важно следить за тем, чтобы они не были шаблонными. В условии должны быть отражены жизненные связи, бытовые и игровые ситуации. Надо приучать детей рассуждать, обосновывать свой ответ, в отдельных случаях использовать для этого наглядный материал.

После усвоения детьми решения устных задач первого и второго вида можно перейти к решению задач на увеличение и уменьшение числа на несколько единиц.

Исследования и практика показывают, что дошкольникам доступно решение некоторых видов косвенных задач. Их можно предлагать детям, будучи уверенными, что обязательный программный материал усвоен ими хорошо. И лишь при необходимости усложнить работу можно ввести такие задачи. Поскольку в косвенных задачах логика арифметического действия противоречит действию по со-

[1] Термины «сумма», «слагаемое», «вычитаемое», «уменьшаемое», «разность» детям подготовительной к школе группы не сообщаются.

держанию задачи, они дают большой простор для рассуждений, доказательств, приучают детей логически мыслить.

Приведем примеры таких задач:

«Из графина вылили пять стаканов воды, но в нем остался один стакан воды. Сколько воды было в графине?»

«Леша сделал елочные игрушки. Три из них он повесил на елку, а две оставил. Сколько игрушек сделал Леша?»

«У Лены было семь конфет. Она угостила ребят, и у нее осталось четыре конфеты. Сколько конфет она отдала ребятам?»

«На дереве сидели птички. Когда прилетели еще четыре, их стало восемь. Сколько птиц сидело на дереве сначала?»

Предлагать подобные задачи для решения лучше всего в виде сюрприза: «Кто сообразит, как решать задачу, которую я вам сейчас задам?» Надо отметить, что эти задачи вызывают большой интерес у детей.

Итак, работа над задачами не только обогащает детей новыми знаниями, но и дает богатый материал для умственного развития.

Глава XIII. ФОРМИРОВАНИЕ У ДЕТЕЙ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ВЕЛИЧИНЕ ПРЕДМЕТОВ И ИЗМЕРЕНИИ ВЕЛИЧИН

§ 1. Особенности развития представлений дошкольников о величине предметов (на сенсорной основе)

Для правильной и полной характеристики любого предмета оценка величины имеет не меньшую значимость, чем оценка других его признаков. Умение выделить величину как свойство предмета и дать ей название необходимо не только для познания каждого предмета в отдельности, но и для понимания отношений между ними. Это оказывает существенное влияние на формирование у детей более полных знаний об окружающей действительности.

Осознание величины предметов положительно влияет на умственное развитие ребенка, так как связано с развитием способности отождествления, распознавания, сравнения, обобщения, подводит к пониманию величины как математического понятия и готовит к усвоению в школе соответствующего раздела математики.

Отражение величины как пространственного признака предмета связано с восприятием — важнейшим сенсорным процессом, который направлен на опознание и обследование объекта, раскрытие его особенностей. В этом процессе участвуют различные анализаторы: зрительный, слуховой, осязательно-двигательный, причем двигательный анализатор играет ведущую роль во взаимной их работе, обеспечивая адекватное восприятие величины предметов. Восприятие величины (как и других свойств предметов) происходит путем установления сложных систем внутрианализаторных и межанализаторных связей.

Проблему отражения величины нельзя рассматривать только как проблему восприятия. В равной степени она должна рассматриваться и как проблема мышления. Еще Ф. Энгельс высказал замечательную по своей глубине мысль о том, что «к нашему глазу присоединяются не только еще другие чувства, но и деятельность нашего мышления»[1].

Познание величины осуществляется, с одной стороны, на сенсорной основе, а с другой — опосредуется мышлением и речью. Адекватное восприятие величины зависит от опыта практического оперирования предметами, развития глазомера, включения в процесс восприятия слова, участия мыслительных процессов: сравнения, анализа, синтеза и др.

Механизм восприятия величины у взрослого и ребенка общий. Однако даже у самых маленьких детей могут быть выработаны реакции на отношения между объектами по признаку величины.

Для образования самых элементарных знаний о величине необходимо сформировать конкретные представления о предметах и явлениях окружающего мира. Чувственный опыт восприятия и оценки величины начинает складываться уже в раннем детстве в результате установления связей между зрительными, осязательными и двигательно-тактильными ощущениями от тех игрушек и предметов различных размеров, которыми оперирует малыш. Многократное восприятие объектов на разном расстоянии и в разном положении способствует развитию константности восприятия.

Ориентировка детей в величине предметов во многом определяется глазомером — важнейшей сенсорной способностью. Еще Руссо считал нужным учить Эмиля сравнивать размеры предметов на глаз, сопоставляя высоту здания с ростом человека, высоту дерева с высотой колокольни. Развитие глазомера непосредственно связано с овладением специальными способами сравнения предметов. Вначале сравнение предметов по длине, ширине, высоте маленькими детьми производится практически путем наложения или приложения, а затем на основе измерения. Глаз как бы обобщает практические действия руки.

В условиях правильно организованного сенсорного воспитания и педагогического руководства способность воспринимать величину предмета начинает формироваться в раннем возрасте в процессе предметных действий. Но первичный опыт в умении различать величины долгое время носит локальный характер.

Дошкольники прочно закрепляют признак величины за тем конкретным предметом, который им хорошо знаком: «Слон большой, а мышка маленькая». Они с трудом овладевают относительностью оценки величины. Если поставить перед ребенком 4—5 игрушек, постепенно уменьшающихся по размеру, например матрешки, и попросить показать самую большую, то он сделает это правильно. Если затем убрать ее и снова попросить указать на большую игрушку, то дети 3—4 лет, как правило, отвечают: «Теперь нет большой».

---

[1] **Энгельс Ф.** Диалектика природы // Маркс К. Энгельс Ф. Соч. 2-е изд.— Т. 20.— С. 554.

Маленький ребенок довольно часто в своих играх вообще игнорирует признак величины: старается уложить большую куклу в маленькую кровать, посадить большого мишку на маленький стул и т. д.

Дети трехлетнего возраста воспринимают величину предметов недифференцированно, т. е. ориентируются лишь на общий объем предмета, не выделяя его длину, ширину, высоту.

Когда трехлетним детям среди нескольких предметов надо найти самый высокий и самый длинный, они, как правило, останавливают свой выбор на самом большом.

Четырехлетние дети более дифференцированно подходят к выбору предметов по высоте, длине или ширине, если эти признаки ярко выражены. Когда, например, высота значительно превосходит другие измерения, малыши легко замечают это. У низких же предметов они вообще не различают высоты. Большинство детей этого возраста упорно утверждают, что в «кубике», высота которого 2, ширина 4, а длина 16 см, «нет высоты». Для них он имеет высоту только в вертикальном положении, т. е. когда высота составляет 16 см и преобладает над другими измерениями. В таком положении «кубик» соответствует привычному представлению о высоком как «большом вверх» (данные В. К. Котырло).

Чаще всего дети характеризуют предметы по какой-либо одной протяженности, наиболее ярко выраженной, чем другие, а поскольку длина, как правило, является преобладающей у большинства предметов, то и выделение длины легче всего удается ребенку. Значительно большее число ошибок делают дети (в том числе и старшие) при показе ширины. Характер допускаемых ими ошибок говорит о недостаточно четкой дифференциации других измерений, так как дети показывают вместо ширины и длину, и всю верхнюю грань предмета (коробки, стола).

Наиболее успешно детьми определяются в предметах конкретные измерения при непосредственном сравнении двух или более предметов.

Само слово *величина* непонятно многим детям, так как они редко слышат его. Когда внимание детей обращается на размер предмета, воспитатели предпочитают пользоваться словами *одинаковый, такой же,* которые многозначны (например, одинаковый по цвету, форме, величине), поэтому их следует дополнять словом, обозначающим признак, по которому сопоставляются предметы (найди такой же по величине: длине, ширине, высоте и т. д.).

Выделяя то или иное конкретное измерение, ребенок стремится показать его (проводит пальчиком по длине, разведенными руками показывает ширину и т. п.). Эти действия обследования очень важны для более дифференцированного восприятия величины предмета.

Неумение дифференцированно воспринимать величину предметов существенно влияет на обозначение словом предметов различных размеров. Чаще всего дети

3—4 лет по отношению к любым предметам употребляют слова *большой — маленький.* Но это не означает, что в их словаре отсутствуют более конкретные определения. В отдельных случаях дети с разной степенью успешности употребляют их. Так, о шее жирафа говорят *длинная,* о матрешке — *толстая.* Довольно часто одни определения заменяются другими: вместо *тонкая* говорят *узкая* и т. п. Это связано с тем, что окружающие детей взрослые часто пользуются неточными словами для обозначения размера предметов.

Общеизвестно, что в отношении целого ряда предметов правомерно говорить, как о больших или маленьких, поскольку изменяется весь объем предмета *(большой — маленький стул, большой — маленький мяч, большой — маленький дом* и т. д.), но когда в отношении этих же предметов мы хотим подчеркнуть лишь какую-либо существенную сторону, то говорим: *купи высокую елку; ребенку нужен низкий стул* и т. д.

Эти допущения в использовании слов в их относительном значении являются предпосылкой неточности, которая часто вызывает заведомо неправильные выражения: *большой (маленький) шнур, большая линейка* (вместо *длинная*), *большая пирамидка* (вместо *высокая*), *тонкая лента* (вместо *узкая*) и т. п. Поэтому, когда ребенок вслед за взрослыми пользуется такими общими словесными обозначениями величины предметов, как «большой — маленький» вместо конкретных «высокий», «низкий» и т. д., он, хотя и видит отличия в величине предметов, неточно отражает это в речи. Еще К. Д. Ушинский писал, что «...у детей запас слов и форм родного языка обыкновенно не мал, но они не умеют пользоваться этим запасом, и вот этот-то навык отыскивать быстро и верно в памяти требуемое слово и требуемую форму есть одно из важнейших условий развития дара слова»[1].

Дети 5—6 лет знают, что для определения длины, ширины, высоты предмета его надо измерить, и называют, с помощью каких предметов это можно сделать: линейкой, метром, сантиметром. Иногда средства измерения обозначаются ими не совсем точно: «палка», «выкройка», «клееночка такая с цифрами, на ней всякие цифры нарисованы: или 20, или 30, или 70» и т. д.

Основной недостаток этих стихийных представлений заключается в том, что дети не отличают измерительные приборы от общепринятых единиц измерения. Так, под метром они подразумевают деревянный метр, с помощью которого производится отмеривание тканей в магазине, не воспринимая метр как единицу измерения. Точно так же под словом «сантиметр» имеют в виду сантиметровую ленту, которая в быту так и называется.

Некоторые дети считают, что средства измерения, применяемые в одних условиях, не могут использоваться в других, так как имеющиеся у них знания не выходят за рамки индивидуального опыта.

---

[1] **Ушинский К. Д.** О первоначальном преподавании русского языка // Собр. соч.— М., 1949.— Т. 5.— С. 353.

Весьма приблизительно дети описывают процесс измерения своего роста, так как не знают, чем он измеряется, хотя измерение роста неоднократно производится в детском саду. Они рассказывают о тех способах, которые обычно применяются в семьях: «нужно поставить вместе, спиной друг к другу», «мерить головами»; «можно на стенке подчеркнуть» и т. д. Дошкольники стремятся пополнить свои знания об измерениях («Мне мама покажет, как измерять, я посмотрю, когда пойду с мамой в магазин»).

В процессе повседневной жизни, вне специального обучения дети не овладевают общепринятыми способами измерения, они лишь с большей или меньшей степенью успешности пытаются копировать внешние действия взрослых, зачастую не вникая в их значение и содержание.

Исходя из особенностей детских представлений о величине предметов, педагогическая работа строится в определенной последовательности.

Вначале формируется представление о величине как пространственном признаке предмета. Детей учат выделять данный признак наряду с другими, пользуясь специальными приемами обследования: приложением и наложением. Практически сравнивая (соизмеряя) контрастные и одинаковые по величине предметы, малыши устанавливают отношения «равенства — неравенства». Результаты сравнения отражаются в речи с помощью прилагательных: *длиннее, короче, одинаковые* (равные по длине), *шире, у́же, одинаковые* (равные по ширине), *выше, ниже, одинаковые* (равные по высоте), *больше, меньше, одинаковые* (равные по величине) и т. д. Таким образом, первоначально предусматривается лишь попарное сравнение предметов по одному признаку.

На этой основе продолжается дальнейшая работа, в процессе которой детей учат при сравнении нескольких предметов одним из них пользоваться как образцом. Практические приемы приложения и наложения применяются для составления упорядоченного (сериационного) ряда. Затем дети учатся создавать его по правилу. Располагая предметы (3—5 штук) в возрастающем или убывающем порядке по длине, ширине, высоте и другим признакам, они отражают это в речи: *самая широкая, у́же, еще у́же, самая узкая* и др.

Задача последующей работы — закрепить умение строить сериационный ряд предметов по длине, ширине, высоте и другим признакам, правильно отражая это в речи, развивать глазомер детей, учить на глаз определять размеры различных предметов, сопоставляя их с величиной известных предметов, а также пользуясь условной меркой.

Таким образом, в младшем и среднем дошкольном возрасте дети определяют размеры предметов путем непосредственного их сравнения (приложения или наложения), в старшем — применяется и опосредованный способ сравнения (оценка размеров воспринимаемых предметов в сравнении с хорошо известными, встречающимися в опыте ребенка ранее, измерение условной меркой). Постепенно усложняется и содержание знаний детей о свойствах величины. В младшем возрасте дети узнают о возможности сравни-

вать величины, в среднем — об относительности величин, а в старшем — об изменчивости. Расширяется также и круг сравниваемых предметов.

§ 2. Методика формирования представлений о величине предметов у детей в детском саду

При формировании представлений о величине предметов используется специальный дидактический материал. Во второй младшей группе для сравнения достаточно взять два предмета, предлагая детям определить как абсолютную (длинный — короткий), так и относительную величину (длиннее — короче). Основное требование к дидактическому материалу в этой группе — сравниваемое свойство должно быть ярко выражено и реально характеризовать предмет.

На первых занятиях предпочтительно использовать плоские предметы, постепенно расширяя их круг, чтобы сформировать у детей обобщенное представление о том, что при сравнении любых предметов разной длины они определяются как длинные — короткие, длиннее — короче; разной ширины — широкие — узкие, шире — у́же и т. д. Следует учитывать, что разный цвет позволяет выделить величину, поэтому сначала нужно предлагать для сравнения разноцветные предметы. На каждом занятии следует предоставлять детям возможность действовать с раздаточным материалом (полоски бумаги разной длины при равной ширине и, наоборот, разной ширины при равной длине; тесьма разной длины, разной ширины; лоскутки ткани разной толщины и т. п.). Действия с раздаточным материалом обеспечивают возможность всестороннего обследования предметов каждым ребенком.

Обучение детей второй младшей группы ведут постепенно. Вначале ребят учат при сравнении двух плоских предметов показывать и называть длину как наиболее легко выделяемую протяженность, затем другие измерения. Сравнение предметов по каждому измерению в отдельности следует проводить на 3—4 занятиях. Исходным в работе с малышами является обследование — специально организованное восприятие предметов с целью использования его результатов в той или иной содержательной деятельности.

Положительный эффект дает применение таких приемов следования, как показ длины, ширины и т. д., проведение пальцем по указанной протяженности, «измерение» разведенными пальцами или руками, сравнение разных признаков величины путем приложения или наложения.

Обследование дает возможность установить направление каждой конкретной протяженности, что имеет существенное значение для их различия. Дети узнают, что при показе длины рука движется слева направо, вдоль предмета, показывая ширину, рука движется поперек предмета, высота показывается снизу вверх или сверху вниз, а толщину показывают разведенными пальца-

ми и степень разведения зависит от толщины предмета. Толщина округлых предметов показывается путем обхвата их. Показ обследуемого признака величины нужно повторять 2—3 раза, каждый раз несколько смещая линию движения, чтобы дети не соотнесли данный признак с какой-либо одной линией или стороной предмета.

Учитывая тот факт, что в процессе познания действия всегда должны сопровождаться словом, необходимо называть обследуемые признаки величины. Первоначально это делает воспитатель, а затем требует осмысленного употребления детьми слов *длина, ширина, высота, толщина.*

Большое значение придается обучению младших дошкольников способам сравнения: приложению и наложению. При наложении или приложении сравниваемые предметы подравнивают с одного края (лучше с левого) или ставят рядом на одну плоскость, если сравнивают по высоте.

Для упражнения детей в сравнении предметов по величине можно давать такие, например, задания:

— из двух полосок разной длины, разложенных на столе, показать длинную или, наоборот, короткую;

— детям предъявляются поочередно образцы разной длины; необходимо найти полоску такой же длины;

— нужно взять самый длинный брусок из двух; показать его длину, затем показать длину короткого бруска;

— найти длинный карандаш из двух, положить его вверху, а короткий положить под ним.

Воспитатель проверяет, как дети выполняют задания, предлагает им рассказать о величине выбранного предмета, объяснить, почему именно этот предмет они выбрали. В процессе этих упражнений у детей развивается глазомер, накапливается опыт в умении различать размерные отношения, который значительно расширяет чувственную основу знаний; обогащается и совершенствуется речь ребенка за счет использования при обозначении величины предметов соответствующих слов. Постепенно детям становятся доступными такие ответы: «Это короткий брусок»; «Кукла долго идет в свой домик, потому что дорожка длинная»; «Я показал ширину узкой ленты» и т. п.

Необходимо учить детей называть размер предметов, сопоставляя и противопоставляя их друг другу: «Красная лента короче синей, а синяя длиннее красной, верхняя коробка у́же нижней, а нижняя шире верхней, зеленый карандаш толще желтого, а желтый тоньше зеленого». Опознание самих протяженностей вполне доступно маленьким детям, но главное заключается в том, чтобы отдифференцировать точность их названий, а это полностью зависит от воспитательной работы, проводимой с детьми[1].

---

[1] См.: **Леушина А. М.** Формирование элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста.— М., 1974.

Большое место в работе с маленькими детьми должно быть отведено игровым ситуациям. Например: «Посадим мишек на скамейки» (на длинную — много, на короткую — одного). «Поставим машины в гаражи» (широкие — узкие, высокие — низкие). «Кто быстрее придет в свой домик?» (длинная — короткая дорожка). «Подбери ленточки для бантиков куклам, мишкам».

Для уточнения, закрепления знаний проводят игры типа «Найди и опиши», «Что там?», «Подбери пару»[1].

В средней группе учат сравнивать три — пять предметов, менее контрастных по размеру. При этом дети овладевают сравнительной оценкой величины (длиннее, короче, еще короче, самая короткая) не только в убывающей, но и в возрастающей степени при одновременном установлении взаимно обратных отношений. Разница в размерах сравниваемых предметов постепенно уменьшается от 5 до 2 см. Сначала детей учат раскладывать предметы по порядку в ряд, пользуясь образцом, а затем по правилу (начинай с самого длинного бруска и т. п.).

Создавая на глазах у детей образец ряда предметов и рассматривая его, воспитатель обращает внимание на последовательное расположение предметов, направление ряда (восходящее или нисходящее), постоянную разницу между двумя смежными предметами. Поскольку выявление последней часто затрудняет детей, на первых порах можно отмечать специально проведенной линией (меткой) или другим цветом «лишний кусочек» у каждого последующего элемента по сравнению с предыдущим. Анализ образца — эффективный прием обучения сериации, так как он направлен на обследование наглядно представленных предметов и способствует формированию понятия «отношение порядка» и его свойств.

Правило выбора (выбирай каждый раз из всех полосок самую длинную или самую короткую) также служит средством построения упорядоченного ряда. Оно определяет последовательность действий — практическое или зрительное сопоставление элементов и выбор нужного. Осознание отношений порядка и его свойств в этом случае происходит на основе заданного способа действия, самостоятельно, в результате выполнения задания.

Проверкой правильности выполнения заданий на сериацию служит попарное сравнение предмета с «соседями» по ряду, так дети учатся понимать, что оценка размера предмета носит относительный характер. Здесь так же, как и в младшей группе, широко используются игровые ситуации: «Построим лесенку», «Наведем порядок», «Разложим по порядку», «На какой ступеньке петушок?» и т. п.

В средней группе детей учат сравнивать плоские предметы по длине и ширине одновременно (ленты равной длины, но разной ширины и т. п.).

---

[1] См.: **Удальцова Е. И.** Дидактические игры в воспитании и обучении дошкольников.— Минск, 1976.— С. 78—90.

Большое внимание уделяется развитию глазомера. Детям дают задания найти из четырех-пяти предметов равный по своим размерам образцу или большего, меньшего размера (найди такой же длины, найди длиннее, короче и т. д.). Чтобы осуществить все задания, предусмотренные программой средней группы, надо провести не менее 10—12 занятий. Знания и умения, полученные на таких занятиях, необходимо систематически закреплять и применять в других видах деятельности: сравнивать размеры разных частей растений, подбирать полоски нужных размеров для ремонта книг, рисовать, лепить предметы соответствующих размеров, наблюдать, как изменяются размеры строящегося дома, и т. д.

Далее следует перейти к формированию представлений о трехмерности предметов. С этой целью определяются длина, ширина, высота у предметов, занимающих относительно постоянное положение в пространстве (например, предметы мебели), а затем и у других предметов (деталей строительного материала, конструктивных поделок и т. п.). Выделение и определение трех измерений проводят при сравнении предметов разного объема. В результате дети приходят к заключению, что бóльшими или меньшими предметы называются в зависимости от размера всех трех измерений.

В старшей и подготовительной группах продолжается решение задачи упорядочивания предметов по длине, ширине, высоте и объему в целом. Теперь количество упорядочиваемых в ряд предметов увеличивается до 10, а разница их размеров еще более уменьшается (от 3 до 1 см). Усложнение заданий состоит в том, что одни и те же предметы размещаются в ряд то по одному, то по другому признаку (например, палочки сначала раскладываются по длине, а затем по толщине). Другое усложнение заключается в том, что указанный воспитателем предмет в ряду сравнивается не только с соседним, но и со всеми предшествующими ему или последующими. В результате этого ребенку становится понятным, что каждый элемент в ряду меньше (больше), чем все предыдущие, и больше (меньше), чем все последующие. Так происходит осознание не только относительности размера, но и транзитивности отношений между упорядоченными элементами (если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$).

«Мерка», равная «лишнему кусочку», используется для определения различий между соседними элементами ряда. Таким образом устанавливается постоянство равенства различий как существенного свойства упорядоченного ряда. Можно дать задания: достроить ряд, построить его от промежуточного элемента, нарисовать ряд до и после его упорядочивания, найти место пропущенного или лишнего элемента в ряду, вставить в уже построенный ряд промежуточные элементы, преобразовать восходящий ряд в нисходящий и наоборот, найти соответствие между несколькими рядами, составить ряд из парных элементов и т. д. С этой целью проводятся игры «Что изменилось?», «Угадайте, которого не хватает», «Угадайте, где пропущено», «Который лишний?», «Найди свое место». Одним из элементов их усложнения может быть введение правила, требующего выполнения сериации только зрительным путем, без практических проб.

Старшие дошкольники выполняют и более сложные задания на развитие глазомера: найти на глаз предметы большего или меньшего размера, чем образец; подобрать два предмета, чтобы вместе они были равны образцу и др. Постепенно расширяют и площадь, на которой осуществляется поиск предметов нужного размера.

Упражнения в установлении транзитивности отношений порядка проводятся также с помощью игр, требующих от детей смекалки и сообразительности[1].

«Кто первый?» — «Мишки (или матрешки) забыли, кто за кем стоял. Первый должен быть меньше второго, а второй меньше третьего. Какого размера первый мишка? А третий?»

«Чья коробочка?» — «У меня три коробочки от заводных игрушек: курочки, цыпленка и утенка. Курочка больше утенка, утенок больше цыпленка. Какая коробка утенка? Поместится ли курочка в коробку утенка? А утенок в коробку цыпленка?»

«Угадайте, кто выше (ниже) ростом.» — «Петя выше Саши, а Саша выше Коли. Кто из мальчиков самого низкого роста? А самого высокого?»

При проведении игр наглядность применяется для утверждения в правильности ответа. Задания на сериацию связываются с закреплением навыков порядкового счета.

Новой задачей для воспитателя старшей группы является задача уточнения представлений детей об изменении предметов по длине, ширине, толщине, высоте при правильном отражении этого в речи («Стало длиннее», «Это больше» и т. д.).

Известно, что каждый человек в своем индивидуальном опыте при решении разнообразных жизненных задач так или иначе изменяет величину предметов. Ребенок практикуется в этом постоянно в самых разнообразных видах деятельности: в процессе лепки, при создании различных построек из снега и песка, в конструировании, при изготовлении игрушек и т. д. Складывающийся таким образом опыт изменения величины предметов вряд ли достаточен. Необходимы специальные упражнения, в процессе которых деятельность, направленная на изменение величины, связывается с выяснением количественных отношений. Такие упражнения лучше всего проводить во второй части занятия — в процессе работы с раздаточным материалом. Воспитатель организует действия по комплектованию, уравниванию по величине определенных предметов. С этой целью он учит пользоваться образцом, меркой-посредником и несколько позже условной меркой, которые выступают как средство преобразования объекта (например, из равных по длине полосок надо сделать разные, и наоборот). Для того чтобы придать деятельности детей определенный смысл, все задания по изменению величины предметов должны иметь совершенно конкретную направленность на результат: изготовить для кукол в

[1] См.: **Метлина Л. С.** Математика в детском саду.— М., 1984.

соответствии с их размером ленточки для бантиков, сделать лесенку или заготовки определенных размеров для ремонта книг, коробок, плетения ковриков, елочных бус и т. п.

Такие упражнения позволяют ребенку понять, что происходит при изменении одного из измерений при сохранении массы в целом (раскатали столбик пластилина, он стал длиннее, но тоньше).

Таким образом, у ребенка формируется дифференцированное восприятие трех измерений, умение упорядочивать предметы по их размерам, понимание относительности и изменчивости величины.

§ 3. Значение обучения детей дошкольного возраста простейшим измерениям

Вопрос о роли измерений в формировании первых математических представлений издавна ставился в работах выдающихся педагогов: Ж. Ж. Руссо, И. Г. Песталоцци, К. Д. Ушинского. Прогрессивные представители русской методики арифметики также значительное внимание уделяли этой проблеме (Д. И. Галанин, А. И. Гольденберг, В. А. Латышев и др.).

Первые советские методисты в области дошкольного воспитания (Е. И. Тихеева, Л. В. Глаголева, Ф. Н. Блехер и др.) указывали на необходимость обучения детей, начиная с дошкольного возраста, измерению общепринятыми мерами. Е. И. Тихеева считала, что к разного вида измерениям следует привлекать детей уже с 5—6 лет. Их легко познакомить с метром и научить обращаться с ним. Л. В. Глаголева придерживалась примерно того же мнения, считая, что семилетние дети должны научиться измерять сантиметровой линейкой и дециметром линии, стороны квадрата, прямоугольника; метром длину и ширину класса, длину дорожки в саду или грядки на огороде; они должны уметь нарисовать в тетради линию определенной длины, отмерить доску, полоску бумаги указанного размера и др. Она знакомила детей со следующими мерами: метром, дециметром, сантиметром,— рекомендовала учить измерять руками, шагами, чашками, стаканами, ложками и т. д.

С особой остротой проблема обучения детей-дошкольников измерительной деятельности была поставлена в 60—70-е годы. Возникла идея об измерительной практике как основе формирования понятия числа у ребенка (П. Я. Гальперин, В. В. Давыдов и др.). И хотя в настоящее время обучение измерению осуществляется на базе развития представлений о числе и счетных умений, эта концепция послужила основой для разработки многих теоретических и методических вопросов.

Деятельность измерения довольно сложна. Она требует специфических умений, знакомства с системой мер, применения измерительных приборов. Использование условных мер делает доступным измерение маленьким детям. Термин «измерение условными мерами» означает возможность использовать средства измерения.

Условная мера (мерка) — предмет, используемый в качестве средства измерения, своеобразное орудие измерения. В то же время она выступает как мера (единица измерения) в данном конкретном случае. Лентой, веревкой, палочкой, шагом может быть измерена длина дорожки в саду. Ложкой, чашкой, банкой, стаканом определяется объем жидких и сыпучих веществ. Измерение объектов условными мерами своеобразно: единица измерения выбирается произвольно, в зависимости от ситуации и конкретных условий (при этом не требуется знания общепринятой системы мер), оценка величины носит частный и менее точный характер, чем при измерении общепринятыми единицами.

Использование условных мерок хотя и упрощает деятельность измерения, но не изменяет ее сущности, которая заключается в сравнении какой-либо величины с определенной величиной того же рода, называемой единицей измерения. Условная мерка подбирается с учетом особенностей измеряемого объекта. При этом ребенку предоставляется достаточная, но не безграничная свобода выбора. Однородность, «родственность» того, что и чем измеряется, является необходимым условием, на котором основывается выбор конкретной мерки.

Итак, в детском саду измерительная деятельность носит элементарный, пропедевтический характер. Ребенок вначале учится измерять объекты условными мерками, и лишь в результате этого создаются предпосылки для овладения «настоящим» измерением.

Потребность в простейших измерениях возникает у детей в практических делах: сделать одинаковые по длине и ширине грядки, встать друг за другом по росту на занятиях гимнастикой, определить, чья постройка оказалась выше, кто на занятиях по физкультуре прыгнул дальше и т. д. Наиболее часто требуется произвести измерение для выполнения различных заданий конструктивного характера, в строительных играх, на занятиях по изобразительной деятельности и физкультуре, в быту. В повседневной жизни детского сада и в домашних условиях возникают самые разнообразные по характеру ситуации, требующие элементарных навыков измерительной деятельности. Чем лучше ребенок овладеет ими, тем результативнее и продуктивнее протекает эта деятельность. Научившись правильно измерять на специальных занятиях, дети смогут использовать эти умения в процессе ручного труда, создавая аппликации, конструируя, при разбивке грядок, клумб, дорожек и т. д. Целенаправленное формирование элементов измерительной деятельности в дошкольном возрасте закладывает основы навыков и умений, необходимых для будущей трудовой жизни.

Наблюдая практическую и хозяйственную деятельность взрослых, дети часто сталкиваются с различными измерениями. Им в общих чертах известна работа продавца в промтоварном магазине, его действия при продаже тканей, лент, тесьмы и т. д. Дети имеют некоторое представление о том, как выбирается одежда или обувь нужного размера. Измерение объема жидких и сыпучих веществ они наблюдают, когда покупают сами или вместе с родителями разнообразные продукты в магазине. Так, постепенно складывается общее представление о значении измерительной деятельности. Этому способствуют экскурсии в магазины, которые проводятся целенаправленно, а также самостоятельные наблюдения детей. Отражая труд взрослых в сюжетно-ролевых играх «Ателье», «Магазин тканей», «Гастроном» и др., дети воспроизводят и действия измерения. Измерительная деятельность обогащает содержание детских игр.

Таким образом, практическая и игровая деятельность детей и хозяйственная деятельность взрослых — основа для ознакомления с простейшими способами различных измерений.

Обучение измерению ведет к возникновению более полных представлений об окружающей действительности, влияет на совершенствование познавательной деятельности, способствует развитию органов чувств. Дети начинают лучше дифференцировать длину, ширину, высоту, объем, т. е. пространственные признаки предме-

тов. Ориентировка в отдельных свойствах, умение выделять их требуются при выборе условной меры, адекватной измеряемому свойству. В измерении предметная сторона действительности предстает перед ребенком с новой, еще неизвестной для него стороны.

Уточнение детских представлений в процессе измерений связано с развитием зрительного восприятия, включением обследовательских действий, активизацией речи и мышления. Сенсорные, мыслительные и речевые процессы тесно взаимодействуют друг с другом. Овладение элементарными способами измерения совершенствует глазомер.

Простейшие измерения способствуют возникновению опосредованного подхода к некоторым явлениям действительности. Оценка величины при этом строится не на субъективных впечатлениях, а на овладении специальными способами, обеспечивающими объективность показателей. В экспериментальных условиях, используя измерение, удавалось качественно перестроить восприятие и мышление ребенка, поднять их на более высокий уровень (В. В. Давыдов, П. Я. Гальперин, Л. Ф. Обухова).

Измерительная практика активизирует причинно-следственное мышление. Сочетая практическую и теоретическую деятельность, измерение стимулирует развитие наглядно-действенного, наглядно-образного и логического мышления дошкольника. Способы и результаты измерения, выделенные связи и отношения выражаются в речевой форме.

Овладение простейшими способами измерения оказывает влияние на учебную деятельность дошкольников. Они учатся осознавать цель деятельности, осваивать пути и средства ее достижения, подчиняться правилам, определяющим характер и последовательность действий, решать практические и учебные задачи в единстве, осуществлять самоконтроль в ходе измерения и т. д. У детей при этом вырабатывается точность и аккуратность.

Измерение длин и объемов позволяет уточнить и углубить целый ряд элементарных математических представлений. На основе измерения познается новая функция числа как отношения. Ребенок перестает отождествлять единицу с отдельностью.

Измерительную деятельность предлагалось вводить в ее элементарной форме еще до того, как дети научились считать и на ее основе формировать понятие числа. Но процесс измерения требует умения подсчитывать количество мерок. Поэтому ребенок вначале учится считать, овладевает навыками этой деятельности, а уже потом вводится новая деятельность, в процессе которой используются полученные знания и навыки о числе. Такой подход обеспечивает углубление и расширение представлений детей о числе. В настоящее время вторая точка зрения получила широкое распространение, поэтому навыки измерительной деятельности формируются в основном в старшем дошкольном возрасте, когда дети научились считать и у них имеются представления о некоторых величинах.

В процессе измерения устанавливается взаимосвязь пространственных и количественных представлений. Закрепляя умение выделять длину, ширину, высоту предметов, оценивать их величину с помощью условных мерок, детей подводят к пониманию трехмерности пространства, развивают представления об объеме. Измерение может успешно использоваться для уточнения геометрических представлений.

На основе измерения появляется возможность познакомить детей-дошкольников с некоторыми математическими связями, зависимостями и отношениями: отношением части и целого, равенства — неравенства, свойством транзитивности отношений, простейшими видами функциональной зависимости и др. Эти математические закономерности не лежат на поверхности, их поиск и осознание требуют активной работы мысли. Современные исследователи считают, что освоение этого материала в наибольшей степени влияет как на математическое, так и на общее развитие дошкольников.

Работа по измерению подготавливает ребенка к пониманию арифметических действий с числами: сложения, вычитания, умножения и деления. Упражнения, связанные с измерениями, дают возможность получить также числовые данные, которые используются при составлении и решении задач.

Обучение измерению готовит детей к усвоению не только математики, но и других учебных предметов в школе.

§ 4. Методика обучения измерению длин и объемов (вместимости сосудов, жидких и сыпучих веществ) условными мерками

В настоящее время в условиях реформы школьного образования необходим тщательный учет всех возможностей детей в овладении знаниями, совершенствование программных требований и методов обучения в детском саду. Измерительная деятельность вводится в подготовительной к школе группе[1]. Однако опыт педагогической работы, результаты научных исследований показывают, что это содержание вполне доступно детям старшей, а отчасти и средней группы.

Введение измерительной деятельности требует:

— опыта дифференцированной оценки детьми длины, ширины, высоты, размера предмета в целом, что позволяет сосредоточить внимание ребенка на собственно измерительных действиях;

— умения координировать движение руки и глаза, что является непременным условием точности при выполнении измерений;

— определенного уровня развития счетных умений и количественных представлений детей, благодаря чему они могут сочетать измерение и счет;

---

[1] См.: Программа воспитания и обучения в детском саду.— М., 1987.

— способности к обобщению, являющейся важным фактором осмысливания сущности измерения.

В среднем дошкольном возрасте необходимо осуществлять самую непосредственную подготовку к введению измерения с помощью условной мерки. Эту работу следует проводить путем «моделирования» измерения (дети укладывают в ряд несколько равных коротких палочек, воспроизводя длину одной длинной), применения мерки-посредника. Эти средства используются для сравнения, уравнивания и комплектования предметов по признаку величины.

В старшем дошкольном возрасте обучение измерению подчинено задаче формирования более точного восприятия величины сравниваемых предметов с помощью условных мерок. Детей следует знакомить с правилами измерения условной меркой, научить дифференцировать объекты, средства измерения и результат, осознавая последний через количество мерок как одного из случаев функциональной зависимости, развивать умение давать словесные отчеты о выполнении задания, на этой основе углублять представления о связях и отношениях между числами, использовать навыки измерения для деления целого на части, развития глазомера.

В дальнейшем деятельность детей направляется на совершенствование измерительных умений и связанных с ними представлений, а также расширение математических знаний за счет ознакомления со стандартными мерами и способами измерения. Детям показывают значение применения общепринятых мер измерения для получения объективных показателей величины измеряемых предметов и веществ, продолжается работа по углублению представлений о функциональной зависимости между компонентами измерения (объектом, средством и результатом), подводят детей к использованию полученных знаний при составлении и решении арифметических задач.

В детском саду дети должны овладеть несколькими видами измерения условной меркой, которые выделяются в зависимости от особенностей объекта и мерки. К первому виду следует отнести «линейное» измерение, когда дети с помощью полосок бумаги, палочек, веревок, шагов и других условных мерок учатся измерять длину, ширину, высоту различных предметов. Второй вид — определение объема сыпучих веществ: кружкой, стаканом, ложкой и другими емкостями вымеряют количество крупы, сахара в пакете, в мешочке, в тарелке и т. д. Наконец, третий вид — это измерение объема жидкостей, чтобы узнать, сколько стаканов или кружек молока в бидоне, воды в графине, чаю в чайнике и т. д.

Какой же из этих видов измерения легче, с чего начинать обучение? Некоторые педагоги предлагают в качестве первоначального «линейное» измерение, другие — определение объема жидких и сыпучих веществ. Несмотря на различие объектов, сущность измерения условной меркой одна и та же во всех рассмотренных случаях. Учитывая то, что дети в практической деятельности чаще

всего имеют дело с измерением длин, да и в школе измерение отрезков предшествует измерению других объектов, следует отдать предпочтение «линейному» измерению.

Для введения измерения условными мерками следует научить выделять в предметах определенные признаки (длину, высоту, ширину, объем), соизмерять объекты по этим признакам, определяя их равенство или неравенство. Следовательно, этой работе должно предшествовать формирование представлений о величине как свойстве предметов. К моменту овладения навыками измерительной деятельности у детей должны быть прочными навыки счетной деятельности.

Педагог заранее продумывает и отбирает предметы, которые будут использоваться в процессе обучения измерению. Объекты для измерения и мерки могут специально изготавливаться взрослым с привлечением детей (полоски бумаги, палочки, ленты и т. д.) или браться готовыми. Для измерения привлекаются самые разнообразные бытовые предметы: веревки, тесьма, детали строительного материала (бруски), подкрашенная вода, песок, пакеты, мешочки, миски, тарелки, стаканы, чашки, ложки, банки и т. д. Широко применяются естественные мерки: шаг, горсть, расставленные в стороны руки и т. д. Объекты для измерения ребенок может сам находить в окружающей обстановке: длина, ширина, высота стола, стула, шкафа, аквариума, количество семян, корма для рыбок, воды, необходимой для полива растений, и многие другие. Следует постепенно расширять круг предметов, вовлекаемых в процесс измерения. Это способствует более быстрому и прочному формированию навыков, переносу их в разные ситуации.

В оборудование педагогического процесса при обучении измерению включаются при необходимости карандаши, ножницы, так называемые фишки-эквиваленты — мелкие однородные предметы (кружки, квадраты, треугольники, палочки, пуговицы и т. д.), служащие для точного подсчета числа мерок.

Обучение измерению требует разнообразного оборудования для показа воспитателем способов действия и самостоятельной деятельности детей. Чем больше будет варьироваться материал и упражнения с ним, тем прочнее сформируются измерительные навыки.

Овладение детьми элементами измерительной деятельности складывается из суммы знаний, умений и навыков, формируемых в упражнениях с дидактическим материалом под руководством педагога.

Упражнениям, которые предлагаются для выполнения детям, целесообразно по возможности придавать практическую направленность: измерить полоски меркой и выбрать равные по длине и ширине для плетения ковриков; измерив ленту, разделить ее на равные части, чтобы хватило всем девочкам в группе; отмерить нужное количество воды для полива растений, корма для рыбок и т. д. Задания, предлагаемые в такой форме, будят мысль, активизируют знания, способствуют выработке гибкости навыков.

Воспитателю следует продумывать способы и приемы использования материала, а также организации работы детей для создания условий по увеличению числа упражнений с целью закрепления навыков и умений.

Такие упражнения организуются на занятиях по математике и вне их: в процессе игр, труда, занятий, по другим разделам «Программы воспитания и обучения в детском саду».

Основной путь в обучении может быть охарактеризован следующим образом: вначале детям поясняют смысл и значение деятельности, которой им необходимо овладеть, показывают способы выполнения действий, сообщают сумму правил, которыми следует руководствоваться. Затем ребенок практически овладевает этими способами, получая конкретные задания по измерению различных объектов.

Введение нового вида деятельности — измерения — осуществляется по-разному. Можно начать эту работу с объяснения необходимости измерения в практической и хозяйственной деятельности людей. При этом важно активизировать имеющиеся у детей представления, полученные в процессе наблюдений на экскурсиях (например, за трудом продавцов в магазине). Можно создать проблемную ситуацию, поставив детей в условия, когда они сами придут к выводу о необходимости измерения (определить, можно ли повесить книжную полку в простенке между окнами; хватит ли в чайнике чаю для всех и т. д.).

Интерес к новой деятельности, которой предстоит овладеть, можно вызвать, сообщив детям, что в школе они будут продолжать учиться измерять. Научившись измерять, они смогут свои умения применить в различных делах.

Затем сообщается ряд правил (алгоритм), по которым протекает процесс измерения. Например, при «линейном» измерении следует:

1) начинать измерять соответствующую протяженность предмета надо с самого начала (правильно определить точку отсчета);

2) сделать отметку карандашом или мелом в том месте, на которое пришелся конец мерки;

3) перемещать мерку следует слева направо при измерении длины и снизу вверх — при измерении ширины и высоты (по плоскости и отвесу соответственно);

4) при перемещении мерки прикладывать ее точно к отметке, обозначающей последнюю отмеренную часть;

5) перемещая мерки, надо не забывать их считать;

6) окончив измерение, сказать, что и чем измерено и каков результат.

Алгоритм измерения объемной меркой жидких и сыпучих веществ включает требования: соблюдение полноты мерки, сочетание измерения со счетом, отражение способа и результата действий в речи.

Показ с объяснением приемов измерения должен быть четким, ясным, немногословным, действия воспитателя должны находиться в поле зрения ребенка. Дети получают задания в конкретной форме.

При этом воспитатель подчеркивает, что следует измерить (что сделать), как (указывает последовательность действий и требования к ним), кто с кем будет измерять (организация работы).

На первых порах дети затрудняются в одновременном выполнении измерительных действий и счете мерок. Чтобы облегчить задачу, вводятся фишки-эквиваленты в виде каких-либо предметов, одинаковых по размеру и небольших по величине. Отложив мерку, ребенок одновременно откладывает фишку-эквивалент. Подсчитав их количество, дети узнают, сколько мерок получилось при измерении, и тем самым определяют величину измеряемого объекта в точных количественных показателях. Благодаря введению фишек-эквивалентов непрерывное представляется через дискретное, устанавливается взаимно однозначное соответствие между мерками и их заменителями. Этот прием позволяет ребенку осмыслить сущность измерения, его результат независимо от того, что измеряют. Особенно необходим он на первых занятиях по освоению нового вида измерения условной меркой. Постепенно необходимость в использовании фишек-эквивалентов исчезает.

Упражняя детей в каждом конкретном случае, важно подчеркнуть, что и чем измеряется, каков результат. Это поможет разграничить объект, средство и результат измерения, так как в дальнейшем дети будут устанавливать более сложные отношения между ними. Следует обращать внимание на точность формулировок ответов на вопросы: «Что ты измерял?» — «Я измерил длину ленты (ширину стола, высоту стула и т. д.)». «Чем измерял?» — «Меркой».— «Какой?» — «Веревкой». Часто дети вместо слова *измерил* используют не совсем точный глагол *смерял, смерил.* Такие неточности необходимо предупреждать и исправлять.

Результаты измерения осмысливаются благодаря вариативным вопросам: «Сколько раз уложилась мерка при измерении? Сколько получилось мерок? Какова длина стола? Сколько стаканов крупы помещается в миске? Как ты догадался, что...? Почему так получилось? Что обозначает число, которое получилось при измерении?» Наряду с числом в оценке величины предметов могут участвовать и вспомогательные средства измерения — фишки-эквиваленты.

Определяя результат измерения, надо учить детей связывать получаемое число с названием мерки (длина стола равна четырем меркам, в тарелке две чашки крупы, в банке три стакана воды и т. д.).

Детей нужно подвести к пониманию того, что для каждого объекта подбирается мерка одного и того же рода с ним: «Какими мерками можно измерить длину комнаты? Годится ли эта мерка для измерения крупы в тарелке? Какую мерку из нескольких лучше взять, чтобы определить, сколько воды в банке?» И т. д. Обобщая детские ответы, воспитатель подчеркивает необходимость продуманного подхода к выбору мерки, которая должна соответствовать измеряемому свойству, быть удобной для работы. Используя разные мерки при измерении одного и того же объекта, самостоятельно подбирая или выбирая их из нескольких, они осознают ее условность. С этой же целью следует превращать саму мерку в

объект для измерения. «Можно ли измерить саму мерку? Как это сделать и чем?» — спрашивает воспитатель детей. Постепенно дети с помощью взрослого приходят к пониманию: мерка — это предмет для измерения, мерки могут быть разными.

Нередко от детей требуют использования словосочетания *условная мерка* без понимания его смысла. Скорее всего этот термин предназначен педагогу и активное включение его в речь ребенка не обязательно. Однако некоторое пояснение можно дать в такой форме. «Длину подоконника можно измерить разными мерками. Какие вы предлагаете взять? — спрашивает воспитатель детей. (Они отвечают, что можно использовать ленту, полоску бумаги, палочку, брусок, и договариваются о выборе одной из них для измерения.) — Мерка, которую мы берем, будет условной меркой, потому что мы сами условились именно ею измерить длину подоконника. Каждый раз мы пользуемся условными мерками, потому что вначале договариваемся, чем будем измерять».

На начальных этапах работы условная мерка при измерении объекта должна укладываться в нем небольшое и целое число раз (2—3). Этому требованию должны отвечать все вовлекаемые в процесс измерения объекты. Затем детей следует познакомить с правилом округления результатов измерения, которое позволяет использовать более разнообразные мерки и объекты для измерения. Суть правила заключается в том, что если остаток при измерении меньше половины мерки, то он не учитывается, если больше половины, то приравнивается к целой мерке при подведении итогов, если равен половине мерки, то засчитывается как половина мерки (высота шкафа семь с половиной мерок).

В процессе выполнения заданий необходимо исправлять, а еще лучше предупреждать ошибки, которые дети часто допускают.

При «линейном» измерении:

— неправильно устанавливается точка отсчета, измерение начинается не от самого начала (края) предмета;

— мерка перемещается произвольно, т. е. прикладывается на каком-либо расстоянии от метки;

— мерка непроизвольно сдвигается вправо или влево, вверх или вниз (иногда в двух направлениях одновременно), так как слабо фиксируется ее положение на плоскости;

— дети забывают считать мерки, поэтому, выполнив измерение, не называют его результата;

— вместо отложенных мерок подсчитываются черточки-отметки;

— при измерении длины и ширины одного и того же предмета пропускается начальный отрезок (определенная часть предмета не относится ребенком к длине и ширине одновременно).

При измерении объемными мерками жидких и сыпучих веществ:

— нет равномерности в наполнении мерок, отсюда результаты либо преувеличены, либо уменьшены;

— чем меньше остается измеряемого вещества, тем меньше наполняемость мерки;

— не сочетаются счет и измерение.

Отношение детей к полноте объемной мерки в значительной степени обусловлено установкой, данной до измерения; при соответствующей установке они более внимательно следят за этим. С этой же целью сыпучие вещества размещаются вначале на столе кучками, равными мерке, а подкрашенная вода разливается в одинаковые прозрачные емкости. Впоследствии, действуя объемной меркой, можно выливать или ссыпать вещества в одну посуду.

Хорошо зная типичные ошибки и недостатки измерительных действий, воспитатель осуществляет контроль за формированием навыков. Можно поручать детям находить и исправлять ошибки товарищей. Такой взаимоконтроль способствует развитию учебной деятельности у дошкольников, но его использование возможно при наличии у детей опыта измерений. В некоторых случаях педагог прибегает к демонстрации явно неправильных способов измерения с тем, чтобы предупредить ошибки. Вопросы: «Кто заметил ошибку в измерении? Как ее исправить? Как правильно измерить?», требование рассказать, как выполнялось задание, помогают детям осмыслить результат своей деятельности. Следует добиваться от детей понимания того, что измеряется не предмет, а его конкретное свойство (длина, ширина, высота, объем и т. д.), в результате чего получается количественная характеристика величины предмета.

По мере накопления опыта ребенок может выполнять задания вполне самостоятельно и контроль с процесса измерения переносится на результат. Педагогу следует требовать точности, аккуратности, внимания, показывая, к чему приводит нарушение правил измерения.

В процессе обучения измерению используются разные формы организации деятельности детей: коллективная и индивидуальная. Они зависят от степени сформированности измерительных навыков и умений, характера привлекаемого материала. Когда сформированы некоторые навыки, выполнение одного задания можно поручить нескольким детям: «Саша и Миша будут измерять полоской бумаги длину подоконника». Совместная деятельность приучает согласовывать действия, оказывать друг другу помощь. При выполнении измерительных работ дети могут располагаться за столом и в разных местах групповой комнаты в свободной позе.

Первоначальное обучение измерению требует 10—12 занятий[1]. Для этой работы отводится обычно часть занятия, а остальное время посвящается реализации других требований программы развития математических представлений. Обучение новому виду измерения может осуществляться в течение всего занятия. Постепенно обучение измерительной деятельности перемещается из первой части занятия в другие, в том числе заключительную. Это можно связать с разными программными задачами развития математических представлений.

Упражнения в измерениях могут организовываться на участке

[1] См.: **Метлина Л. С.** Математика в детском саду.— М., 1984.— С. 186.

детского сада. В этих случаях предварительно продумывается, что и чем будет измеряться, а также распределение детей при выполнении практических работ.

С целью закрепления навыков можно давать домашние задания в измерении объектов. Важно, чтобы этот прием не был формальным. Воспитателю следует поинтересоваться выполнением домашнего задания.

Собственная измерительная деятельность детей должна сочетаться с наблюдением измерительной деятельности взрослых в процессе их труда. Такие наблюдения проводятся постепенно, в течение всего процесса обучения измерению. Приобретенные на занятиях по математике знания и навыки измерения следует закреплять на занятиях по рисованию, аппликации, конструированию, в процессе труда в природе, в быту и т. д. Можно рекомендовать родителям привлекать детей к посильным измерениям в домашних условиях, предварительно познакомив их с возможностями дошкольников в этом плане.

§ 5. Использование измерительной деятельности для развития математических представлений дошкольников

Обучение измерительным навыкам следует рассматривать не как самоцель, а как средство развития математических представлений. Процесс измерения позволяет познакомить детей с функциональной зависимостью. Еще в 30-е годы Л. В. Глаголева отмечала, что там, где можно дать детям в самой простейшей форме почувствовать функциональную зависимость, там надо это делать.

В измерениях, которые производят дошкольники, идея функциональной зависимости выступает в конкретной форме: на простых и доступных примерах раскрываются соответствие, взаимосвязь, изменение одной величины в зависимости от другой.

Действуя условной меркой, ребенок сталкивается с измеряемой величиной (объектом измерения), меркой (средством измерения) и результатом (определенным числом мерок). Эти три компонента находятся в функциональной зависимости между собой. При измерении одного и того же объекта разными по величине мерками его количественная характеристика будет различной. В этом случае зависимость между размером мерки и результатом измерения, т. е. числом таких мерок, будет обратной: чем больше сама мерка, тем меньше раз она уложится в объекте (и наоборот). При измерении двух объектов одинаковыми мерками зависимость будет прямой: число мерок будет больше в том случае, если больше по величине измеряемый объект (и наоборот), и т. д.

Следовательно, основной путь ознакомления с некоторыми проявлениями функциональной зависимости — организация практической деятельности измерения с помощью условных мерок и наблюдение разных соотношений между величинами.

К этому необходимо готовить детей исподволь, постепенно. Еще в самом начале, формируя навыки измерения условной меркой, следует научить дифференцировать объект, средство и результат измерения. С этой целью воспитатель пользуется каждым удобным случаем, чтобы спросить, что измерялось (длина, ширина, высота предмета, определенное количество жидкого или сыпучего вещества), чем (полоской, лентой, разведенными пальцами рук, ложкой, чашкой, стаканом и т. д.) и какой получен итог (число мерок, характеризующее размер предмета или объем вещества). Особое внимание уделяется точности обозначения действий при измерении, запоминание его результата.

Постепенно надо приучать ребенка давать словесный отчет о выполненном измерении, самостоятельно характеризуя объект, средство и результат, запоминая их количественные характеристики. Не менее важно наличие у детей прочных навыков измерительных действий.

Далее сравниваются объекты, средства и результаты нескольких измерений, по крайней мере двух. Основные задачи работы:

1) показать на многочисленных примерах соответствие в изменении величин;

2) научить выделять условие, при котором имеет место определенное соотношение между компонентами измерения;

3) сформировать общее представление о характере зависимости между величинами в процессе измерения.

Решить эти задачи можно, показывая детям:

а) измерение разных по величине объектов (двух или более) одинаковыми мерками, результаты разные;

б) измерение разных по величине объектов разными мерками, результаты могут быть разные или одинаковые;

в) измерение одного и того же объекта или равных по величине разными мерками, результаты разные.

Для иллюстрации этих случаев надо использовать не только «линейное» измерение, но и измерять жидкие и сыпучие вещества, тогда у детей будут формироваться обобщенные представления.

Осмыслить зависимость между величинами помогают упражнения в игровой форме. Воспитатель измеряет ленту разными по длине мерками: вначале короткой, а затем длинной или составной, составленной из двух коротких. «Что изменилось, когда я измерила ленту во второй раз по сравнению с первым? А что осталось без изменения?» — спрашивает она ребят.

Сопоставив объекты, мерки и результаты нескольких измерений, ребенок должен отметить все изменения в предметной ситуации и найти то, что осталось без изменения. Благодаря таким упражнениям выделяются величины постоянные и переменные.

Далее необходимо связать изменение одной величины с изменением другой, установить характер и направление изменения. Основной методический прием — вопросы. Ими воспитатель пользуется, чтобы помочь осознать направление изменения в каждом кон-

кретном случае (когда мерка длиннее — число мерок меньше, мерка короче — число мерок больше; мерок уложилось больше — предмет выше, меньше мерок — предмет ниже и т. д.). Активизируют познавательную деятельность детей вопросы: «Почему?», «Почему так получилось?», «Объясни, как это получается», которые требуют самостоятельного обоснования характера зависимости между величинами.

Вначале воспитатель подводит итог сам, в конкретной форме, суммируя все высказывания детей. Затем они могут делать это самостоятельно. Воспитатель следит, чтобы суждения детей о характере зависимости были точными, правильными, развернутыми. Указывая направление изменения одной величины, они одновременно должны отмечать направление изменения другой, связанной с первой, определять, при каких условиях возможна такая связь между ними. Необходимо побуждать детей использовать в речи структуру условных предложений (если..., то..., а если..., то; когда..., то..., а когда..., то...).

Постепенно необходимо переходить к наблюдению не только двух ситуаций измерения, но и трех и более. Это позволит детям убедиться в том, что выявленная зависимость приобретает характер общей закономерности, проявляющейся в ряде аналогичных случаев: «Всегда так бывает, когда измеряем один предмет разными мерками»; «Чем меньше мерка, тем больше их уложится при измерении одного и того же предмета»; «Чем больше предмет, тем больше мерок получится» и т. д. Такие суждения показывают, что детские представления начинают обобщаться.

Умеет ли ребенок четко дифференцировать каждый вид соотношений, хорошо ли в них ориентируется, можно проверить, задав вопрос: «Когда так бывает, что...?» Ответ на него связан с определением условия, при котором возможно именно данное соотношение между величинами («Это когда все одно и то же измеряли, а мерки разные»; «Когда мерка одинаковая, а измеряли что-нибудь длинное, мерок уложится больше, а если короткое — меньше получится»,— говорят дети). Следует обратить особое внимание детей и поупражнять их в определении условия, при котором имеет место данное соотношение между величинами.

На этой основе возможны действия по представлению: высказывание предположений относительно характера и направления в изменении величин вне наглядно-практической ситуации: «Что получится, если измерять один и тот же предмет разными мерками?»; «А если измерять другой меркой, числа получатся такие же, как в первый раз?»; «Какой из этих мерок вам придется измерить крупу в пакетах, чтобы число мерок оказалось равное?» и т. д.

Можно предложить преобразовать один вид зависимости в другой: «Что и как нужно измерить, чтобы получилось по-другому?» Свои предположения дети должны проверить на практике, проиллюстрировав их конкретными примерами. В случае затруднения воспитатель помогает развернуть полностью предметную ситуацию.

Для закрепления, уточнения детских представлений, активизации познавательной деятельности используются разные приемы: практические задания (изготовить для плетения ковриков равные по длине полоски, пользуясь равными или разными по размеру мерками, и т. д.), чтение художественного произведения — сказки Г. Остера «Тридцать восемь попугаев и четверть слоненка», хорошо известной по мультфильму, с последующей беседой, на которой могут быть заданы вопросы: «Почему так получилось? Прав ли удав? А чем еще можно было измерить удава?», решение устных задач, отражающих в содержании деятельность измерения (например: «Дети измеряли длину дорожки шагами. Когда измеряла Зина, у нее получилось десять шагов, когда Вова — восемь шагов. Объясни, как это получилось: дети измеряли одну и ту же дорожку, а количество шагов получилось разное»). Разнообразные ситуации и задачи с использованием измерительной деятельности, несущие в себе элементы проблемности, специально создаются педагогом, их могут придумывать и сами дети.

Следует организовать разнообразные упражнения для выяснения равенства (неравенства) отрезков прямой и ломаной линии или нескольких (равных) отрезков прямой линии, по-разному расположенных в пространстве, количества жидких и сыпучих веществ в сосудах разной формы (высоком и узком, низком и широком). В таких случаях дети вначале высказывают свои предположения относительно равенства сравниваемых объектов, затем, измеряя их условной меркой, проверяют правильность своих оценок, основанных лишь на зрительном восприятии.

В процессе измерения представляется возможность упражнять детей в сравнении чисел и углублять представления о связях и отношениях между ними: дается задание нарисовать две дорожки равной длины, но разной ширины, первая дорожка шириной в две мерки, а вторая — в три такие же мерки. Сообщив задание, воспитатель спрашивает ребят: «Которая дорожка будет шире: первая или вторая и почему?» По названным числам дети легко представляют себе величину предметов и устанавливают, какой из двух объектов больше и на сколько.

Упражнения в измерении могут использоваться для иллюстрации количественного состава числа из единиц и двух меньших чисел, построения сериационного упорядоченного ряда, деления целого на равные части.

Измерение условной меркой может применяться и для сравнения геометрических фигур. Детям можно предложить определить равенство или неравенство сторон квадрата, прямоугольника, других фигур, измерив их полоской бумаги, бруском, лентой и т. д. На этой основе вывод, что у квадрата все стороны равны, а у прямоугольника — противоположные, звучит гораздо убедительнее, чем при простом зрительном восприятии. Взяв в качестве условной мерки клетку на клетчатой бумаге, можно точно установить, какая из фигур занимает бóльшую площадь, какая — меньшую и на сколько.

Наконец, содержание измерительной деятельности отражается при составлении и решении простых арифметических задач на сложение и вычитание. При этом ребенок опирается на свой собственный практический опыт измерений.

Итак, измерение условной меркой направлено на углубление математических знаний и развитие умственных способностей старших дошкольников.

§ 6. Формирование у детей дошкольного возраста знаний об общепринятых мерах длины и объема

Обучение измерению условными мерками позволяет подвести детей к осознанию значения общепринятых мер. У старших дошкольников имеются необходимые предпосылки для ознакомительной работы: в стихийном опыте обнаруживаются представления об общепринятых мерах и способах измерения, в активном словаре встречаются соответствующие слова (*метр, сантиметр, литр* и др.). Это содержание лежит «в зоне ближайшего развития ребенка» и может служить дополнением к программе формирования математических представлений в детском саду[1].

Ознакомление детей с общепринятыми мерами длины: метром и сантиметром

В школе при изучении первого десятка вводится измерение отрезков. На этой основе учащиеся I класса знакомятся вначале с сантиметром как моделью единицы, затем дециметром как моделью десятка и, наконец, с метром как моделью сотни. Было бы ошибкой переносить школьную математику в детский сад. Дошкольники осваивают нумерацию только в пределах 10. Ознакомление с единицами длины возможно на основе опыта измерения условными мерками. Эта работа должна носить ознакомительный характер. В работе с дошкольниками целесообразнее другая последовательность введения единиц длины — начиная с метра. Преимущество такой последовательности[2] состоит в том, что: 1) в жизненной практике дети наблюдают чаще всего измерение с помощью метра; 2) метр — основная единица длины; 3) метр существует в виде отдельного эталона (мерки); 4) метр — более крупная единица измерения, чем сантиметр или дециметр, поэтому процесс измерения становится более «зримым» для дошкольников: воспитателю с помощью метра легче демонстрировать, как откладывается мерка, как происходит подсчет единиц измерения.

---

[1] Современная программа развития элементарных математических представлений предусматривает ознакомление дошкольников с общепринятыми мерами и способами измерения в ограниченном объеме. Поэтому данная работа может рассматриваться как желательная, но не обязательная и может осуществляться в повседневной жизни.

[2] Сформулировано **Г. В. Бельтюковой.**

Работу можно начать с экскурсии в промтоварный магазин, включающей:

а) наблюдение за действиями продавца по отмериванию покупателям нужного числа метров ткани;

б) рассматривание линейки длиной 1 м (метром называется не сама линейка, а ее длина, которая служит единицей измерения);

в) специальную демонстрацию продавцом способа измерения ткани метром («Вот смотрите, дети, какой длины кусок ткани я отмерила. В нем 6 метров»);

г) сравнение детьми ширины разных тканей на глаз и проверку результатов метровой линейкой (ширина шелка меньше метра, а ширина шерсти больше метра);

д) покупку ткани (2 м), ленты (3 м), тесьмы (4 м) на платья куклам.

В беседе после экскурсии можно попросить детей припомнить, что и когда покупали их родители или они сами, где еще применяется измерение с помощью метра.

Далее знакомство с метром продолжается, его основная задача — закрепление представления детей о метре как единице измерения, упражнение в измерении с помощью метра. Работу можно построить следующим образом:

а) вначале активизировать представления детей об измерении одного и того же объекта разными мерками, сделать вывод, что результаты измерения в таком случае будут разные;

б) на этой основе подвести детей к мысли о необходимости постоянной меры (неудобно, когда при измерении получается разное количество мерок, поэтому люди придумали одну постоянную мерку и назвали ее метром);

в) продемонстрировать метровую линейку (как называется эта мерка? Почему она так называется? Где вы ее видели? Людям каких профессий она постоянно нужна?);

г) организовать обследовательскую деятельность (провести рукой от начала до конца метровой линейки, взять ее в обе руки, показать ее длину разведенными руками, проверить соответствие ширины разведенных детьми рук длине метровой линейки);

д) сравнить разные по виду метры (складной, деревянный, металлический) путем наложения;

е) поупражнять детей в измерении метром.

Полученные знания необходимо использовать для решения практических задач: измерить длину дорожки, по которой надо пробежать расстояние до цели, длину и ширину грядки в огороде и т. д.

Дошкольникам доступны первоначальные сведения и о сантиметре как одной из единиц измерения длины. Их можно познакомить с сантиметровым делением линейки, поупражнять в измерении с ее помощью.

Работу можно организовать следующим образом:

а) подвести детей к мысли, что не всегда удобно измерять метром;

б) продемонстрировать модель сантиметра (полоска длиной 1 см); пояснить, что сантиметр тоже мерка; предложить назвать, что можно измерить этой меркой;

в) организовать деятельность обследования (взять модель санти-

метра в руки, провести пальцем вдоль плоскости, сравнить с сантиметровой лентой и метром);

г) показать линейку с сантиметровой шкалой без цифр (изготовляется путем приклеивания полоски бумаги на деревянную основу стандартной линейки), предложить наложить сантиметровые полоски (модели сантиметра) на шкалу линейки, подсчитать их количество;

д) поупражнять детей в измерении линейкой с сантиметровой шкалой без цифр;

е) ввести стандартную линейку, объяснив значение цифр (считать сантиметры долго и неудобно, обозначенные цифрами деления ускоряют и облегчают измерение).

Следует четко сформулировать правила пользования линейкой:

1) до начала измерения нужно выбрать точку отсчета: измерение начинают с нуля, а линейка должна плотно прилегать к измеряемой поверхности;

2) измеряя, нет необходимости пересчитывать сантиметры. Цифры, обозначенные на линейке, являются показателем их количества.

Общие указания, сопровождающие показ измерения линейкой, следует пояснить индивидуальным показом.

Наиболее распространенные ошибки детей при измерении линейкой:

1) начинают измерение не от нуля, а от конца линейки (в случае, если нуль не совпадает с концом линейки);

2) часть детей накладывают линейку неплотно, в процессе измерения она смещается, что приводит к неточности результата;

3) некоторые дети вместо термина «сантиметр» употребляют слово *мерка*.

Детям можно предложить для закрепления навыков измерения линейкой следующие задания:

1) определить длину и ширину прямоугольного листа бумаги;

2) вырезать из бумаги полоску длиной 10 см и шириной 3 см;

3) измерить стороны геометрических фигур: квадрата, прямоугольника, треугольника;

4) начертить геометрические фигуры указанного размера;

5) нарисовать дом, размеры которого заданы воспитателем;

6) определить на глаз длину отрезка в сантиметрах и проверить результат с помощью линейки;

7) измерить данный отрезок, начертить отрезок, который длиннее (короче) на 1 см;

8) измерить два отрезка и начертить третий, равный по длине двум, вместе взятым.

Выполняя упражнения, дети приходят к пониманию того, что измерение стандартной меркой обеспечивает получение объективных данных о величине предметов.

Ознакомление детей с общепринятым способом и мерой измерения объема жидкостей и вместимости сосудов — литром

Прежде чем сообщать детям знания об общепринятом способе измерения жидкостей и мерах объема, следует поупражнять их в измерении условными (объемными) мерками: 1) заполнить литровую банку водой, измерив ее равными мерками; 2) заполнить литровую банку водой, измерив ее разными по объему мерками; 3) налить в литровые банки указанное количество воды, измерив ее разными по объему мерками; сравнить, как заполнились банки.

В процессе выполнения этих заданий закрепляются: а) знания о том, что количество жидкости, вмещающейся в тот или иной сосуд, можно определить измерением; б) основное правило измерения объемными мерками: результат будет правильным, если измерять полной меркой; в) представление о зависимости результата измерения от величины мерки.

Далее можно переходить к знакомству с общепринятым способом измерения жидкости и литром как единицей объема:

а) воспитатель предлагает детям назвать, какие они знают жидкие вещества;

б) демонстрируется мерная кружка, даются пояснения, что жидкие вещества измеряют меркой, которая называется «литр», в мерную кружку вмещается 1 л воды (мерная кружка заполняется водой);

в) определяется вместимость разных сосудов с помощью мерной кружки;

г) выясняется, где и почему требуется измерение литром.

Для закрепления знаний и практических навыков можно провести: а) игру «Магазин», в процессе которой продавец отпускает покупателям в банки, бидоны 1 л, 2 л, 3 л молока; б) игру «Угадай, сколько литров воды вмещается в посуду» (вначале объем определяется на глаз, а затем — измерением); в) упражнение в уравнивании количества жидкостей в двух сосудах.

В процессе такой работы у детей складывается представление о единице измерения объема, становится понятен смысл слова «литр», способ определения вместимости сосудов.

Для ознакомления с общепринятыми мерами следует шире использовать повседневную жизнь и опыт дошкольников.

§ 7. Формирование у детей дошкольного возраста представлений о массе и способах ее измерения

Особенности восприятия детьми массы предметов на сенсорной основе

Современная техника требует высокого уровня сенсорного развития человека, умения анализировать предметы и явления по разным их свойствам и признакам, в том числе и по массе.

Формирование понятия «масса» опирается на развитие «барического чувства» (греч. *baros* — тяжесть, *barys* — тяжелый).

«Бари́ческое чувство» возникает в результате давления предмета на поверхность тела человека. Не случайно, определяя тяжесть предмета, человек как бы «взвешивает» его на ладонях своих рук. Упражнения по сравнению масс предметов способствуют совершенствованию тактильно-кинестетического анализатора.

Развитию «барического чувства» уделялось значительное внимание в традиционных системах сенсорного воспитания (М. Монтессори) и в практике детских садов 20—30-х годов (Ф. Н. Блехер, Л. В. Глаголева, Е. И. Тихеева, Ю. И. Фаусек).

В последние годы в связи с пересмотром и разработкой принципиально иных основ сенсорного воспитания интерес к этой проблеме усилился.

Восприятие массы осуществляется с помощью зрительного, тактильного и двигательного анализаторов, между которыми устанавливаются связи в процессе практической деятельности ребенка с предметами. Происходит это уже в раннем возрасте. Так, на втором году жизни ребенок уже воспринимает массу предмета, но его восприятие имеет сугубо локальный и слабо дифференцированный характер: «тяжесть» связана с самим предметом и неотделима от него.

Малыш 2 лет пытается поднять стул и, убедившись, что это ему не под силу, обращается за помощью к взрослым. К 3—4 годам перцептивные действия выделяются из практических и уже предшествуют им. Ребенок, представляя себе в известной степени тяжесть предмета, уже не пробует сам поднять его, а обращается непосредственно к взрослому. В этот период все различия в массе предметов дети обозначают словами *большой — маленький*. В пассивной речи у них содержатся слова *тяжелый — легкий,* но активно они ими не пользуются.

Итак, элементарная способность различать предметы по массе уже имеется, но эти различия в слове еще не закреплены.

Ребенок различает прежде всего контрастные по массе предметы, но в разных зонах отношений масс по-разному: в так называемых «зонах тяжелых предметов» несколько лучше, чем в «зонах легких предметов»[1].

Так, в «зоне тяжелых предметов» дети 3—4 лет различают отношения масс 1:2,5, а в «зоне легких предметов» — 1:4. С возрастом восприятие различий становится все более точным во всех зонах. Старшие дошкольники начинают дифференцировать массы при соотношении 1:1,5 в «зоне тяжелых» и 1:1,75 в «зоне легких предметов». Это связано с совершенствованием тактильно-кинестетического анализатора: к 5—6 годам заканчивается дифференцировка нервных окончаний в мышцах рук. Однако развитие «барического чувства», способности точного определения массы предмета при помощи актив-

---

[1] «Зону тяжелых предметов» условно составляют предметы, масса которых превышает 150 г, а предметы с меньшей массой относятся к «зоне легких предметов».

ного движения рук происходит не спонтанно, а зависит от упражнений, т. е. от условий обучения.

У старших дошкольников появляется стремление словесно обозначить массу («тяжелость», «вес» — говорят дети), однако и их словарь остается еще недостаточно точным. Постепенно развивается у детей умение сравнивать массы предметов по образцу, который служит эталоном.

В младшей группе дети не воспринимают образец как меру для сравнения, как эталон. Они ограничиваются тем, что перебирают один предмет за другим, перекладывая с одного места на другое. Не могут они еще выделять и устанавливать связи и отношения между предметами по их массе, строить сериационный ряд.

Дети средней группы уже принимают образец как мерку для сравнения. Отдельные из них выделяют отношения между предметами по массе: выбирают самый тяжелый (легкий) и ставят объекты друг за другом по данному признаку.

В старших группах чаще наблюдаются попытки построить ряд предметов на основе убывающей или возрастающей массы. Дети начинают осознавать принцип построения такого ряда, но многие из них еще не владеют рациональными приемами действия, основанными на барическом чувстве.

Большинство старших дошкольников располагает сведениями о взвешивании на весах как способе определения массы. Это связано с теми впечатлениями, которые они получают при самостоятельной покупке продуктов или просто при посещении магазина с родителями. Дети 5—7 лет знают, что определить массу тела (сколько в мешке крупы, в пакете сахара и т. д) можно на весах. «Надо взвесить на весах», «Смерить на весах», «Положить на весы»,— говорят они. Иногда в ответах отражается бытовой опыт измерения сыпучих веществ: «Можно измерить чашками» и др. Однако в этих случаях имеются знания, что в магазинах все продукты «отвешиваются на весах».

Дошкольникам известно также, что отвешивание производится с помощью гирь или «на стрелку смотрят». Но многие из них не знают массы самих гирь (гири бывают большие и маленькие, тяжелые и легкие), а некоторые указывают вместо массы самих гирь варианты разных масс взвешиваемых продуктов (4 кг, 12 кг, 15 кг, 40 кг, 100 кг и др.); лишь отдельные дети правильно называют массу гирь (1 кг, 2 кг, 5 кг).

Таким образом, в единицах массы дети ориентируются очень слабо, отождествляя их с результатом измерения: вместо массы гири называют измеренную при помощи весов массу тела.

Хотя знания об измерении массы несколько полнее, чем об измерении длин, объема (вместимости) сосудов, однако они нуждаются в серьезном уточнении и систематизации.

При отсутствии организованного руководства и обучения представления о массе предметов и способах ее измерения у детей

старшего дошкольного возраста находятся на низком уровне. В то же время некоторые маленькие дети поднимаются до уровня старших. Точность восприятия массы зависит не только от возраста, но и от овладения рациональными приемами обследования предметов по их массе, знания общепринятых мер и способов измерения.

Исходя из особенностей восприятия детьми дошкольного возраста массы предметов, обучение следует строить поэтапно. На первом этапе (средняя группа) необходимо обучать различать и обозначать точными словами массы предметов *(тяжелый — легкий, тяжелее — легче)*, знакомить с рациональными приемами обследования и сравнения предметов путем взвешивания их на ладонях рук. На втором этапе (средняя и старшая группы) учить выделять отношения между несколькими предметами, упорядочивания их в ряд по убывающей или возрастающей массе (строить сериационный ряд). На третьем этапе (подготовительная к школе группа) возможно ознакомление детей с общепринятыми мерами и способами измерения массы, формирование первоначальных измерительных умений. Таким образом, в обучении следует идти от формирования представлений о том, что каждый предмет обладает той или иной массой, и развития барического чувства к ознакомлению с массой как измеряемой величиной.

Развитие представлений детей о массе и способах ее измерения

Ориентировка в предметах по массе входит составной частью в раздел «Величина» программы развития элементарных математических представлений. В детском саду осуществление этой задачи ведется по двум линиям:

а) путем накопления представлений о массе в жизни и играх;

б) в процессе специально организованной работы.

Целенаправленное обучение начинается в средней группе (пятый год жизни) с формирования представлений о массе как признаке предмета. В результате широкого взаимодействия с окружающим предметным миром у ребенка к этому возрасту появляется необходимый чувственный опыт.

Какие же дидактические материалы необходимы с целью развития барического чувства? Для сравнения детям могут предлагаться дощечки равного размера, изготовленные из разных пород деревьев (как это делала Ю. И. Фаусек)[1].

---

[1] Ю. И. Фаусек использовала в своей работе ящик с несколькими отделениями, в которых помещала дощечки размером 6×8×0,5 см из разных пород дерева: ели, ольхи, ясеня, красного дерева, ореха и т. д. (по двенадцати штук с каждого сорта). Разница в массе между двумя смежными дощечками была от 6 до 8 г. Отшлифованные, они сохраняли естественный вид и цвет дерева. Упражнения с этими дощечками сводились к тонкому различению тяжести путем «взвешивания» на ладонях обеих рук. Эти различия, пишет Ю. И. Фаусек, сравнительно легко улавливались детьми.

Можно применять одинакового размера мешочки, наполненные разными сыпучими веществами.

Специально подбираются предметы, сделанные из разных материалов: металла, дерева, резины, пластмассы, поролона, ваты и т. д.

В условиях детского сада нетрудно изготовить необходимые пособия: в резиновые, пластмассовые игрушки, различные коробки, бочонки насыпать песок в определенном количестве, чтобы масса предметов была от 50 до 300 г. Оптимальное соотношение масс в начале обучения 1:4, 1:3, а к концу — 1:2, 1:1,5. Последовательность использования дидактического материала диктуется особенностями восприятия детьми массы в зоне легких и тяжелых предметов.

Наиболее простой задачей является различение тяжелого и легкого предмета в паре. Поэтому сначала детей необходимо учить сравнивать между собой только два предмета, резко отличающиеся друг от друга своей массой. Результаты сравнения определять словами *тяжелый — легкий*. Выполнение задания осуществляется путем «взвешивания» предметов на ладонях рук. Это довольно сложный для детей способ обследования массы, состоящей из нескольких действий. Надо взять по одному предмету в каждую руку и повернуть ладони кверху. Затем руками имитируется движение весов вверх-вниз, происходит «взвешивание» предмета «на руке». И наконец, предметы перемещаются с одной ладони на другую, при этом их положение может меняться несколько раз. Такая «проверка» способствует более точному определению отношений между тяжестью двух предметов.

При обучении данному способу выполнения действий дети допускают следующие ошибки: крепко сжимают предметы руками, вместо того чтобы выпрямить ладони; резко подбрасывают предметы на ладонях, вместо того чтобы делать плавные движения; игнорируют проверку, т. е. перемещение предмета с одной ладони на другую.

Малыши затрудняются в определении выделенного в процессе обследования признака. Различая предметы по их массе (тяжести), они пользуются недостаточно точными словами: *большой, нелегкий, маленький, нетяжелый, тугой, толстый, твердый, здоровый, крепкий, сильный, слабый, нормальный, мягкий, хороший, некрепкий, высокий, тоненький* и т. д. Вооружая обследовательскими действиями, необходимо уточнять словарь ребенка, работать над пониманием им значения слов, приучать к терминам.

Следующий этап в работе — сравнение трех предметов по массе, из них один служит образцом. Результаты сопоставления обозначаются словами *тяжелее — легче*. Рациональный способ решения этой задачи заключается в том, что с образцом надо последовательно сравнивать все предметы и на этой основе определять, какой из них легче, какой тяжелее или они одинаковы.

Благодаря такой работе ребенок начинает среди многочисленных признаков предмета выделять массу и абстрагировать ее.

Создаются возможности для упорядочивания и группировки объектов по данному признаку, это и является следующим этапом в работе.

Расположение предметов по их массе в восходящем или нисходящем порядке, т. е. упорядочивание, построение сериационного ряда,— задача, решение которой можно начинать со среднего дошкольного возраста, но в основном она приходится на более старший возраст. С этой целью необходимо усвоение рационального способа выполнения действий: выбор самого тяжелого (легкого) предмета при построении восходящего (нисходящего) ряда. Результаты своей деятельности дети должны обозначать словесно: *тяжелый, легче, самый легкий,* или *легкий, тяжелее, самый тяжелый.* Вначале составляется ряд из трех элементов, постепенно их число увеличивается до пяти-шести и более. Следует организовать сравнение одного из элементов упорядоченного ряда с другими: соседними, всеми предшествующими и последующими. Это позволит проверить правильность построения сериационного ряда, приведет к важным выводам: если один из предметов тяжелее (легче) другого, а тот в свою очередь тяжелее (легче) третьего, то первый предмет также будет тяжелее (легче) третьего; каждый последующий элемент тяжелее (легче) всех предыдущих.

По мере накопления опыта необходимо организовывать упражнения на нахождение места предмета с определенной массой в упорядоченном по данному признаку ряду, подбор каждому элементу ряда парного, т. е. равного по массе, группировку предметов по массе.

Обучение детей умению различать предметы по массе связывается с развитием количественных представлений (подсчитать, сколько тяжелых (легких) предметов, сколько разных по тяжести предметов в ряду и т. д.).

В старшей группе можно использовать самые простые весы на рычаге с двумя чашками для проверки результатов сравнения масс двух предметов, определенных «на руке». На весах чаша с предметом большей массы опустится ниже. Однако это еще не взвешивание в полном смысле этого слова. В данном случае лишь моделируется то сенсорное действие, которое производят дети, «взвешивая» предметы «на руке».

С помощью весов формируется также представление об инвариантности массы. Например, из куска глины предлагается вылепить два одинаковых по размеру шарика. Их равенство по массе проверяется на чашечных весах. Затем из одного из шариков дети делают длинную морковку, палочку или колбаску. На одну чашу весов помещают вылепленный предмет, на другую — шарик. Равновесие чаш покажет детям равенство масс. Можно несколько раз менять форму предмета и, используя весы, убеждаться в неизменности (инвариантности) массы. «Одинаково, потому что к куску глины мы ничего не прибавляли и ничего не убавляли»,— говорят дети. «Кусок глины остается тем же, только форма предметов меняется: то шарик, то палочка, то морковка»,— уточняет воспитатель.

Так, дети на практике приходят к выводу: преобразования, которые изменяют внешний вид объекта, оставляют неизменной его массу.

Целесообразно показать ребенку, что при одинаковой форме и одинаковом размере предметов масса их может быть различной (коробка, наполненная ватой, и такая же, наполненная песком) и т. д. Полезно, например, сопоставление большого по размеру воздушного шара с маленьким деревянным или металлическим шариком. Сравнение предметов одинакового объема, но разной массы или, наоборот, разного объема, но одинаковой массы способствует возникновению представлений о независимости массы от объема, размера предмета. К этому выводу детей подводит как взвешивание «на руке», так и проверка его результатов на весах.

Далее можно показать, как определяется масса при помощи условной мерки, в качестве которой выступает масса какого-либо предмета (кубик, шарик и т. д.), которая становится эталоном. Применяя условную мерку на чашечных весах, дети учатся устанавливать равенство или неравенство предметов по массе в более точных количественных показателях (числе мерок), чем при сравнении «на руке». Используя разные мерки при взвешивании одного и того же предмета, определяя массу различных предметов одной и той же меркой, детей знакомят с функциональной зависимостью (между массой измеряемого объекта, массой мерки и полученными результатами).

Все это накапливает детские представления о массе и готовит их к измерению при помощи общепринятых эталонов. С этой целью используют чашечные весы с набором гирь 1 кг, 2 кг, 5 кг и сыпучие продукты. Воспитатель спрашивает детей, что и как они покупали в продовольственном магазине, какие видели весы, какие продукты взвешивают на весах. Дети рассматривают весы и гири, сравнивают их, определяют, какая из них тяжелее, какая легче. Воспитатель обращает внимание детей на цифру на гире, поясняя, что цифра обозначает массу гири («Эта гиря 1 кг, видите, на ней написана цифра 1, а эта — 2 кг, на ней цифра 2»). Выполняется упражнение в отвешивании 1 кг, например, манной крупы: на одну чашку ставится гиря, на другую насыпается крупа, пока стрелки весов полностью не уравновесятся. Детей спрашивают, сколько килограммов крупы взвешено, и как они об этом узнали. Можно сравнить результаты при взвешивании «на руке» и на весах, в этом случае дети имеют возможность убедиться в преимуществе инструментального взвешивания.

Глава XIV. ФОРМИРОВАНИЕ У ДЕТЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

§ 1. Особенности восприятия детьми формы предметов и геометрических фигур

Одним из свойств окружающих предметов является их форма. Форма предметов получила обобщенное отражение в геометрических фигурах. Геометрические фигуры являются эталонами, пользуясь которыми человек определяет форму предметов и их частей.

Проблему знакомства детей с геометрическими фигурами и их свойствами следует рассматривать в двух аспектах: в плане сенсорного восприятия форм геометрических фигур и использования их как эталонов в познании форм окружающих предметов, а также в смысле познания особенностей их структуры, свойств, основных связей и закономерностей в их построении, т. е. собственно геометрического материала.

Чтобы знать, чему и как обучать детей на разных этапах их развития, надо прежде всего проанализировать особенности сенсорного восприятия детьми формы любого предмета, в том числе и фигуры, а затем пути дальнейшего развития геометрических представлений и элементарного геометрического мышления и, далее, как совершается переход от чувственного восприятия формы к ее логическому осознанию.

Известно, что грудной ребенок по форме бутылочки узнает ту, из которой он пьет молоко, а в последние месяцы первого года жизни ясно обнаруживается тенденция к отделению одних предметов от других и выделению фигуры из фона. Контур предмета есть то общее начало, которое является исходным как для зрительного, так и для осязательного восприятия. Однако вопрос о роли контура в восприятии формы и формировании целостного образа требует еще дальнейшей разработки.

Первичное овладение формой предмета осуществляется в действиях с ним. Форма предмета, как таковая, не воспринимается отдельно от предмета, она является его неотъемлемым признаком. Специфические зрительные реакции прослеживания контура предмета появляются в конце второго года жизни и начинают предшествовать практическим действиям. Действия детей с предметами на разных этапах различны. Малыши стремятся прежде всего захватить предмет руками и начать манипулировать им. Дети 2,5 лет, прежде чем действовать, довольно подробно зрительно и осязательно-двигательно знакомятся с предметами. Возникает особый интерес к восприятию формы (перцептивные действия). Однако значение практических действий остается главным. Отсюда следует вывод о необходимости руководить развитием перцептивных действий двухлетних детей. В зависимости от педагогического руководства характер перцептивных действий детей постепенно достигает познавательного уровня. Ребенка начинают интересовать различные признаки предмета, в том числе и форма. Однако он еще долго не может выделить и обобщить тот или иной признак, в том числе и форму разных предметов.

Сенсорное восприятие формы предмета должно быть направлено не только на то, чтобы видеть, узнавать формы наряду с другими его признаками, но уметь, абстрагируя форму от вещи, видеть ее и в других вещах. Такому восприятию формы предметов и ее обобщению и способствует знание детьми эталонов — геометрических фигур. Поэтому задачей сенсорного развития является формирование у ребенка умений узнавать в соответствии с эталоном (той или иной геометрической фигурой) форму разных предметов.

Когда ребенок начинает различать геометрические фигуры? Экспериментальные данные Л. А. Венгера показали, что такой возможностью обладают дети 3—4 месяцев. Сосредоточение взгляда на новой фигуре — свидетельство этому.

Уже на втором году жизни дети свободно выбирают фигуру по

образцу из таких пар: квадрат и полукруг, прямоугольник и треугольник. Но различать прямоугольник и квадрат, квадрат и треугольник дети могут лишь после 2,5 лет. Отбор же по образцу фигур более сложной формы доступен примерно на рубеже 4—5 лет, а воспроизведение сложной фигуры осуществляют отдельные дети пятого и шестого года жизни.

Вначале дети воспринимают неизвестные им геометрические фигуры как обычные предметы, называя их именами этих предметов: цилиндр — стаканом, столбиком, овал — яичком, треугольник — парусом или крышей, прямоугольник — окошечком и т. п. Под обучающим воздействием взрослых восприятие геометрических фигур постепенно перестраивается. Дети уже не отождествляют их с предметами, а лишь сравнивают: цилиндр — как стакан, треугольник — как крыша и т. п. И наконец, геометрические фигуры начинают восприниматься детьми как эталоны, с помощью которых определяется форма предметов (мяч, яблоко — это шар, тарелка, блюдце, колесо круглой формы, а платок квадратный и т. п.).

Познание структуры предмета, его формы и размера осуществляется не только в процессе восприятия той или иной формы зрением, но и путем активного осязания, ощупывания ее под контролем зрения и обозначения словом. Совместная работа всех анализаторов способствует более точному восприятию формы предметов. Чтобы лучше познать предмет, дети стремятся коснуться его рукой, взять в руки, повернуть; причем рассматривание и ощупывание различны в зависимости от формы и конструкции познаваемого объекта. Поэтому основную роль в восприятии предмета и определении его формы имеет обследование, осуществляемое одновременно зрительным и двигательно-осязательным анализаторами с последующим обозначением словом. Однако у дошкольников наблюдается весьма низкий уровень обследования формы предметов; чаще всего они ограничиваются беглым зрительным восприятием и поэтому не различают близкие по сходству фигуры (овал и круг, прямоугольник и квадрат, разные треугольники).

В перцептивной деятельности детей осязательно-двигательные и зрительные приемы постепенно становятся основным способом распознавания формы. Обследование фигур не только обеспечивает целостное их восприятие, но и позволяет ощутить их особенности (характер, направления линий и их сочетания, образующиеся углы и вершины), ребенок учится чувственно выделять в любой фигуре образ в целом и его части. Это дает возможность в дальнейшем сосредоточить внимание ребенка на осмысленном анализе фигуры, сознательно выделяя в ней структурные элементы (стороны, углы, вершины). Дети уже осознанно начинают понимать и такие свойства, как устойчивость, неустойчивость и др., понимать, как образуются вершины, углы и т. д. Сопоставляя объемные и плоские фигуры, дети находят уже общность между ними («У куба есть квадраты», «У бруса — прямоугольники, у цилиндра — круги» и т. д.).

Сравнение фигуры с формой того или иного предмета помогает

детям понять, что с геометрическими фигурами можно сравнивать разные предметы или их части. Так, постепенно геометрическая фигура становится эталоном определения формы предметов.

Сенсорное восприятие формы предметов, геометрических фигур, их распознавание и обозначение словом в условиях систематического обучения детей значительно возрастают. Так, по данным Т. Игнатовой, 90% детей 4 лет на ощупь определяли и называли найденную ими в мешочке геометрическую фигуру, в то время как до обучения лишь 47% детей 3—4 лет выполняли это задание и только 7,5% детей могли назвать геометрическую фигуру.

Поэтому задача первого этапа обучения детей 3—4 лет — это сенсорное восприятие формы предметов и геометрических фигур.

Второй этап обучения детей 5—6 лет должен быть посвящен формированию системных знаний о геометрических фигурах и развитию у них начальных приемов и способов «геометрического мышления».

Выясняя геометрические представления младших школьников, еще не обучавшихся элементарным геометрическим знаниям, А. М. Пышкало, А. А. Столяр приходят к выводу, что «геометрическое мышление» вполне возможно развить еще в дошкольном возрасте. В развитии «геометрических знаний» у детей прослеживается несколько различных уровней[1].

Первый уровень характеризуется тем, что фигура воспринимается детьми как целое, ребенок еще не умеет выделять в ней отдельные элементы, не замечает сходства и различия между фигурами, каждую из них воспринимает обособленно.

На втором уровне ребенок уже выделяет элементы в фигуре и устанавливает отношения как между ними, так и между отдельными фигурами, однако еще не осознает общности между фигурами.

На третьем уровне ребенок в состоянии устанавливать связи между свойствами и структурой фигур, связи между самими свойствами. Переход от одного уровня к другому не является самопроизвольным, идущим параллельно биологическому развитию человека и зависящим от возраста. Он протекает под влиянием целенаправленного обучения, которое содействует ускорению перехода к более высокому уровню. Отсутствие же обучения тормозит развитие. Обучение поэтому следует организовывать так, чтобы в связи с усвоением знаний о геометрических фигурах у детей развивалось и элементарное геометрическое мышление.

Аналитическое восприятие геометрической фигуры, умение выделить в ней выраженные и явно ощутимые элементы и свойства создают условия для дальнейшего более углубленного познания структурных ее элементов, раскрытия существенных признаков как внутри самой фигуры, так и между рядом фигур. Так, на

[1] См.: **Пышкало А. М.** Методика обучения элементам геометрии в начальных классах.— М., 1976; **Столяр А. А.** Педагогика математики.— Минск. 1986.

основе выделения в объектах самого главного, существенного формируются понятия (С. Л. Рубинштейн).

Дети все отчетливее усваивают связи между «простыми» и «сложными» геометрическими фигурами, видят в них не только различия, но и находят общность в их построении, иерархию отношений между «простыми» и все более «сложными» фигурами.

Усваивают дети и зависимость между числом сторон, углов и названиями фигур («Треугольник называется так, потому что у него три угла»; «Прямоугольник называется так, потому что у него все углы прямые»). Подсчитывая углы, дети правильно называют фигуры: «Это шестиугольник, это пятиугольник, многоугольник, потому что у него много углов — 3, 4, 5, 6, 8 и больше может быть, тогда он похож уже на круг».

Усвоение принципа обозначения фигур словом формирует у детей общий подход к любой новой фигуре, умение отнести ее к определенной группе фигур. Знания детей систематизируются, они способны соотносить частное с общим. Все это развивает логическое мышление дошкольников, формирует интерес к дальнейшему познанию, обеспечивает подвижность ума.

Познание геометрических фигур, их свойств и отношений расширяет кругозор детей, позволяет им более точно и разносторонне воспринимать форму окружающих предметов, что положительно отражается на их продуктивной деятельности (например, рисовании, лепке).

Большое значение в развитии геометрического мышления и пространственных представлений имеют действия по преобразованию фигур (из двух треугольников составить квадрат или из пяти палочек сложить два треугольника).

Все эти разновидности упражнений развивают пространственные представления и начатки геометрического мышления детей, формируют у них умения наблюдать, анализировать, обобщать, выделять главное, существенное и одновременно с этим воспитывают такие качества личности, как целенаправленность, настойчивость.

Итак, в дошкольном возрасте происходит овладение перцептивной и интеллектуальной систематизацией форм геометрических фигур. Перцептивная деятельность в познании фигур опережает развитие интеллектуальной систематизации.

§ 2. Ознакомление детей с геометрическими фигурами и формой предметов

Вторая младшая группа

Для реализации программных задач в качестве дидактического материала в данной группе используются модели простейших плоских геометрических фигур (круг, квадрат) разного цвета и размера.

Еще до проведения систематических занятий педагог организует игры детей со строительным материалом, наборами геометрических фигур, геометрической мозаикой. В этот период важно обога-

тить восприятие детей, накопить у них представления о разнообразных геометрических фигурах, дать их правильное название.

На занятиях детей учат различать и правильно называть геометрические фигуры — круг и квадрат. Каждая фигура познается в сравнении с другой. На первом занятии первостепенная роль отводится обучению детей приемам обследования фигур осязательно-двигательным путем под контролем зрения и усвоению их названий.

Воспитатель показывает фигуру, называет ее, просит детей взять в руки такую же. Затем педагог организует действия детей с данными фигурами: прокатить круг, поставить, положить квадрат, проверить, будет ли он катиться. Аналогичные действия дети выполняют с фигурами другого цвета и размера.

В заключение проводятся два-три упражнения на распознавание и обозначение словами фигур («Что я держу в правой руке, а что в левой?»; «Дай мишке круг, а петрушке квадрат»; «На верхнюю полоску положите один квадрат, а на нижнюю много кругов» и т. п.).

На последующих занятиях организуется система упражнений с целью закрепления у детей умений различать и правильно называть геометрические фигуры: а) упражнения на выбор по образцу: «Дай (принеси, покажи, положи) такую же». Применение образца может быть вариативным: акцентируется только форма фигуры, не обращается внимание на ее цвет и размер; рассматриваются фигуры определенного цвета, определенного размера и фигура определенного цвета и размера; б) упражнения на выбор по словам: «Дай (принеси, покажи, положи, собери) круги» и т. п.; в вариантах упражнений могут содержаться указания на выбор фигуры определенного цвета и размера; в) упражнения в форме дидактических и подвижных игр: «Что это?», «Чудесный мешочек», «Чего не стало?», «Найди свой домик» и др.

Средняя группа

У детей пятого года жизни нужно прежде всего закрепить умение различать и правильно называть круг и квадрат, а затем и треугольник. С этой целью проводятся игровые упражнения, в которых дети группируют фигуры разного цвета и размера. Меняется цвет, размер, а признаки формы остаются неизменными. Это способствует формированию обобщенных знаний о фигурах.

Чтобы уточнить представления детей о том, что геометрические фигуры бывают разного размера, им показывают (на таблице, фланелеграфе или наборном полотне) известные геометрические фигуры. К каждой из них дети подбирают аналогичную фигуру как большего, так и меньшего размера. Сравнив величину фигур (визуально или приемом наложения), дети устанавливают, что фигуры одинаковы по форме, но различны по размеру. В следующем упражнении дети раскладывают по три фигуры разного размера в возрастающем или убывающем порядке.

Затем можно предложить детям рассмотреть фигуры, лежащие в индивидуальных конвертах, разложить одинаковой формы рядами и предложить рассказать, у кого каких сколько.

На следующем занятии дети получают уже неодинаковые наборы фигур. Они, разбирая свои комплекты, сообщают, у кого какие фигуры и сколько их. При этом целесообразно упражнять детей и в сравнении количества фигур: «Каких фигур у тебя больше, а каких меньше? Поровну ли у вас квадратов и треугольников?» и т. п. В зависимости от того, как скомплектованы геометрические фигуры в индивидуальных конвертах, между их количеством может быть установлено равенство или неравенство.

Выполняя это задание, ребенок сравнивает количество фигур, устанавливая между ними взаимно однозначное соответствие. Приемы при этом могут быть разные: фигуры в каждой группе располагаются рядами, точно одна под другой, или располагаются парами, или накладываются друг на друга. Так или иначе устанавливается соответствие между элементами фигур двух групп и на этой основе определяется их равенство или неравенство.

Подобным же образом организуются упражнения на группировку и сравнение фигур по цвету, а затем по цвету и размеру одновременно. Таким образом, постоянно меняя наглядный материал, получаем возможность упражнять детей в выделении существенных и несущественных для данного объекта признаков. Аналогичные занятия можно повторить по мере того, как дети будут узнавать новые фигуры.

С новыми геометрическими фигурами детей знакомят путем сравнения с уже известными: прямоугольник с квадратом, шар с кругом, а затем с кубом, куб с квадратом, а затем с шаром, цилиндр с прямоугольником и кругом, а затем с шаром и кубом. Рассматривание и сравнение фигур проводят в определенной последовательности:

а) взаимное наложение или приложение фигур; этот прием позволяет четче воспринять особенности фигур, сходство и различие, выделить их элементы;

б) организация обследования фигур осязательно-двигательным путем и выделение некоторых элементов и признаков фигуры; эффект обследования фигуры в значительной мере зависит от того, направляет ли воспитатель своим словом наблюдения детей, указывает ли, на что следует смотреть, что узнать (направление линий, их связь, пропорции отдельных частей, наличие углов, вершин, их количество, цвет, размер фигуры одной и той же формы и др.); дети должны научиться словесно описывать ту или иную фигуру;

в) организация разнообразных действий с фигурами (катать, класть, ставить в разные положения); действуя с моделями, дети выявляют их устойчивость или неустойчивость, характерные свойства. Например, дети пробуют по-разному ставить шар и цилиндр и обнаруживают, что цилиндр может стоять, может лежать, может и катиться, а шар «всегда катится». Таким образом обнаруживают характерные свойства геометрических тел и фигур;

г) организация упражнений по группировке фигур в порядке увеличения и уменьшения размера («Подбери по форме», «Подбери по цвету», «Разложи по порядку» и др.);

д) организация дидактических игр и игровых упражнений для закрепления умений детей различать и называть фигуры («Чего не стало?», «Что изменилось?», «Чудесный мешочек», «Домино форм», «Магазин», «Найди пару» и др.).

Старшая группа

Как уже отмечалось, основной задачей обучения детей 5—6 лет является формирование системы знаний о геометрических фигурах. Первоначальным звеном этой системы являются представления о некоторых признаках геометрических фигур, умение обобщать их на основе общих признаков.

Детям даются известные им фигуры и предлагается руками обследовать границы квадрата и круга, прямоугольника и овала и подумать, чем эти фигуры отличаются друг от друга и что в них одинаковое. Они устанавливают, что у квадрата и прямоугольника есть «уголки», а у круга и овала их нет. Воспитатель, обводя фигуру пальцем, объясняет и показывает на прямоугольнике и квадрате углы, вершины, стороны фигуры. Вершина — это та точка, в которой соединяются стороны фигуры. Стороны и вершины образуют границу фигуры, а граница вместе с ее внутренней областью — саму фигуру.

На разных фигурах дети показывают ее внутреннюю область и ее границу — стороны, вершины и углы как часть внутренней области фигуры[1].

Можно предложить детям заштриховать красным карандашом внутреннюю область фигуры, а синим карандашом обвести ее границу, стороны. Дети не только показывают отдельные элементы фигуры, но и считают вершины, стороны, углы у разных фигур. Сравнивая квадрат с кругом, они выясняют, что у круга нет вершин и углов, есть лишь граница круга — окружность.

В дальнейшем дети приучаются различать внутреннюю область любой фигуры и ее границу, считать число сторон, вершин, углов. Обследуя треугольник, они приходят к выводу, что у него три вершины, три угла и три стороны. Очень часто дети сами говорят, почему эта фигура в отличие от прямоугольника и квадрата называется треугольником.

Чтобы убедить детей, что выделенные ими признаки являются характерными свойствами проанализированных фигур, воспитатель предлагает те же фигуры, но бóльших размеров. Обследуя их, дети подсчитывают вершины, углы и стороны у квадратов, прямоугольников, трапеций, ромбов и приходят к общему выводу, что все эти фигуры независимо от размера имеют по четыре вершины, четыре угла и четыре стороны, а у всех треугольников ровно три вершины, три угла и три стороны.

В подобных занятиях важно ставить самих детей в положение ищущих ответа, а не ограничиваться сообщением готовых знаний.

---

[1] **Угол** (плоский) — геометрическая фигура, образованная двумя лучами (сторонами), выходящими из одной точки (вершины).

Необходимо приучать ребят делать свои заключения, уточнять и обобщать их ответы.

Такая подача знаний ставит детей перед вопросами, на которые им, может быть, не всегда легко найти нужный ответ, но вопросы заставляют ребят думать и более внимательно слушать воспитателя. Итак, не следует спешить давать детям готовые задания: надо прежде всего возбудить интерес к ним, обеспечить возможность действия. Задача воспитателя — педагогически правильно показывать пути и приемы нахождения ответа.

Программой воспитания и обучения в детском саду предусматривается познакомить старших дошкольников с четырехугольниками. Для этого детям показывают множество фигур с четырьмя углами и предлагают самостоятельно придумать название данной группе. Предложения детей «четырехсторонние», «четырехугольные» нужно одобрить и уточнить, что эти фигуры называются четырехугольниками. Такой путь знакомства детей с четырехугольником способствует формированию обобщения. Группировка фигур по признаку количества углов, вершин, сторон абстрагирует мысль детей от других, несущественных признаков. Дети подводятся к выводу, что одно понятие включается в другое, более общее. Такой путь усвоения наиболее целесообразен для умственного развития дошкольников.

В дальнейшем закрепление представлений детей о четырехугольниках может идти путем организации упражнений по классификации фигур разного размера и цвета, зарисовке четырехугольников разного вида на бумаге, разлинованной в клетку, и др.

Можно использовать следующие варианты упражнений на группировку четырехугольников:

— отобрать все красные четырехугольники, назвать фигуры данной группы;

— отобрать четырехугольники с равными сторонами, назвать их;

— отобрать все большие четырехугольники, назвать их форму, цвет;

— слева от карточки положить все четырехугольники, а справа не четырехугольники; назвать их форму, цвет, величину.

Полезно применять и такой прием: детям раздаются карточки с контурным изображением фигур разного размера и формулируется задание подобрать соответствующие фигуры по форме и размеру и наложить их на контурное изображение. Равными фигурами будут те, у которых все точки совпадут по контуру.

Важной задачей является обучение детей сравнению формы предметов с геометрическими фигурами как эталонами предметной формы. У ребенка необходимо развивать умение видеть, какой геометрической фигуры или какому их сочетанию соответствует форма того или иного предмета. Это способствует более полному, целенаправленному распознаванию предметов окружающего мира и воспроизведению их в рисунке, лепке, аппликации. Хорошо усвоив геометрические фигуры, ребенок всегда успешно справляется с обследованием предметов, выделяя в каждом из них общую, основную форму и форму деталей.

Работа по сопоставлению формы предметов с геометрическими эталонами проходит в два этапа. На первом этапе нужно научить детей на основе непосредственного сопоставления предме-

тов с геометрической фигурой давать словесное определение формы предметов.

Таким образом удается отделить модели геометрических фигур от реальных предметов и придать им значение образцов. Для игр и упражнений подбираются предметы с четко выраженной основной формой без каких-либо деталей (блюдце, обруч, тарелка — круглые; платок, лист бумаги, коробка — квадратные и т. п.). На последующих занятиях могут быть использованы картинки, изображающие предметы определенной формы. Занятия следует проводить в форме дидактических игр или игровых упражнений: «Подбери по форме», «На что похоже?», «Найди предмет такой же формы», «Магазин» и т. п. Далее выбирают предметы указанной формы (из 4—5 штук), группируют их и обобщают по единому признаку формы (все круглые, все квадратные и т. д.). Постепенно детей учат более точному различению: круглые и шаровидные, похожие на квадрат и куб и т. п. Позднее им предлагают найти предметы указанной формы в групповой комнате. При этом дается лишь название формы предметов: «Посмотрите, есть ли на полке предметы, похожие на круг» и т. п. Хорошо провести игры «Путешествие по групповой комнате», «Найдите, что спрятано».

При сопоставлении предметов с геометрическими фигурами нужно использовать приемы осязательно-двигательного обследования предметов. Можно проверить знания детьми особенностей геометрических фигур, задать с этой целью такие вопросы: «Почему вы думаете, что тарелка круглая, а платок квадратный?», «Почему вы положили эти предметы на полку, где стоит цилиндр?» (игра «Магазин») и т. п. Дети описывают форму предметов, выделяя основные признаки геометрической фигуры. В этих упражнениях можно подвести детей к логической операции — классификации предметов.

На *втором этапе* детей учат определять не только основную форму предметов, но и форму деталей (домик, машина, снеговик, петрушка и т. д.). Игровые упражнения проводят с целью обучения детей зрительно расчленять предметы на части определенной формы и воссоздавать предмет из частей. Такие упражнения с разрезными картинками, кубиками, мозаикой лучше проводить вне занятия.

Упражнения на распознавание геометрических фигур, а также на определение формы разных предметов можно проводить вне занятий как небольшими группами, так и индивидуально, используя игры «Домино», «Геометрическое лото» и др.

Следующая задача — научить детей составлять плоские геометрические фигуры путем преобразования разных фигур. Например, из двух треугольников сложить квадрат, а из других треугольников — прямоугольник. Затем из двух-трех квадратов, сгибая их разными способами, получать новые фигуры (треугольники, прямоугольники, маленькие квадраты).

Эти задания целесообразно связывать с упражнениями по делению фигур на части. Например, детям даются большие круг, квадрат, прямоугольник, которые делятся на две и четыре части. Все

фигуры с одной стороны окрашены в одинаковый цвет, а с другой — каждая фигура имеет свой цвет. Такой набор дается каждому ребенку. Вначале дети смешивают части всех трех фигур, каждая из которых разделена пополам, сортируют их по цвету и в соответствии с образцом составляют целое. Далее вновь смешивают части и дополняют их элементами тех же фигур, разделенных на четыре части, снова сортируют и снова составляют целые фигуры. Затем все фигуры и их части поворачивают другой стороной, имеющей одинаковый цвет, и из смешанного множества разных частей выбирают те, что нужны для составления круга, квадрата, прямоугольника. Последняя задача является более сложной для детей, так как все части одноцветны и приходится делать выбор только по форме и размеру.

Можно и дальше усложнять задание, разделив по-разному на две и четыре части квадрат и прямоугольник, например квадрат — на два прямоугольника и два треугольника или на четыре прямоугольника и четыре треугольника (по диагонали), а прямоугольник — на два прямоугольника и два треугольника или на четыре прямоугольника, а из них два маленьких прямоугольника — на четыре треугольника. Количество частей увеличивается, и это усложняет задание.

Очень важно упражнять детей в комбинировании геометрических фигур, в составлении разных композиций из одних и тех же фигур. Это приучает их всматриваться в форму различных частей любого предмета, читать технический рисунок при конструировании. Из геометрических фигур могут составляться изображения предметов.

Вариантами конструктивных заданий будет построение фигур из палочек и преобразование одной фигуры в другую путем удаления нескольких палочек:

1) сложить два квадрата из семи палочек;
2) сложить три треугольника из семи палочек;
3) сложить прямоугольник из шести палочек;
4) из пяти палочек сложить два разных треугольника;
5) из девяти палочек составить четыре равных треугольника;
6) из десяти палочек составить три равных квадрата;
7) можно ли из одной палочки на столе построить треугольник?
8) можно ли из двух палочек построить на столе квадрат?

Эти упражнения способствуют развитию сообразительности, памяти, мышления детей. Наиболее сложные задания могут быть использованы в работе с детьми подготовительной группы.

Подготовительная к школе группа

Знания о геометрических фигурах в подготовительной группе расширяются, углубляются и систематизируются.

Одна из задач подготовительной к школе группы — познакомить детей с многоугольником, его признаками: вершины, стороны, углы[1].

---

[1] См.: Программа воспитания и обучения в детском саду.— М., 1987.

Решение этой задачи позволит подвести детей к обобщению: все фигуры, имеющие по три и более угла, вершины, стороны, относятся к группе многоугольников.

Детям показывают модель круга и новую фигуру — пятиугольник (рис. 37). Предлагают сравнить их и выяснить, чем отличаются эти фигуры. Фигура справа отличается от круга тем, что имеет углы, много углов. Детям предлагается прокатить круг и попытаться прокатить многоугольник. Он не катится по столу. Этому мешают углы. Считают углы, стороны, вершины и устанавливают, почему эта фигура называется многоугольником. Затем демонстрируется плакат, на котором изображены различные многоугольники. У отдельных фигур определяются характерные для них признаки. У всех фигур много сторон, вершин, углов. Как можно назвать все эти фигуры одним словом? И если дети не догадываются, воспитатель помогает им.

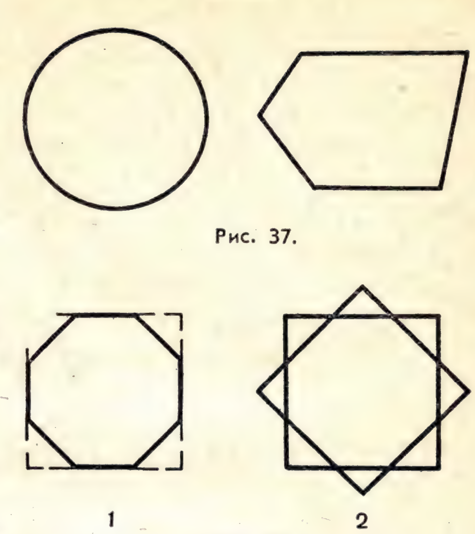


Рис. 37.

Рис. 38.

Для уточнения знаний о многоугольнике могут быть даны задания по зарисовке фигур на бумаге в клетку. Затем можно показать разные способы преобразования фигур: обрезать или отогнуть углы у квадрата и получится восьмиугольник (рис. 38, *1*). Накладывая два квадрата друг на друга, можно получить восьмиконечную звезду (рис. 38, *2*).

Упражнения детей с геометрическими фигурами, как и в предыдущей группе, состоят в опознавании их по цвету, размерам в разном пространственном положении. Дети считают вершины, углы и стороны, упорядочивают фигуры по их размерам, группируют по форме, цвету и размеру. Они должны не только различать, но и изображать эти фигуры, зная их свойства и особенности. Например, воспитатель предлагает детям нарисовать на бумаге в клетку два квадрата: у одного квадрата длина сторон должна быть равна четырем клеткам, а у другого — на две клетки больше.

После зарисовки этих фигур детям предлагается разделить квадраты пополам, причем в одном квадрате соединить отрезком две противолежащие стороны, а в другом квадрате соединить две противолежащие вершины; рассказать, на сколько частей разделили квадрат и какие фигуры получились, назвать каждую из них. В таком задании одновременно сочетаются счет и измерение условными мерками (длиной стороны клеточки), воспроизводятся фигуры разных размеров на основе знания их свойств, опознаются и называются фигуры после деления квадрата на части (целое и части).

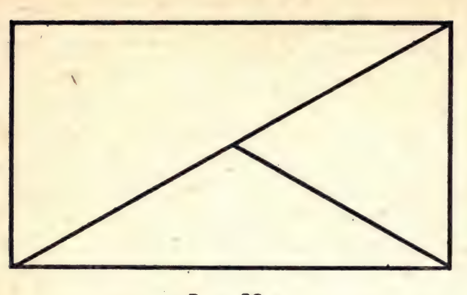


Рис. 39.

Согласно программе в подготовительной группе следует продолжать учить детей преобразованию фигур. Эта работа способствует, с одной стороны, познанию фигур и их признаков, а с другой стороны, развивает конструктивное и геометрическое мышление. Приемы этой работы многообразны. Одни из них направлены на знакомство с новыми фигурами при их делении на части, другие — на создание новых фигур при их объединении.

Детям предлагают сложить квадрат пополам двумя способами: совмещая противолежащие стороны или противолежащие углы — и сказать, какие фигуры получились после сгибаний (два прямоугольника или два треугольника).

Можно предложить узнать, какие получились фигуры, когда прямоугольник разделили на части (рис. 39), и сколько теперь всего фигур (один прямоугольник, а в нем три треугольника). Особый интерес для детей представляют занимательные упражнения на преобразование фигур[1].

Итак, аналитическое восприятие геометрических фигур развивает у детей способность более точно воспринимать форму окружающих предметов и воспроизводить предметы при занятиях рисованием, лепкой, аппликацией.

Анализируя разные качества структурных элементов геометрических фигур, дети усваивают то общее, что объединяет фигуры. Так, ребята узнают, что одни фигуры оказываются в соподчиненном отношении; понятие четырехугольника является обобщением таких понятий, как «квадрат», «ромб», «прямоугольник», «трапеция» и др.; в понятие «многоугольник» входят все треугольники, четырехугольники, пятиугольники, шестиугольники независимо от их размера и вида. Подобные взаимосвязи и обобщения, вполне доступные детям, поднимают их умственное развитие на новый уровень. У детей развивается познавательная деятельность, формируются новые интересы, развиваются внимание, наблюдательность, речь и мышление и его компоненты (анализ, синтез, обобщение и конкретизация в их единстве). Все это готовит детей к усвоению научных понятий в школе.

Связь количественных представлений с представлениями геометрических фигур создает основу для общематематического развития детей.

---

[1] См.: **Михайлова З. А.** Игровые занимательные задачи для дошкольников.— М., 1985.

Глава XV. ОСОБЕННОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ДЕТЕЙ И МЕТОДИКА ИХ ФОРМИРОВАНИЯ

§ 1. Развитие у детей представлений и практических ориентировок в пространстве

Пространственные представления и пространственная ориентация

Проблема ориентации человека в пространстве достаточно многогранна. Она включает как представления о размерах, форме предметов, так и способность различать расположение предметов в пространстве, понимание различных пространственных отношений.

Пространственные представления, хотя и возникают очень рано, являются более сложным процессом, чем умение различать качества предмета. В формировании пространственных представлений и способов ориентации в пространстве участвуют различные анализаторы (кинестетический, осязательный, зрительный, слуховой, обонятельный). У маленьких детей особая роль принадлежит кинестетическому и зрительному анализаторам.

Пространственная ориентировка осуществляется на основе непосредственного восприятия пространства и словесного обозначения пространственных категорий (местоположения, удаленности, пространственных отношений между предметами). В понятие пространственной ориентации входит оценка расстояний, размеров, формы, взаимного положения предметов и их положения относительно ориентирующегося.

В более узком значении выражение «пространственная ориентация» имеет в виду ориентировку на местности. В этом смысле под ориентировкой в пространстве мыслится:

а) определение «точки стояния», т. е. местонахождения субъекта по отношению к окружающим его объектам, например: «Я нахожусь справа от дома» и т. п.;

б) определение местонахождения объектов относительно человека, ориентирующегося в пространстве, например: «Шкаф находится справа, а дверь слева от меня»;

в) определение пространственного расположения предметов относительно друг друга, т. е. пространственных отношений между ними, например: «Справа от куклы сидит мишка, а слева от нее лежит мяч».

При передвижении человека пространственная ориентация происходит постоянно, включая решение следующих задач: постановку цели и выбор маршрута движения (выбор направления); сохранение направления движения и достижение цели. Только при этом условии можно успешно перейти из одного пункта в другой.

Восприятие пространства детьми раннего возраста

Восприятие пространства возникает уже тогда, когда ребенок в возрасте 4—5 недель начинает фиксировать глазами предмет на

расстоянии 1—1,5 м. Перемещение взгляда за движущимися предметами наблюдается у детей 2—4 месяцев. На начальном этапе движения глаз являются точкообразными, затем наступает вторая фаза скользящих непрерывных движений за движущимися в пространстве предметами, что наблюдается у разных детей в возрасте от 3 до 5 месяцев.

По мере развития механизма фиксации взгляда формируются дифференцированные движения головы, корпуса тела, изменяется само положение ребенка в пространстве. Как пишет об этом Д. Б. Эльконин, в этом возрасте движения предметов вызывают движения глаз.

По-видимому, вначале пространство воспринимается ребенком как нерасчлененная непрерывность. Движение выделяет предмет из окружающего пространства. Сначала фиксация взгляда, затем поворот головы, движение рук и другое показывают, что движущаяся вещь становится объектом внимания ребенка, стимулируя и его собственные движения.

Слежение за движением предмета в пространстве постепенно развивается: сначала ребенок воспринимает предмет, движущийся в горизонтальном направлении, затем в результате длительных упражнений он приучается следить за движением предмета в вертикальном направлении и по кругу. Постепенно движение объекта и самого ребенка начинает совместно развивать сенсорные механизмы, лежащие в основе восприятия пространства. В процессе накопления сенсомоторного опыта возрастает способность различения объектов в пространстве, дифференцировки расстояний. Уже на первом году жизни ребенок начинает осваивать глубину пространства.

Длительное сохранение вертикального положения тела при самостоятельном передвижении (ходьбе) значительно расширяет практическое освоение пространства. Передвигаясь сам, малыш осваивает расстояние одного предмета до другого, делает попытки, напоминающие даже измерение расстояния. Например, держась за спинку кровати одной рукой и желая перейти к дивану, он многократно в разных точках своего движения протягивает руку к дивану, как бы измеряя расстояние, и, найдя наиболее короткое, отрывается от кроватки и начинает двигаться, опираясь на сиденье дивана. С ходьбой возникают и новые ощущения преодоления пространства — ощущение равновесия, ускорение или замедление движения, которые сочетаются со зрительными ощущениями.

Такое практическое освоение ребенком пространства функционально преобразует всю структуру его пространственной ориентировки. Начинается новый период в развитии восприятия пространства, пространственных признаков и отношений предметов внешнего мира.

Накопление практического опыта освоения пространства позволяет постепенно овладевать и словом, обобщающим этот опыт. Однако ведущую роль в познании пространственных отношений в раннем и младшем дошкольном возрасте играет еще непосредствен-

ный жизненный опыт. Он накапливается у ребенка в разнообразных видах деятельности (подвижные и строительные игры, изобразительная деятельность, наблюдения во время прогулок и т. д.). По мере его накопления движущей силой в формировании системного механизма восприятия пространства все большую роль начинает приобретать слово.

Некоторые особенности пространственной ориентировки детей дошкольного возраста

Ориентировка в пространстве требует умения пользоваться какой-либо системой отсчета. В период раннего детства ребенок ориентируется в пространстве на основе так называемой чувственной системы отсчета, т. е. по сторонам собственного тела.

В дошкольном возрасте ребенок овладевает словесной системой отсчета по основным пространственным направлениям: вперед-назад, вверх-вниз, направо-налево. В период школьного обучения дети овладевают новой системой отсчета — по сторонам горизонта: север, юг, запад, восток.

Освоение каждой следующей системы отсчета базируется на прочном знании предшествующей. Так, установлено, что усвоение учениками III—IV классов сторон горизонта зависит от умения дифференцировать основные пространственные направления на географической карте. Север, например, ассоциируется вначале у детей с пространственным направлением вверху, юг — внизу, запад — с направлением слева и восток — с расположением справа. Дифференцировка же основных пространственных направлений обусловлена уровнем ориентации ребенка «на себе», степенью освоенности им «схемы собственного тела», которая по сути и является «чувственной системой отсчета».

Позднее на нее накладывается другая система отсчета — словесная. Происходит это в результате закрепления за чувственно различаемыми ребенком направлениями относящихся к ним названий: *вверх, вниз, вперед, назад, направо, налево.*

Таким образом, дошкольный возраст — период освоения словесной системы отсчета по основным пространственным направлениям. Как же ребенок овладевает ею?

Различаемые направления ребенок соотносит прежде всего с определенными частями собственного тела. Так упорядочиваются связи типа: вверху — где голова, а внизу — где ноги, впереди — где лицо, а сзади — где спина, направо — там, где правая рука, налево — где левая. Ориентировка на собственном теле служит опорой в освоении ребенком пространственных направлений.

Из трех парных групп основных направлений, соответствующих основным осям человеческого тела (фронтальной, вертикальной и сагиттальной), раньше всех выделяется верхнее, что обусловлено, видимо, преимущественно вертикальным положением тела ребенка. Вычленение же нижнего направления, как противоположной стороны вертикальной оси, так и дифференцировка парных групп направле-

ний, характерных для горизонтальной плоскости (вперед-назад, направо-налево), происходит позднее. Очевидно, точность ориентировки на горизонтальной плоскости в соответствии с характерными для нее группами направлений является более сложной задачей для дошкольника, нежели дифференцировка различных плоскостей (вертикальной и горизонтальной) трехмерного пространства.

Усвоив в основном группы парнопротивоположных направлений, маленький ребенок еще ошибается в точности различения внутри каждой группы. Об этом убедительно свидетельствуют факты смешения детьми правого с левым, верхнего с нижним, пространственного направления вперед с противоположным ему назад. Особые трудности для дошкольников представляет различение направо-налево, в основе которого лежит процесс дифференцировки правой и левой стороны тела.

Следовательно, ребенок лишь постепенно овладевает пониманием парности пространственных направлений, адекватным их обозначением и практическим различением.

В каждой из пар пространственных обозначений выделяется сначала одно, например: *под, справа, сверху, сзади,* а на основе сравнения с первыми осознаются и противоположные: *над, слева, снизу, впереди.* Это следует учитывать в методике обучения, последовательно формируя взаимосвязанные между собой пространственные представления.

Как же ребенок овладевает умением применять или использовать освоенную им систему отсчета при ориентировке в окружающем пространстве?

Первый этап начинается с «практического примеривания», выражающегося в реальном соотнесении окружающих объектов с исходной точкой отсчета.

На втором этапе появляется зрительная оценка расположения объектов, находящихся на некотором расстоянии от исходной точки. Исключительно велика при этом роль двигательного анализатора, участие которого в пространственном различении постепенно изменяется. Вначале весь комплекс пространственно-двигательных связей представлен весьма развернуто. Например, ребенок прислоняется спиной к предмету и только после этого говорит, что предмет этот расположен сзади; касается рукой предмета, находящегося сбоку, и лишь затем говорит, с какой стороны от него — с правой или с левой — расположен данный объект, и т. п. Иначе говоря, ребенок практически соотносит объекты с чувственно данной ему системой отсчета, каковой являются различные стороны его собственного тела.

Непосредственное передвижение к объекту для установления контактной близости с ним заменяется позднее поворотом корпуса, а затем указательным движением руки в нужном направлении. Далее на смену широкому указательному жесту приходит менее заметное движение руки. Указательный жест сменяется легким движением головы и, наконец, только взглядом, обращенным в сторону определяемого предмета. Так, от практически действенного способа пространственной ориен-

тации ребенок переходит к другому способу, в основе которого лежит уже зрительная оценка пространственной размещенности предметов относительно друг друга и определяющего их субъекта. В основе такого восприятия пространства лежит опыт непосредственного передвижения в нем. С приобретением опыта пространственной ориентации у детей происходит интеллектуализация внешне выраженных двигательных реакций. Процесс постепенного их свертывания и переход в план умственных действий есть проявление общей тенденции развития умственного действия из материализованного, практического.

Особенности ориентации детей на местности

С развитием пространственной ориентации изменяется, совершенствуется и характер отражения воспринимаемого пространства.

Восприятие внешнего мира пространственно расчленено. Такая расчлененность «навязана» нашему восприятию объективным свойством пространства — его трехмерностью. Соотнося расположенные в пространстве предметы с различными сторонами собственного тела, человек как бы расчленяет его по основным направлениям, т. е. воспринимает окружающее пространство как местность, соответственно расчлененную на различные зоны: переднюю (правостороннюю, левостороннюю) и заднюю (тоже правостороннюю и левостороннюю). Но как же ребенок приходит к такому восприятию и пониманию? Каковы при этом возможности дошкольников?

Вначале объектами, расположенными впереди, сзади, справа или слева от себя, ребенок считает лишь те, что непосредственно примыкают к соответствующим сторонам его тела или максимально приближены к ним. Следовательно, площадь, на которой ориентируется ребенок, вначале крайне ограниченна. Сама ориентировка осуществляется в этом случае в контактной близости, т. е. в буквальном смысле слова на себе и от себя.

В 3 года у детей появляется возможность зрительной оценки расположения объектов относительно исходной точки отсчета. Границы отражаемого пространства как бы отодвигаются от самого ребенка, однако определение объектов, расположенных впереди, сзади, справа или слева, связывается с представлением о крайне узких участках пространства, непосредственно примыкающих к сагиттальной и фронтальной линиям. Это как бы прямые линии на местности, идущие перпендикулярно каждой из сторон субъекта, в котором зафиксирована точка отсчета. Положение объекта под углом 30—45° в передне-правой, например, зоне не определяется ребенком ни как впереди, ни как справа расположенным. «Это не впереди, а побочее»,— обычно говорят в таких случаях дети или: «Это не справа, а немножко кпереди» и т. п. Пространство, воспринимаемое вначале диффузно, теперь как бы делится на участки.

В 5 лет площадь выделенных ребенком участков: переднего, заднего, правого, левого — постепенно увеличивается. Все более возрастает степень их удаленности по той или иной линии (фронтальной или сагиттальной). Теперь даже удаленные объекты определяются ребенком как расположенные впереди или сзади, справа или

слева от него. Увеличивается постепенно и площадь выделенных участков от сагиттальной и фронтальной линий, происходит как бы их сближение. Постепенно местность начинает осознаваться ребенком как целое в ее непрерывном единстве. Каждый участок или зона еще абсолютизируется и определяется как передний, задний, правый или левый, которые вначале строго изолированы друг от друга. Возможность взаимопереходов пока исключается.

Позднее ребенок выделяет преимущественно две зоны: или правую и левую, или переднюю и заднюю. В каждой из них выделяется еще два участка (или две стороны): в передней, например, зоне — участок, расположенный впереди справа и впереди слева; в задней — расположенный сзади справа и сзади слева. Если выделены правая и левая зоны, то участками в них будут: участок, расположенный справа впереди и справа сзади; тоже — слева впереди и слева сзади. Промежуточные точки пространства теперь четко обозначаются ребенком: это впереди справа и впереди слева и т. д. Овладев словесным обозначением, ребенок точнее ориентируется в пространстве, лучше осмысливает расчлененность воспринимаемого единого пространства по основным направлениям. Дети выделяют различные зоны и участки внутри каждой из них, допуская при этом возможности взаимоперехода и некоторой подвижности их границ. Изучение развития детей дошкольного возраста до обучения показало, что самого высшего уровня достигают лишь отдельные дети 6—7 лет. Но при условии обучения он становится доступным для всех детей 6 лет.

Особенности восприятия детьми дошкольного возраста пространственного расположения предметов «от себя» и «от объектов»

Этапы пространственной ориентации «на себе», «от себя» и «от объектов» не сменяют друг друга, а сосуществуют, вступая в сложные диалектические взаимоотношения. Выше уже указывалось, что ориентировка «на себе» не только определенная ступень, но и непременное условие и при ориентировке в расположении предметов как «от себя», так и «от объектов». Определяя расположение предметов, человек постоянно соотносит окружающие предметы с собственными координатами. Это особенно отчетливо делает ребенок, чтобы определить правое и левое от человека, стоящего напротив: ребенок прежде всего определяет данные стороны «на себе», затем совершает мысленный поворот на 180° и, встав в позицию напротив стоящего человека, определяет его правую и левую сторону. Только после этого ребенок сможет определить пространственное расположение справа и слева от другого человека. Следовательно, ориентировка «на себе» является исходной.

Ориентировка «от себя» предполагает умение пользоваться системой, когда началом отсчета является сам субъект, а ориентировка «от объектов» требует, чтобы началом отсчета был тот объект, по отношению к которому определяется пространственное расположение других предметов. Для этого необходимо уметь вычленять различные стороны этого объекта: переднюю, заднюю, правую, левую, верхнюю, нижнюю.

Развитие пространственной ориентации в расположении предметов «на себе», «от себя», «от другого объекта» и происходит

в период дошкольного возраста. Показателем ее развития у детей может служить постепенный переход от использования ребенком системы с фиксированной точкой отсчета («на себе») к системе со свободно перемещаемой точкой отсчета («на других объектах»).

Особенности восприятия детьми дошкольного возраста пространственных отношений между предметами

Как же протекает развитие восприятия и отражения пространственных отношений между предметами у детей в дошкольном возрасте?

На первом этапе пространственные отношения еще не выделены ребенком. Окружающие предметы он воспринимает как отдельные, не осознавая при этом пространственных взаимосвязей, существующих между ними. Так, многие дети в возрасте 3—5 лет определяют различные пространственные группы предметов как адекватные на основе лишь признака общности входящих в них предметов. Например, на двух карточках изображены три одинаковых предмета, которые различно расположены относительно друг друга. «Карточки одинаковые,— говорит ребенок,— здесь мишка и здесь тоже мишка, тут зайчик и тут, матрешка и вот матрешка ...» Ребенок видит одинаковые предметы, но он как бы не замечает еще пространственных отношений в расположении этих предметов, а потому не видит различий между карточками.

На эту же особенность восприятия указывалось выше, когда при воспроизведении множеств приемом наложения дети руководствовались лишь изображением предметов, не замечая пространственных отношений между ними, поэтому прием приложения элементов одного множества к другому оказывался для детей более сложным.

Второй этап характеризуется первыми попытками восприятия пространственных отношений. Однако точность оценки этих отношений еще относительна. Например, дальность расположения объекта от принятой точки отсчета еще весьма затрудняет ребенка, пространственные отношения сравнительно близко расположенных друг к другу предметов воспринимаются как «непрерывность». Например, располагая игрушки по прямой или по окружности, ребенок тесно прижимает их друг к другу. В этом проявляется его стремление установить контактную близость при расположении предметов рядом, друг за другом, напротив и т. п. Поэтому при воспроизведении множества приемом приложения ребенок пытается воспроизвести не столько количество, сколько близость элементов друг к другу. Его оценка пространственных отношений еще весьма диффузна, хотя сами они ему уже небезразличны.

Третий этап характеризуется дальнейшим совершенствованием восприятия пространственного расположения предметов. На смену определения пространственных отношений приемом контактной близости приходит дистантная, зрительная оценка этих отношений. Большую роль в правильной оценке отношений между предметами

играет слово, которое способствует более точной их дифференцировке. Усвоение детьми значения пространственных предлогов и наречий позволяет более точно осмысливать и оценивать расположение объектов и отношений между ними.

Познание ребенком пространства и ориентировка в нем — процесс сложный и длительный, а развитие у детей пространственных представлений требует специального обучения. Его основой должно быть прежде всего накопление знаний о предметах окружающего мира в их пространственных отношениях. Восприятие пространства не ограничивается лишь накоплением чувственного опыта. С возрастом развивается стремление к более точному определению пространственных отношений, численному их выражению. Чисто сенсорный опыт восприятия пространства перестраивается в логическое его познание посредством измерения. Большое значение для формирования механизма вторично сигнальной регуляции пространственного различения имеет словарная работа и воспитание культуры речи как на специальных занятиях (по математике, по развитию речи, изобразительной деятельности, на физкультурных), так и в играх детей, в их повседневной жизни.

§ 2. Методика формирования пространственных представлений и практических ориентировок у детей дошкольного возраста

Генезис отражения пространства является научной основой для целенаправленного педагогического руководства процессом формирования пространственных представлений у детей дошкольного возраста. Основная задача этой работы — совершенствование чувственного опыта пространственного различения и на этой основе создание базы для отражения пространства в понятийно-логической форме. Система работы (Т. А. Мусейибова) по развитию у дошкольников пространственных представлений включает:

1) ориентировку «на себе»; освоение «схемы собственного тела»;

2) ориентировку «на внешних объектах»; выделение различных сторон предметов: передней, тыльной, верхней, нижней, боковых;

3) освоение и применение словесной системы отсчета по основным пространственным направлениям: вперед — назад, вверх — вниз, направо — налево;

4) определение расположения предметов в пространстве «от себя», когда исходная точка отсчета фиксируется на самом субъекте;

5) определение собственного положения в пространстве («точки стояния») относительно различных объектов, точка отсчета при этом локализуется на другом человеке или на каком-либо предмете;

6) определение пространственной размещенности предметов относительно друг друга;

7) определение пространственного расположения объектов при

ориентировке на плоскости, т. е. в двухмерном пространстве; определение их размещенности относительно друг друга и по отношению к плоскости, на которой они размещаются.

Работа с самыми маленькими детьми начинается с ориентировки в частях своего тела и соответствующих им пространственных направлений: впереди — там, где лицо, позади (сзади) — там, где спина, справа (направо) — там, где правая рука (та, которой держат ложку, рисуют), слева (налево) — там, где левая рука. Особо важной задачей является различение правой и левой руки, правой и левой части своего тела.

На основе знания своего тела, т.е. ориентируясь «на себе», становится возможна ориентировка «от себя»: умение правильно показывать, называть и двигаться вперед — назад, вверх — вниз, направо — налево. Ребенок должен устанавливать положение того или иного предмета по отношению к себе (впереди меня — стол, позади — шкаф, справа — дверь, а слева — окно, вверху — потолок, а внизу — пол).

Старших дошкольников знакомят с правилами уличного движения: по какой стороне тротуара следует идти, как переходить улицу, обходить стоящий на остановке транспорт (трамвай, троллейбус, автобус), входить и выходить из него и т. д. Освоение этих правил (алгоритмов) прежде всего связано с дифференцировкой «правого» и «левого» и других пространственных направлений.

«Выпускники» детского сада должны не только безошибочно устанавливать направления движений, пространственные отношения между собой и предметами, между самими предметами, но и свободно ориентироваться на листе бумаги.

В процессе обучения дети осваивают значения предлогов и наречий, отражающих пространственные отношения. Одна группа предлогов отражает многообразие пространственных отношений между предметами, между человеком и предметами, указывает на положение предмета среди других. Вторая группа — передает направление движения к тому или иному предмету или указывает на расположение предмета в процессе движения.

К первой группе относятся предлоги *на, в, сзади, впереди, за, напротив* и др. Внутри этой группы имеются свои отличия, передающие оттенки пространственных отношений между предметами. Особенно широко и многообразно используются в речи предлоги *на* и *в*. Предлог *на* отражает положение предмета на поверхности другого, а предлог *в* — внутри чего-либо (*Лампа на столе. Тетрадь лежит в ящике стола. Фамилия ученика пишется на обложке тетради. Ученик записал цифры в тетради* и т. д.). Но с помощью этих же предлогов указывается место нахождения человека, животного, предмета в пространстве (*Грибы растут в лесу, яблоки растут в саду. Сережа стоит в кругу детей. Дети играют на полу. Дети катаются на льду. Дача стоит на берегу озера* и т. д.); передается передвижение на некоторых видах транспорта (*Папа приехал на мотоцикле, а мама на поезде*).

Пространственные отношения между предметами отражаются с помощью предлогов *под, над, впереди, перед, за, сзади.* С одной стороны, они показывают положение одного предмета по отношению к другому, а с другой стороны, и направление движения по отношению к другому предмету (*Лампа висит над столом. Мяч закатился под стул* и др.). Эти же предлоги передают динамику движения, его направления к другому предмету (*Задвиньте стульчики под стол после еды. Ты уронил ложку под стол. Полку для мыльницы повесили над умывальником* и т. д.).

У предлогов *перед, сзади,* несмотря на то что они указывают противоположные пространственные отношения между предметами, имеется общий оттенок — они указывают на близость одного предмета к другому (*Перед ребенком стоит чашка с молоком. Перед домом сад. Пуговицы на платье пришиты сзади. У ящика надо сзади сделать отверстие* и др.). Наоборот, в другой паре предлогов — *впереди* и *за,* также отражающих противоположные отношения между предметами, общность состоит в том, что в них подчеркивается некоторая отдаленность и непосредственная близость в расположении предметов (*Впереди колонны пионеров несут знамя. Впереди трамвая шел автобус. Сарай построили за домом*).

Пространственное расположение человека или предмета лицом, лицевой стороной (фасадом) к другому человеку или предмету выражается предлогом *против (напротив),* при этом указывается на близость расстояния между ними (*Новый детский сад открылся напротив нашего дома. Столы в групповой комнате пришлось расположить против окна. Дети построились в два ряда напротив друг друга*).

Местонахождение человека, предмета в окружении других предметов или лиц указывается с помощью предлогов *среди, вне, посреди (Среди детей стояла воспитательница. В коробке среди квадратов нашли треугольник. Дети сделали круг посреди комнаты).* На расположение чего-либо в центре указывают предлоги *между, вокруг (Зина встала между Сережей и Ниной. Стулья поставили вокруг стола. Подарки детям положили вокруг елки).*

Ко второй группе относятся предлоги, с помощью которых передается направление движения в пространстве. В предлогах *к, из-за* отражается направление движения к тому или иному предмету или, наоборот, движение изнутри предмета (*Девочка идет к маме. Девочка вышла из кабинета врача. Подойди к заведующей детским садом. Миша достал лото из шкафа. Молоко перелили из бутылки в стакан. Из-за дерева выглянула чья-то голова*).

Движение же по поверхности передается с помощью предлогов *по, через.* Но отличие между этими предлогами состоит в том, что предлог *по* не указывает определенного направления, в то время как предлог *через* передает как бы путь движения по какой-либо замкнутой территории (*Мы шли по лесу. Домой возвращались через лес. Дети сначала шли по тротуару, затем перешли через улицу, перепрыгнули через канавки и пошли прямо по дороге*).

Предлоги *вдоль* и *поперек* указывают на расположение предметов в процессе движения или какого-либо действия (*Мы шли вдоль реки. Стулья расставили вдоль стены. Кусты сирени мы посадили вдоль забора. Поперек дороги лежало бревно. Кукла лежала поперек кровати* и др.).

Кроме предлогов, для обозначения пространственных отношений используются наречия. Одни из них показывают направление движения и отвечают на вопрос «куда?» (*сюда, туда, налево, влево, направо, вправо, вперед, назад, наверх, вверх, вниз, внутрь, наружу* и т. п.), другие же указывают направление движения, но обратного характера и отвечают на вопрос «откуда?» (*отсюда, оттуда, слева, справа, спереди, сзади, сверху, снизу, изнутри, снаружи, извне, издалека, отовсюду* и т. д.).

Третья группа пространственных наречий обозначает место действия, отвечает на вопрос «где?» (*тут, там, здесь, слева, справа, впереди, сзади, позади, сверху, наверху, вверху, внизу, внутри, вне, снаружи, везде, всюду, повсюду* и др.).

Детей постоянно учат адекватно использовать в речи «пространственные» термины, осознавая их смысл. Осуществление этих задач, тесно связанных друг с другом, возможно в процессе целенаправленного обучения и в повседневной жизни.

В развитии пространственных представлений особую роль играют прогулки, экскурсии, подвижные игры, физкультурные упражнения и практическая ориентировка в окружающем: групповой комнате, помещении детского сада, на участке, улице и др. Специальные занятия дают возможность реализовать программные требования, уточнить, упорядочить и расширить детские представления. Задачи по развитию пространственных представлений обычно осуществляются на занятиях в форме упражнений или дидактических игр.

Работа на занятиях во всех возрастных группах по формированию пространственных представлений у детей включает ориентировку в трехмерном (основных пространственных направлениях) и двухмерном (на листе бумаги) пространстве. Главным на них является проведение тщательно подобранных, постепенно усложняющихся по линейно-концентрическому принципу упражнений, заданий-поручений, заданий-требований с предметами и без них. Вопросы, пояснения и разъяснения воспитателя в сочетании с показом, словесные отчеты детей о выполнении заданий, т. е. все многообразие приемов и методов обучения на занятиях направлено на различение, дифференциацию, осознание, точное словесное обозначение основных пространственных направлений в разных практически действенных ситуациях.

Прежде всего воспитатель учит малышей различать и называть части своего тела: глаза, уши, нос, подбородок, голову, грудь, спину, ноги, руки. Большое значение имеет выделение симметричных частей собственного тела и обозначение их словами *правая, левая*. Эти знания закрепляются в дидактических играх, например в игре «Кто правильно покажет и скажет?», содержание заключается в следующем: в гости к малышам приходит Петрушка или другой персонаж (роль выполняет воспитатель) и предлагает

детям поиграть — показать и назвать, где у них ноги, руки, правая (левая) рука, притопнуть правой (левой) ногой[1].

Особые трудности испытывают дети при дифференцировке правой и левой руки. Необходимо знакомить дошкольников с названием обеих рук одновременно, подчеркивая их различные функции: правой рукой держат ложку, а левой — кусочек хлеба или придерживают тарелку; в правой руке находится карандаш, которым рисуют, а левая прижимает лист бумаги, чтобы он не скользил, и т. д. Об этом воспитатель постоянно напоминает детям, развивая умение дифференцировать части тела.

На этой основе начинают целенаправленно формировать у детей опыт ориентировки в пространстве по основным направлениям. В процессе обучения различаемое ребенком направление пространства связывают с представлениями о сторонах собственного тела. Педагог организует многочисленные упражнения, в которых требуется воспроизведение направлений по названию, самостоятельное обозначение их словом, показ из статического положения, передвижение в указанном направлении, переход к их различению в процессе ходьбы и бега, при выполнении поворотов.

Например, воспитатель предлагает флажком указывать направления: вверх — вниз, вперед — назад, направо — налево; правой рукой показать вперед, левой — вниз, двумя — вверх и т. д. Проводятся упражнения в игровой форме типа «Скажи, где что находится»: ребенок должен назвать, что находится перед ним, что позади, что справа, что слева, что вверху, что внизу, что близко, что далеко.

Постепенно можно увеличивать количество предметов и степень их удаленности от ориентирующегося. Подбирая вначале упражнения только на парные и взаимосвязанные направления, затем следует их давать в любом порядке.

Другое усложнение заключается в том, что, выполнив поворот на 90° или 180°, ребенок опять должен назвать, где что находится. Таким образом осознается относительность пространственных отношений. До тех пор пока эта особенность недостаточно осознана детьми и навыки ориентировки у них непрочны, следует тщательно продумывать организацию упражнений. При этом воспитатель и дети размещаются так, чтобы можно было выполнять движение всем в одну сторону, одинаково воспринимая пространство.

Необходимо широко использовать упражнения, требующие дифференцировки основных пространственных направлений в процессе активного передвижения. Дети получают задание найти игрушки или какие-то предметы, а в словесной инструкции указывается направление поиска: «Направо пойдешь — мишку найдешь, налево пойдешь — матрешку найдешь и т. д.»[2]. Различные варианты таких игр-упражнений дожны предусматривать постепенное усложнение ориен-

---

[1] См.: **Метлина Л. С.** Занятия по математике в детском саду.— М., 1985.— С. 17.

[2] Игры-упражнения разработаны Т. А. Мусейибовой.

тировок: увеличение количества предметов, которые надо отыскать, выбор одного направления из нескольких, подсчет шагов, сложный маршрут движения к цели, состоящий из ряда направлений и ориентиров, и т. д. Для облегчения ориентировки в пространстве сложную словесную инструкцию можно давать по частям в ходе выполнения действия. Расчлененная подача инструкции необходима: 1) в работе с детьми младшего и среднего дошкольного возраста; 2) на начальных этапах обучения; 3) при необходимости исключить одностороннюю ориентацию на предметные ориентиры.

Постепенно в такие игры можно вводить куклу, другие предметы, однако главная роль остается у ребенка, который «водит» игрушку, отыскивая спрятанный предмет. В конце можно попросить ребенка дать словесный отчет: «Расскажи, как ты нашел эту игрушку». Это помогает ему осмыслить и отразить в речи свои действия. Следует проследить, чтобы дети не подменяли обозначение пространственных направлений предметными ориентирами. Такие игры проводятся вначале в групповой комнате или зале, а затем и на участке детского сада.

Двигаясь в соответствии с указаниями, меняя направление движения, делая различные повороты, дети упражняются в определении основных пространственных направлений. Во всех этих случаях ребенок ориентируется в пространстве «от себя». Площадь ориентировки необходимо постепенно увеличивать, а также повышать требования к темпу выполнения заданий, вводя в них элементы соревнования.

На основе четкой дифференцировки основных пространственных направлений необходимо предлагать детям задания на ориентировку с закрытыми глазами. С этой целью проводят игры типа «Жмурки». В них ориентировка совершается на чувственной основе, путем восприятия звуковых, предметных и других непосредственных сигналов. Сначала выполняется пробный ход с открытыми глазами, затем движение к цели, сохраняя направление, осуществляется с закрытыми глазами. В игру может вноситься дополнительный элемент — указание о направлении движения.

Упражнения по различению основных пространственных направлений должны сочетаться с определением местоположения объектов. Такая работа начинается рано и ведется на протяжении всего дошкольного возраста, включая накопление опыта восприятия и понимания пространственных отношений между предметами, развитие умений учитывать и трансформировать их в своей деятельности, овладение соответствующими предлогами и наречиями, т. е. комплексом категорий. Так как важнейшим условием понимания ребенком пространственных отношений между предметами является умение ориентироваться «на себе» и «на предметах», то педагогическое руководство должно быть направлено прежде всего на совершенствование этих способов ориентировки.

Детей учат выделять различные стороны у предметов: верхнюю и нижнюю, лицевую (переднюю) и тыльную (заднюю), боковые (правую и левую). Следует также учить дошкольников применять освоенную ими систему отсчета по основным направлениям для определения пространственной размещенности объектов.

Вначале детям доступны самые простые задания, требующие ориентировки на ограниченной площади при близкой размещенности предметов относительно друг друга. С этой целью проводятся различные дидактические игры, упражнения в игровой форме, игры-занятия, небольшие инсценировки, рассматривание картинок и иллюстраций, в которых внимание малышей привлекают к различным вариантам пространственных отношений между предметами, обучая правильно отражать их в речи, используя предлоги и наречия. Например, в поисках мяча, который куда-то закатился, мишка заглядывает *под стул, за шкаф, в угол* и т. д. Воспитатель при этом применяет некоторые приемы обучения: показ, вопросы, объяснения, которые помогают детям осмыслить пространственные отношения. Полезно ставить ребят в активную позицию, предлагая им размещать игрушки относительно друг друга в пространстве соответственно различным жизненным ситуациям (куклы встретились и разговаривают — поставить напротив друг друга; они поссорились и отвернулись друг от друга и т. д.). Пояснения воспитателя должны способствовать не только различению пространственных отношений, но и раскрытию их смыслового содержания (друг за другом,— значит, так стоят, как вы строитесь на гимнастику, напротив,— значит, лицом друг к другу и т. д.).

Затем дети сами выполняют упражнения, в которых требуется встать в строй или шеренгу и определить местоположение своих соседей, занять место справа (слева) от своего товарища, позади (впереди) и т. п. или отметить, что изменилось («Ира стояла впереди Саши, а теперь находится позади него» и т. п.).

При подборе заданий надо учитывать, что ребенку легче определить положение предмета или собственное местоположение в пространстве относительно другого человека (встать, например, впереди, сзади, справа или слева от товарища), нежели какого-либо предмета, или определить расположение предметов относительно друг друга.

Работа по определению пространственной размещенности объектов относительно друг друга может быть организована так: в разных углах комнаты воспитатель расставляет группы игрушек. Ребенок должен рассказать, что он видит, подойдя к данной группе предметов; например, в правом переднем углу сидит заяц, справа от него стоит конус с кольцами, а слева от зайца — стол для кукол, перед зайцем лежит морковка, а сзади зайца стоит елка и т. д. Предметы можно менять местами, а ребенок должен точно отражать в речи эти изменения.

В процессе обучения демонстрацию пространственных отношений между предметами, их различение следует сочетать с активным воспроизведением их детьми (воссоздать пространственное отношение между предметами по словесному указанию).

Понимание и применение слов, обозначающих пространственные отношения между предметами, является важным фактором, помогающим ребенку осмыслить свой чувственный опыт. Результатом такой работы должна стать свободная ориентировка в пространстве в

тех случаях, когда точка отсчета находится вне объекта и, перемещаясь, локализуется на любом объекте.

Необходимо научить детей ориентироваться не только в трехмерном пространстве, но и на плоскости, т. е. в двухмерном пространстве. Эта работа осуществляется также на протяжении всего дошкольного возраста. У малышей развивают умения проводить линии на листе бумаги сверху вниз и слева направо: «дождик», «дорожки», «ленточки» и т. п.

Развитие пространственных представлений и ориентировок успешно сочетается с формированием представлений о количестве, форме, величине: устанавливая отношения равенства или неравенства, дети раскладывают мелкий раздаточный дидактический материал на полосках (верхней или нижней) правой рукой и в направлении слева направо; размещают геометрические фигуры на листе бумаги: в центре (в середине) — круг, направо — треугольник, а налево — квадрат; создают упорядоченный ряд, раскладывая по размеру полоски на столе в разных направлениях, и т.д. Этой же цели служит работа с дидактическими картинками: описание расположения на них предметов, подбор парных картинок с однородными предметами, но по-разному расположенными. Например, на одной паре полосок бумаги нарисованы три игрушки в ряд: в центре — мишка, слева от него — машина, а справа — лодка; на другой паре в центре — машина, слева от машины — мишка, а справа — лодка и т. д., т. е. все три предмета меняются местами. Воспитатель, показывая одну из картинок, спрашивает, у кого такая же. Ребенок, имеющий парную, поднимает картинку, описывает ее и составляет с предъявленной пару. Важно, чтобы ребенок не только нашел парную картинку, но и описал пространственное расположение предметов.

В старшем дошкольном возрасте необходимо обратить особое внимание на развитие ориентировки детей на листе бумаги. Это не сразу дается ребенку. Многие дети оказываются недостаточно подготовленными к школе: не знают, где у листа бумаги верх, где низ. В этом следует поупражнять детей на занятиях. Прежде всего необходимо объяснить значение выражений *в центре, посередине, справа, слева, сбоку, по верхней, по нижней, по боковой стороне справа, по боковой — слева, левый (правый) верхний угол, левый (правый) нижний угол, верхняя (нижняя) строчка* и др., затем предложить ряд практических заданий на закрепление этих знаний.

Одним из эффективных приемов является так называемый «зрительный диктант». На первых этапах дети рассматривают готовую композицию орнамента, анализируют его и воспроизводят по памяти, пользуясь заранее заготовленными геометрическими фигурами. Может быть предложен другой вариант: дети создают орнамент под диктовку воспитателя. Педагог говорит, где какие фигуры следует разместить, но ничего не показывает. Например, положить квадрат на середину листа бумаги, вокруг разместить восемь треугольников (острым углом к квадрату), между треугольниками — маленькие круги, а над треугольниками — квадраты; в левом верхнем и нижнем углу разложить круги, соединив их между собой прямой линией. (Различные варианты зрительных диктантов даны на форзаце книги.)

На одном из подобных занятий дети могут самостоятельно создать орнаменты из готовых геометрических фигур, а затем рассказать, сколько каких фигур они брали и как их разместили.

На бумаге в клетку дети под диктовку воспитателя проводят отрезки, отсчитывая определенное количество клеток в указанном направлении. Если ребенок не допустил ошибок, то у него получится узор или рисунок.

На листе бумаги можно расположить цифры. Например, в центре положить цифру 5, справа от нее — 6, а слева — 4; над цифрой 5 (сверху) положить — 2, справа от нее — 3, а слева — 1; под цифрой 5 (внизу) надо положить — 8, справа от нее — 9, слева от цифры 8 — 7. Цифры оказались расположенными по порядку в три строки. Воспитатель предлагает назвать их, начиная с первой строчки, «читая» слева направо.

Аналогично проводятся игровые по форме упражнения по выкладыванию лучинок. Требует сложных ориентировок и дидактическая игра «Полет в космосе», в процессе которой по листу бумаги темного цвета (космос) ребенок перемещает кружок (космический корабль) в соответствии с указанным направлением (маршрутом космического корабля): из середины (центра) в левый верхний угол, затем в правый нижний и т. д.

Используя специально подобранный иллюстративный материал и прием «вхождения в картину», следует предлагать детям не только перечислить изображенные на ней предметы, но и определить их пространственное расположение, меняя последовательно точку зрения наблюдателя.

Наиболее сложные задания связаны с «чтением» графических изображений пространственных отношений и их моделированием детьми в виде рисунка, чертежа, плана, схемы и т. д. Такие упражнения выполняются на занятиях и в повседневной жизни в игровой форме, например: обставить кукле комнату как на рисунке, разведчикам найти спрятанный пакет, пользуясь картой, путешествие на игрушечном автомобиле в строгом соответствии с указанным маршрутом и т. д. Дети осваивают условные знаки для обозначения предметов (геометрические фигуры), пространственных направлений (линии, стрелки) и т. д. От использования готовых схем можно переходить к самостоятельному их составлению. При этом схематическое изображение соотносится с реальной пространственной ситуацией. Анализируя ее, ребенок произвольно трансформирует трехмерное пространство в двухмерное. На основе словесного описания, используя предметные и пространственные ориентиры, можно составлять планы-схемы пути из детского сада домой, в школу, в ближайший магазин и т. д. Практически проделывая путь, в план-схему вносятся уточнения, дополнения и т. д.

Таким образом, работа по развитию пространственных представлений у детей ведется в разных направлениях, с постепенным усложнением заданий. Это выражается (по данным Т. А. Мусейибовой):

а) в постепенном увеличении количества различных вариантов пространственных отношений между предметами, с которыми знакомятся дети;

б) в повышении точности различения их детьми и обозначения соответствующими терминами;

в) в переходе от простого распознавания к самостоятельному воспроизведению пространственных отношений на предметах, в том числе между субъектом и окружающими его объектами;

г) в переходе от ориентировки в специально организованной дидактической среде к ориентировке в окружающем пространстве;

д) в изменении способов ориентировки в пространственном расположении предметов (от практического примеривания или соотнесения объектов с исходной точкой отсчета к зрительной оценке их расположения на расстоянии);

е) в переходе от непосредственного восприятия и действенного воспроизведения пространственных отношений к осмыслению их логики и семантики;

ж) в возрастании степени обобщения знаний детей о конкретных пространственных отношениях;

з) в переходе от определения местоположения предмета относительно другого объекта к определению их расположения относительно друг друга.

Таковы основные этапы обучения детей дошкольного возраста по разделу «Ориентировка в пространстве» программы развития элементарных математических представлений. Реализация программных требований связана с разработкой системы упражнений как на занятиях, так и вне их с целью совершенствования навыков ориентировки в трехмерном и двухмерном пространстве.

Глава XVI. РАЗВИТИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ДЕТЕЙ О ВРЕМЕНИ

§ 1. Время и его особенности

Окружающий нас мир существует во времени. Время, как и пространство, является всеобщей формой существования материи. Из этого следует, что временные характеристики явлений — их продолжительность, частота, ритм и т. п. — универсальны по своей применимости для описания любых по природе процессов. Всякий процесс может быть охарактеризован своей временной структурой, имеет своеобразную временную «канву». Мы можем абстрагировать временные характеристики от предметного содержания точно также, как отвлекаемся от вещественных характеристик некоторого объекта, от его материала, массы, цвета при изучении формы предмета.

Итак, время объективно выступает как особая характеристика протекания реальных процессов по ритму, темпу, по последовательности и длительности. То, что мы называем восприятием времени, и есть не что иное, как отражение в сознании человека объективного времени.

Явления объективной действительности характеризуются определенной длительностью, поэтому восприятие времени — это прежде

всего отражение продолжительности явлений объективного бытия, их течения в пределах того или иного отрезка времени.

Восприятие времени, с другой стороны, отражение быстроты протекания объективных процессов, их темпа.

В существующем объективно времени события следуют одно за другим, поэтому восприятие времени отражает последовательность явлений, событий, действий.

Как и во всяком восприятии, основу составляет чувственное восприятие времени. Специального анализатора времени не существует. Различные свойства времени отражаются определенным комплексом анализаторов при ведущей роли какого-то из них. И. М. Сеченов особое значение придавал слуховым и мышечным ощущениям, считая, что «только звук и мышечное ощущение дают человеку представления о времени, притом не всем своим содержанием, а лишь одною стороною, тягучестью звука и тягучестью мышечного чувства»[1]. Поэтому слух и мышечное чувство И. М. Сеченов называл дробным анализатором времени и пространства.

У человека ориентировка во времени имеет две различные, взаимно дополняющие друг друга формы отражения. Одна из них — это непосредственное ощущение длительности, на базе чего образуются условные рефлексы. Другая — собственно восприятие времени, наиболее сложная и совершенная форма отражения, которая, развиваясь на общей органической основе, тесно связана с обобщающей функцией второй сигнальной системы.

Непосредственное восприятие временной длительности выражается в нашей способности чувствовать ее, оценивать и ориентироваться во времени без всяких вспомогательных средств. Эту способность называют «чувством времени». В разных видах деятельности «чувство времени» выступает то как чувство темпа, то как чувство ритма, то как чувство скорости или длительности. В формировании этого чувства определенную роль играет накопленный опыт дифференцировки времени на основе деятельности многих анализаторов. Но «чувство времени» наряду с чувственным восприятием включает и логические компоненты: знание мер времени. Таким образом, «чувство времени» опирается на взаимодействие первой и второй сигнальных систем.

«Чувство времени» может находиться на разных ступенях развития. В раннем возрасте оно формируется на основе чувственного опыта без опоры на знание эталонов времени. Младенец кричит, так как настало время кормления. У него еще нет обобщения «чувства времени», оно остается связанным только с той конкретной деятельностью, в которой оно сформировалось, т. е. имеет сравнительно узкую сферу применения. Овладение же мерами времени и применение их дает возможность пользоваться «чувством времени» более широко, в разнообразных условиях.

---

[1] **Сеченов И. М.** Рефлексы головного мозга // Избранные произведения.— М., 1952.— Т. 1.— С. 77—78.

«Чувство времени» развивается и совершенствуется в процессе специально организованных упражнений и усвоения способов оценки времени. В таких случаях оно начинает играть роль регулятора деятельности.

Итак, с одной стороны, развивающееся восприятие времени опирается на чувственную основу, а с другой — на освоение общепринятых эталонов оценки времени. Чувственному восприятию времени способствуют все основные процессы нашей органической жизни, обладающие строгой периодичностью (ритм дыхания, биение сердца и др.). Точно так же весь ритм ежедневной жизни человека способствует выработке условных рефлексов на время.

Огромна роль и второй сигнальной системы в формировании представлений о времени, в оценке временных интервалов. Слово создает возможность определять различные отрезки времени в принятых мерах, их темп, ритм, последовательность и периодичность.

Основой восприятия времени является система перцептивных действий, формирующих образ. В восприятии времени участвуют три перцептивных действия: оценка, отмеривание и воспроизведение временного интервала. При оценке человек словесно определяет продемонстрированный ему интервал (например, одна минута). При отмеривании сам оценивает названный ему интервал. При воспроизведении повторяет продемонстрированный ему интервал.

Наименьшей точностью характеризуется словесная оценка интервала времени. Самое же точное восприятие времени наблюдается при воспроизведении временного интервала. Это обусловлено тем, что при оценке и отмеривании человек внутренне сличает воспринимаемый интервал с эталоном, хранящимся в памяти, а при воспроизведении, кроме внутреннего сличения, имеется возможность сопоставлять с продемонстрированным материалом, т. е. человек имеет дело уже с двойным эталоном.

Таким образом, можно говорить об особой роли слова в восприятии и оценке времени.

§ 2. Восприятие времени детьми разного возраста

Психологи обычно отмечают трудности в восприятии времени и относительно позднее развитие временных представлений у детей дошкольного возраста.

К причинам, обусловливающим эти трудности, относят специфические особенности времени как объективной реальности: его текучесть (любая единица времени не может быть воспринята одновременно в ее начале и конце), его необратимость, невозможность вернуть прошедшее и поменять местами настоящее и будущее. Все это в значительной степени усложняет восприятие времени детьми.

Время не имеет наглядных форм, не подлежит чувственному созерцанию, поэтому воспринимается оно опосредованно, через движение или какую-то деятельность, связанную с определенным временем, или через чередование каких-то постоянных явлений.

Сложно для детей и понимание смысла слов, обозначающих временные отношения в силу их относительного характера. Что означают, например, слова *теперь — сейчас* или *сегодня — вчера — завтра*? При тождественности значений этих временных обозначений конкретный момент реальности, на которой они указывают, непрерывно передвигается. Это обстоятельство составляет те трудности, с которыми дети не сразу могут справиться.

Поэтому дошкольники часто спрашивают взрослых: «Сейчас уже завтра или еще сегодня?», «Сегодня — это завтра?» и т. п.

Однако С. Л. Рубинштейн утверждал, что не следует преувеличивать недоступность временных представлений для детей и что относительно позднее их развитие бывает тогда, когда «не уделяется достаточного внимания их выработке».

Большую роль в восприятии времени детьми играют ритмичные процессы жизнедеятельности, с их правильным чередованием работы и покоя. Вероятно, ребенок как-то ощущает и цикличность деятельности организма, и ритмичность деятельности внутренних органов. На фоне непрекращающейся деятельности сердцебиения, дыхания, пищеварения происходят постепенные изменения в виде большей или меньшей усталости, сильного или слабого раздражения — это и дает ощущение времени, начинающееся так же рано, как чувство жажды, голода, боли, т. е. с момента рождения. Ребенок замечает, что лица людей то исчезают, то появляются, просьбы его исполняются с различной быстротой — каждая требует своего времени. Всякое движение самого ребенка также требует времени, есть короткие приятные занятия, есть занятия, от которых он устает. Некоторые явления регулярно повторяются (еда, сон и т. п.), поэтому на ожидание их у ребенка вырабатываются условные рефлексы. Практической ориентировке во времени содействует четкий режим жизни, в котором постоянно чередуются те или иные процессы, наполненные близким и жизненно значимым для ребенка содержанием.

Примерно с полутора лет начинается речевое отражение категорий времени. Первоначально появляются наречия, определяющие временную последовательность: *сейчас, сначала, теперь*. Дети еще плохо владеют грамматическими формами прошедшего и будущего времени, поэтому они смешивают такие временные наречия, как *теперь, сейчас, потом*.

Как же воспринимает время ребенок дошкольного возраста? Для детей дошкольного возраста время уже не исчерпывается настоящим. Короткое время включается в другое, более длинное и общее, к пониманию его длительности ребенок подходит уже не ощущением, а размышлением о чем-то таком, что существует вместе с событиями, но и как бы отдельно от них. У дошкольников образуется ясное для конкретных событий представление о прошедшем, настоящем и будущем. Многие педагоги отмечают этот чисто конкретный характер временных представлений дошкольников. О днях, месяцах, часах дети говорят как о предметах и даже олицетворяют время: «Куда ушло вчера?»

Для конкретизации временных отношений, объективность которых дети долго не могут понять, они используют любые факты, которые в их опыте оказались связанными с определенными показателями времени. Например: «Папа, почему ты пришел! Разве уже вечер?» Дети 3—5 лет устанавливают связь между постоянно повторяющимися фактами и соответствующими показателями времени: «Утро — когда встаем, вечер — когда из сада домой забирают».

По мере накопления опыта ориентировки во времени дети устанавливают более существенные признаки, как показатели времени начинают использоваться некоторые объективные явления: «Сейчас уже утро, светло, солнышко встает, а ночь — это когда темно и все спят».

Младшие дошкольники уже более четко локализуют во времени события, обладающие отличительными качественными признаками, эмоциональной привлекательностью, хорошо им знакомые: «Елка — когда зима, поедем на дачу, когда лето» и др.

Как же практически отражается категория времени в речи детей дошкольного возраста? Наиболее доступными, первоначальными речевыми выражениями категории времени являются нерасчлененные временные отношения. Они обозначаются словами *сначала, потом, раньше, позже,* затем ребенок начинает пользоваться словами *давно* и *скоро*.

Дети 6—7 лет уже активно пользуются временными наречиями. Но не все временные категории осознаются ими и правильно отражаются в речи: лучше усваиваются наречия, обозначающие скорость и локализацию событий во времени, хуже — наречия, выражающие длительность и последовательность. Однако несколько обучающих занятий, раскрывающих значение наиболее трудных для детей временных наречий, уточняют их понимание. Отсюда следует вывод: процесс речевого выражения временных понятий у детей 5—7 лет находится в стадии непрерывного развития, которое протекает особенно интенсивно, если этим процессом управлять. Однако тонкая дифференцировка временных отношений в дошкольном возрасте формируется еще медленно и в значительной степени зависит от общего умственного и речевого развития детей.

Характер представлений детей дошкольного возраста о времени связан с пониманием ими свойств времени, овладением временными понятиями (на рассвете, в сумерки, в полдень, в полночь, сутки, неделя, месяц, год), умением ориентироваться во времени суток по природным явлениям, представлением о причинно-временных зависимостях ритмичных природных явлений, о продолжительности секунды, минуты и часа и умениями определять время на часах, оценивать временные интервалы.

Опыт обучения показывает, что в процессе организации педагогического воздействия в детском саду и в семье дети усваивают лишь некоторые из перечисленных временных представлений и умений ориентироваться во времени. Уровень этих знаний невысок. Разные по значению временные понятия часто совмещены. Например, дети не чувствуют разницы в словах *рассвет* и *сумерки*, обозначающих переходные периоды от ночной тьмы к дневному свету. Значения слов *полночь* и *полдень* не воспринимают как обозначение моментов равного деления дня и ночи. Дети смешивают понятия «день» и «сутки», не могут назвать всех частей суток, не знают, что день — это часть суток.

Большинство детей не замечают различий в окраске небосклона в разные периоды суток, не могут установить и последовательность частей суток. В их представлении сутки кончаются ночью, а утром начинаются. Таким образом, у некоторых детей имеются неправильные представления об обособленности каждых суток и их прерывности.

Часто дошкольники не знают названий дней недели, не могут определить их последовательность. В запоминании дней недели наблюдается неравномерность, лучше запоминаются дни, имеющие выраженную эмоциональную окраску для ребенка. Эта особенность проявляется и в запоминании детьми названий месяцев.

Недостаточны знания даже старших дошкольников о способах измерения времени (с помощью календаря, часов). Названия интервалов времени (минута, час) остаются для детей чисто словесными, абстрактными, так как еще не накоплен жизненный опыт деятельности в течение этих отрезков времени.

Могут ли дети оценивать длительность небольших отрезков времени в процессе выполнения разнообразной деятельности?

Опыт показывает, что дошкольники способны оценивать длительность одной минуты, но эта оценка зависит от характера деятельности в данный промежуток времени. Положительные эмоции у детей, возникающие в процессе интересной деятельности, вызывают желание продлить приятный момент. Поэтому при оценке времени, заполненного событиями интересного и богатого содержания, ребенок допускает переоценку малого времени, которое протекает незаметно и его длительность кажется меньше. Время, заполненное однообразной, мало интересной деятельностью, кажется ребенку более длительным. Влияние этих субъективных факторов может быть значительно ослаблено в результате развития у детей «чувства времени», точность оценки различных временных интервалов под воздействием специально организованных упражнений совершенствуется.

Итак, имеющиеся у детей знания о времени неполны, единичны, не взаимосвязаны и статичны. Это объясняется тем, что эпизодические занятия (проводимые с дошкольниками преимущественно словесными методами), на которых детей знакомят с признаками частей суток, заучивают последовательность дней недели, месяцев, не дают им необходимых знаний о времени — о его текучести и необратимости, о ритме, темпе и периодичности. Получаемые детьми сведения остаются на поверхности сознания, не раскрывают временных отношений.

§ 3. Ознакомление детей со временем в разных возрастных группах

Время воспринимается ребенком опосредованно, через конкретизацию временных единиц и отношений в постоянно повторяющихся явлениях жизни и деятельности. Большей точностью отличаются представления детей о таких промежутках времени, навык

различения которых формируется на основе личного опыта. Поэтому детей надо знакомить с такими интервалами времени, которыми можно измерять и определять длительность, последовательность, ритмичность их действий, разнообразных видов деятельности.

Все меры времени (минута, час, сутки, неделя, месяц, год) представляют определенную систему временных эталонов, где каждая мера складывается из единиц предыдущей и служит основанием для построения последующей. Поэтому знакомство детей с единицами измерения времени должно осуществляться в строгой системе и последовательности, где знание одних интервалов времени, возможность их определения и измерения служили бы основанием для ознакомления со следующими и раскрывали детям существенные характеристики времени: его текучесть, непрерывность, необратимость.

Возникает вопрос: в какой именно последовательности знакомить детей с этими мерами времени, с какой меры начать?

В повседневном домашнем обиходе и в детском саду у детей рано складываются более или менее определенные представления о реальной продолжительности таких промежутков времени, как утро, день, вечер, ночь. Следовательно, воспитатель имеет возможность уточнить и конкретизировать знания детей о частях суток, формировать навыки распознавания и умения называть эти части суток уже в младшей группе.

В средней группе необходимо углублять и расширять эти знания и давать представления о последовательности частей суток и о сутках в целом, знакомить с чередованием трех суток и значением слов *вчера, сегодня, завтра.* В старшей и подготовительной к школе группе на основе имеющихся у детей знаний можно знакомить их при помощи календаря с неделей, месяцами, годом. Параллельно надо развивать и само чувство времени, начать знакомить с длительностью таких мер времени, как 1 минута, 3, 5, 10 минут, полчаса и час. Научить пользоваться такими приборами измерения времени, как песочные и обычные часы.

Наряду с этим надо учить детей самостоятельно вычленять временную последовательность в рассматриваемых явлениях, действиях, а также самостоятельно восстанавливать ее или устанавливать заново.

§ 4. Методика формирования временных представлений в разных возрастных группах детского сада

Ознакомление с частями суток

Сутки принято делить на четыре части: утро, день, вечер, ночь. Такое деление, с одной стороны, связано с объективными изменениями, происходящими в окружающей среде в связи с различным положением солнца, освещенностью земной поверхности, воз-

душного пространства, появлением и исчезновением луны, звезд, а с другой стороны, со сменой видов деятельности людей в разные части суток, с чередованием труда и отдыха. Продолжительность каждой части суток бывает различной, поэтому их смена принята условно.

Ознакомление детей с частями суток согласно «Программе воспитания и обучения в детском саду» начинается со второй младшей группы. В этом возрасте надо научить детей различать и обозначать словами все четыре части суток.

Конкретным определителем времени для детей является их собственная деятельность. Поэтому, обучая детей, надо насыщать части суток конкретными, существенными признаками детской деятельности, называя соответствующее время.

Какие же виды деятельности рекомендуется использовать в качестве показателей разных частей суток? Среди разнообразных видов деятельности, которые ежедневно повторяются в режиме дня ребенка, есть постоянные, имеющие место только один раз в сутки, в определенное время: это приход в детский сад, зарядка, обед, послеобеденный сон и т. п. Есть и вариативные виды деятельности, повторяющиеся несколько раз в течение дня, в разные части суток: игра, умывание, одевание и раздевание, прогулка и т. п. Они также могут быть использованы в качестве показателей частей суток.

Ознакомление с частями суток следует начать с беседы о личном, конкретном опыте детей. Воспитатель может задать такие вопросы: «Дети, вы просыпаетесь дома, когда мама скажет, что пора вставать, уже утро! Что вы делаете дома утром? Когда вы приходите в детский сад? Что вы делаете утром в детском саду?»

В конце беседы педагог обобщает: «В детском саду вы каждый день делаете гимнастику, завтракаете. Потом проводится занятие. Все это происходит утром. Сейчас утро, и мы занимаемся». Такие беседы проводятся на занятиях по математике, при этом особое внимание уделяется упражнению детей в правильном обозначении словами частей суток. В повседневной жизни важно упражнять детей в использовании названий частей суток, в соотнесении действий с определенным временем суток.

Закрепление умений определять части суток следует осуществлять на занятиях, показывая детям картинки с изображением постоянных видов деятельности, характерных для каждой части суток (можно использовать картинки сказочного содержания), и обсуждая вопрос: «Когда это бывает?» На последующих занятиях задание усложняют, предложив выбрать из нескольких картинок те, на которых нарисовано, что бывает в какой-либо один из периодов суток (утром, днем, вечером или ночью).

Для закрепления знаний детей полезно чтение отрывков из рассказов, стихотворений, в которых описываются характерные для каждой части суток практические действия. Можно использовать и наиболее простые словесные игры для активизации словаря за счет названий частей суток. Например, в игре «Назови пропущенное слово» воспитатель в предложении пропускает название части суток: «Мы завтракаем утром, а обедаем...?»

В средней группе надо закрепить у детей умения называть части суток, углубить и расширить их представления об этих отрезках времени, постоянно обращая внимание на разнообразные явления, характерные для каждой части суток. Здесь уже можно показать, что происходит и чем занимаются утром, днем, вечером и ночью не только сами дети, но и взрослые. С этой целью можно использовать картинки с более широким содержанием: школьники утром идут в школу, салют на фоне вечернего города, люди выходят вечером из театра и др. Рассматриваются и серии картинок, на которых изображено все, что бывает, например, вечером (дети уходят из детского сада, играют дома, наблюдают вечернюю улицу с балкона, бабушка читает книжку ребенку, лежащему в постели). Полезно предложить самим детям из набора выбрать все картинки, на которых нарисовано то, что бывает днем.

Показ разнообразной деятельности, характерной для каждой из частей суток, может осуществляться и посредством игр. Это игры-путешествия в утро, день, вечер и ночь. Начать игру можно словами: «Мы с вами как будто пойдем на прогулку по улице утром и во время нашего путешествия будем смотреть, кто что делает. Мы вышли из дома и увидели чистые, политые водой мостовые. Кто это рано утром убрал улицы?»

В ходе таких игр дети закрепляют навык в определении частей суток, свободного включения в речь их названий.

После того как дети научатся определять части суток по разнообразной деятельности, их внимание следует сосредоточить на объективных показателях, символизирующих время (положение солнца, степень освещенности земли, цвет неба и др.). С этой целью надо организовать на прогулках наблюдения за этими явлениями. Поскольку восход и заход солнца в условиях города увидеть сложно, а серый цвет неба часто сохраняется длительно, можно использовать карточки с изображением цвета неба и положением солнца в различные части суток. На первой карточке изображено утро: голубое небо, внизу видна часть солнечного круга с расходящимися лучами светло-желтого цвета. На второй — день: светлое голубовато-желтое небо, в верхней части ярко-желтый круг солнца. Третья — вечер: серое небо, в нижней части ярко-оранжевый круг солнца без лучей. Четвертая — ночь: черное небо с месяцем и звездами. Все четыре карточки следует показывать детям одновременно и рассматривать, чем они отличаются. Воспитатель задает вопрос: «Когда это бывает?» Затем в играх с детьми показывает картинки с изображением характерной деятельности и выясняет, что общего на них: какой цвет неба, где находится солнце и др. На основе всех этих признаков делает заключение об изображенном времени.

На следующих занятиях к каждой картинке надо прикрепить соответствующий по цвету квадратик: для утра — голубой, для дня — желтый, для вечера — серый, для ночи — черный. Цветовой символ должен даваться как условный знак, тогда дети легче воспринимают его в качестве носителя определенной информации. Пока-

зывая целый ряд картинок со знаками, следует предложить детям быстро отобрать те, на которых нарисовано утро, или день, или вечер, или ночь. Затем проверить правильность отбора, анализируя их содержание.

В дальнейшем детям можно предлагать только цветные знаки и по ним закреплять названия времени суток. Цветные знаки используются и как раздаточный материал: воспитатель показывает картинки или читает стихи, а дети, определяя, в какую часть суток это бывает, поднимают соответствующий знак.

Когда дети отчетливо усвоят названия частей суток: научатся определять по характерной деятельности и объективным показателям и правильно называть каждую из них, запомнят соответствующие им цветовые знаки, можно приступить к уточнению знаний о последовательности частей суток.

В упражнениях по закреплению знаний о последовательности частей суток можно использовать цветные знаки в качестве раздаточного материала и предложить детям показывать карточки-знаки, идущие до или после названной воспитателем части суток. Или разложить карточки-знаки, начиная с любой из них, и затем пояснить последовательность частей суток.

В конце года, когда уже у детей сформированы знания о частях суток, целесообразно раскрыть значение слова *сутки*. Не давая количественной характеристики этой меры (24 часа), можно объяснить продолжительность суток, используя части суток. Слово *сутки* должно выступить как обобщение, т. е. сутки состоят из четырех частей — день, вечер, ночь и утро. Необходимо помочь детям осознать, что день, вечер, ночь, утро — это части целого — суток, что отсчет последовательности частей суток можно проводить, начиная с любой из них.

Для усвоения понятия «сутки» можно рекомендовать такие приемы: на доске в ряд прикрепить четыре картинки с изображением частей суток. Выяснить, когда это бывает, сколько частей суток нарисовано на всех картинках, как можно назвать одним словом все то время, когда пройдет утро, день, вечер и ночь, все четыре части суток. Предложить детям сложить карточки-знаки частей суток и назвать все это время одним словом. Проводятся и игры, закрепляющие знания детей о последовательности частей суток: «Назови соседей» («Назови соседей утра...» и т. п.), «Назови все части суток» («Я назову одну часть суток, а вы — все остальные, которые за ней следуют, чтобы получились сутки. День. Что дальше?» и т. д.).

После усвоения этого материала можно пояснить и значение слов *сегодня, вчера, завтра* как сменяемость трех суток. Для этого надо об одном ярком и значимом для детей событии поговорить трижды: сначала сказать о том, что кукольный театр будет завтра, потом, что кукольный театр покажут сегодня, и, наконец, что его показывали вчера.

В процессе этой работы у детей средней группы начинают складываться элементарные понятия о текучести и непрерывности времени.

Ознакомление с календарем

Календарное время — это определенные промежутки времени, продолжительность которых зафиксирована общественным опытом в общепринятых мерах времени: сутках, неделях, месяцах, годах. Каждая мера времени имеет свою количественную характеристику и служит единицей измерения для следующего промежутка времени.

У детей старшего дошкольного возраста при отсутствии систематической работы по ознакомлению со временем и способами его измерения складываются весьма отрывочные, неточные представления о календарном времени. Заучивание названий и последовательности дней недели, месяцев не дает представлений о длительности, емкости времени, его текучести, необратимости, смене и периодичности.

Нет сомнения в том, что необходимо систематически знакомить детей дошкольного возраста с календарем. Это облегчит им ориентировку в окружающей действительности, так как распорядок жизни в детском саду строится по определенному плану, связанному с днями недели.

С помощью календаря определяется время наступления праздников, что вызывает повышенный интерес у детей. Знакомство с календарем поможет осознать также последовательность времен года, с которыми связаны сезонные изменения, являющиеся также предметом изучения. В старшем дошкольном возрасте развивается интерес к разным параметрам времени: в 6—7 лет ребенка интересует длительность того или иного явления, количественная характеристика мер времени, приборы измерения времени. Знакомство с календарем необходимо и в плане подготовки детей к школе, к твердому распорядку занятий по часам и по дням недели.

Знания и навыки, связанные с характеристикой временных промежутков, с овладением четкой системой временных эталонов, довольно сложные (их можно отнести ко второй категории трудности по классификации знаний для дошкольников А. П. Усовой). Овладение знаниями о календарных эталонах предполагает: 1) освоение ребенком умений измерять время с помощью общепринятых приборов; 2) овладение знаниями временных эталонов, их количественной характеристикой и восприятием их продолжительности; 3) осознание зависимости между отдельными звеньями этой сложной системы временных эталонов.

Определяя категории сложности знаний, А. П. Усова указывала, что знания второй категории трудности могут быть усвоены только в процессе специального обучения на занятиях.

Знакомство детей с календарем должно происходить в старшей группе, потому что в этом возрасте у дошкольников уже есть необходимый запас количественных представлений, дети уже знакомы с продолжительностью суток. Сутки могут служить исходной мерой для знакомства с неделей и месяцем. Детям старшей группы уже возможно в комплексе дать знания о числах месяца, днях недели, неделе,

о месяцах. В подготовительной к школе группе, продолжив эту работу, можно дать знания о календарном годе.

Для того чтобы эта сложная система взаимосвязанных единиц времени могла быть осознана детьми, ее надо представить в виде модели календаря, отражающей в материальной форме отношения между единицами времени. Знакомя детей с календарем, необходимо так строить работу, чтобы они, активно действуя с материалами модели календаря и переживая длительность всех представленных промежутков времени, осознанно овладели эталонами времени.

Календарь поможет детям наглядно представить сравнительно длительный промежуток времени, месяц и даже год. В свое время Ф. Н. Блехер писала, что отрывной календарь дает наглядное представление о том, что «дни уходят», «события приближаются», прошел месяц — наступил новый. Ожидание дает ребенку почувствовать течение времени. Ф. Н. Блехер предупреждала, что не может быть и речи о заучивании с детьми последовательности дней недели, месяцев, их названий. Вместо этого она рекомендовала использовать отрывной календарь как наиболее наглядный прибор измерения времени. Дети легко усваивают, что листок — это день; чтобы сорвать следующий листок, надо ждать целые сутки.

Листки календаря размером 9×6 см надо закрепить так, чтобы они легко снимались со стержней. На лицевой стороне каждый листок содержит цифру (число), название дня недели и месяца. Но так как еще не все дети старшей группы умеют читать, на нижнем листке должна быть полоска соответствующего цвета, по которой дети смогут определить («прочитать») каждый день недели на календаре. Обратная сторона листка остается чистой.

Для съемных листков календаря изготавливается коробка с 18 отделениями по размеру листков (три ряда по шесть ячеек). В ячейки нижнего отделения складывают последовательно листки — дни недели, по семь листков в каждую ячейку. Семь листков — семь дней в каждой ячейке должны создать у детей образ прошедшей недели. По окончании месяца подсчитывают количество его недель и дней. Листки, собранные за месяц, стопкой помещают в первую ячейку слева верхнего ряда. Так, постепенно будут заполняться шесть ячеек верхнего ряда коробки, а затем и шесть ячеек второго ряда. Таким образом, стопки в двух верхних рядах коробки показывают порядок следования месяцев, а в нижнем ряду — дней и недель. По окончании года подсчитывают количество месяцев в году, определяя порядок их следования.

Такое пособие служит моделью календарного года, поскольку с его помощью наглядно отражается взаимосвязь всех мер календарного времени. Дети сами снимают листки календаря и складывают из суток неделю, из недель — месяц, затем определяют место данного месяца среди других. Из месяцев постепенно и последовательно складывается год. По содержимому коробки и по разложенным в ней листкам календаря можно определить, сколько дней прошло с начала месяца, сколько месяцев прошло с начала года, а по пустым ячейкам — сколько еще осталось до его окончания. Производя все эти действия, дети постепенно постигают и осознают сложные количественные взаимосвязи между отдельными мерами времени.

Необходимо провести четыре организованных занятия для детей старшей и подготовительной групп, на которых сообщить необходимые знания о временных эталонах, связанных с календарным временем. Усвоение и дальнейшее закрепление полученных знаний должно происходить в повседневной жизни и активной самостоятельной деятельности с моделью календаря.

Первое занятие по ознакомлению с календарем желательно провести в начале января. Выяснить, какого числа наступил новый год. Какое сегодня число и день недели? Как все это можно узнать? Показать календари разного вида и пояснить их назначение. Выяснить, что дети смогут узнать по календарю. Рассмотреть те листки календаря, которые обозначают уже прошедшие с начала года дни, снять их. Определить, какого цвета полоски были на прошедших днях недели, сказать дату сегодняшнего дня и пояснить, почему этот листок еще нельзя снимать. Повесить календарь на стенку и каждый день снимать листок календаря и узнавать, какое наступило число, какой день недели.

Через неделю после первого провести второе занятие, на котором уточнить с детьми представления о днях недели, приучать их связывать названия дней в неделе с порядковым местом. На этом занятии дети должны как бы увидеть всю неделю, представленную в виде последовательно разложенных на доске семи листков календаря. Связь между названием дня и его местом в неделе поможет запомнить последовательность дней недели и их названия, например: «Как называется второй день недели? Почему второй день недели называется вторник?»

На третьем занятии, которое проводится в первых числах февраля, надо уточнить представления детей о неделе и месяце. На этом занятии дошкольники действуют с листками календаря, называют дни недели, соотносят с ними те или иные занятия, называют предшествующий и последующий день названному.

Пользуясь разложенными в коробке по неделям листками календаря и считая стопки, дети определяют, сколько недель было в первом месяце года — январе (четыре недели и три дня). Все листки января складывают в стопку и помещают в первую слева ячейку верхнего ряда коробки. Так дети уясняют, что январь — первый месяц в году. Далее сообщается, что наступил второй месяц — февраль, что и в этом месяце дети будут каждый день снимать листки с календаря и складывать их в коробку.

Умение определять дату по календарю и называть дни недели формируется у детей постепенно. Этому способствует и проведение разных дидактических игр с карточками (основанными на соответствии цветов дням недели) с целью закрепления знаний о порядке следования дней недели. Варианты игровых заданий могут быть различные. Можно предложить, например, поставить карточки с днями недели парами с рядом стоящим днем (игра «Найди пару»). Или выложить карточки по порядку дней в неделе, начиная с любого из дней («Чья неделька соберется быстрее»).

Внимание детей ежедневно фиксируют на текущей дате. В конце каждого месяца проводят небольшую беседу о том, какой месяц кончился, сколько в нем было недель, дней, все это сравнивают с предыдущим месяцем. Определяют количество прошедших месяцев с начала года и уточняют название и порядковый номер нового месяца.

В подготовительной к школе группе, где дети продолжают работать с календарем, в первые дни нового года проводится последнее, четвертое, обобщающее занятие по календарю. На этом занятии уточняется представление детей о календарном годе (сколько в году месяцев, как они называются). Наглядным материалом служит коробка с разложенными в ней по месяцам листками календаря за прошедший год. Задаются те же вопросы: сколько месяцев в году? Какой первый месяц года? Каким месяцем заканчивается год? И т. п.

Систематическая работа с детьми по усвоению календаря в течение полутора лет способствует формированию у детей знаний не только о текущей дате, но и о текучести времени, его периодичности, о повторяемости календарного года и его необратимости (прошедший год не возвращается, а начинается следующий, новый).

Развитие чувства времени у детей старшего дошкольного возраста

Современные условия труда и жизни требуют от человека умения чувствовать время, рационально использовать его. В свою очередь развитое чувство времени (умение определять временные интер-

валы без часов) побуждает человека быть организованным, собранным, точным. Время является регулятором не только различных видов деятельности, но и социальных отношений. Оно является регулятором жизни и учебной деятельности школьника, начиная с I класса. В процессе обучения в школе нет ни одного вида деятельности детей, в котором пространственно-временная ориентировка не являлась бы важным условием усвоения знаний, умений и навыков. Много дополнительных трудностей приходится преодолевать тем детям, у которых к моменту поступления в школу не развиты временные различения. Буквально с первых уроков дети должны уметь работать в одном темпе и ритме, укладываться в отведенное время. Ученики I класса должны научиться не опаздывать на уроки, начинать вовремя приготовление уроков дома и т. д.

Ко всем этим требованиям, которые предъявляет ребенку школа, надо готовить еще в дошкольном возрасте. Для этого прежде всего необходимо развивать у детей чувство времени, создавать специальные ситуации, заостряя внимание дошкольников на длительности различных жизненно важных временных интервалов, показывать, что можно успеть сделать за эти отрезки времени, приучать в процессе деятельности измерять, а потом и оценивать временные промежутки, рассчитывать свои действия и выполнять их в заранее установленное время.

Факторами, на основе которых формируется чувство времени, являются:

1) знание временных эталонов (обобщенное представление о них); для того чтобы ребенок мог понять, о какой временной длительности ему говорят, или самостоятельно определить временной интервал, он должен знать меры времени по часам и научиться ими пользоваться;

2) переживание времени — чувствование длительности временных интервалов. Для этого необходимо организовывать разнообразную деятельность детей в пределах определенных временных отрезков, что даст возможность детям почувствовать протяженность времени и представить, что реально можно успеть сделать за тот или иной его отрезок. В дальнейшем это послужит основой формирования способности планировать свою деятельность во времени, т. е. выбирать объем работы соответственно отведенному на нее времени;

3) развитие у детей умения оценивать временные интервалы без часов; контроль со стороны взрослых поможет им совершенствовать адекватность оценок, следовательно, он необходим как подкрепление при выработке навыков ориентировки во времени.

У воспитанников старшей и подготовительной к школе групп можно развивать чувство времени сначала на интервалах в 1, 3, 5 и 10 минут, потому что различение этих интервалов жизненно важно для детей: 1 минута — та первоначальная, доступная детям единица времени, из которой складываются 3, 5 и 10 минут. Эта мера времени наиболее распространена в речи окружающих. «Через минуту», «сию минуту», «подождите минуту» — подобные выражения дети слышат

часто, но представления об этом интервале у них далеко не адекватны.

В методику работы с детьми могут быть включены следующие моменты: 1) ознакомление детей с временными интервалами в 1, 3, 5, 10 минут (при этом следует использовать секундомер, песочные часы, часы-конструктор для восприятия детьми длительности указанных интервалов); 2) обеспечение переживания длительности этих интервалов в разных видах деятельности; 3) обучение умению выполнять работу в указанный срок (1, 3, 5 минут), для чего следует учить измерять время и оценивать длительность деятельности, регулировать темп ее выполнения.

Работу желательно проводить по этапам.

На первом этапе важно учить детей определять окончание срока выполнения деятельности по песочным часам (дать задание сделать что-либо за 1 минуту и проконтролировать время по одноминутным песочным часам), этим обеспечивается накопление опыта у детей в использовании мерки. Воспитатель постоянно дает оценку умениям детей контролировать время по песочным часам.

На втором этапе следует учить детей оценивать по представлению длительность интервала времени в процессе деятельности. Воспитатель фиксирует внимание на точности оценки детьми длительности.

На третьем этапе можно обучать умению предварительно планировать объем деятельности в указанный отрезок времени на основе имеющегося представления о его длительности. Проверка выполнения намеченного по плану объема работы на данную длительность осуществляется с помощью песочных часов.

На четвертом этапе учить детей переносить умение оценивать длительность временных отрезков в жизнь (быт, занятия, игры).

Работа проводится в рамках занятий по математике. На первом занятии надо выявить представления детей об 1 минуте и продемонстрировать ее длительность на секундомере, объяснив, что движение стрелки по кругу совершается всегда за 1 минуту. После этого следует показать песочные часы, объяснить, почему они так называются, и продемонстрировать длительность минуты одновременно по песочным часам и секундомеру. Затем предложить детям выяснить, что можно успеть сделать за 1 минуту. На этом и следующих занятиях ребята сами будут проверять, что можно сделать за 1 минуту.

На последующих занятиях дошкольники выполняют три задания.

1. Выкладывание из палочек каких-либо узоров в течение 1 минуты, следя за песочными часами.

2. Раскладывание палочек по десять штук в течение 1 минуты.

3. Укладка всех палочек по одной в коробку в течение 1 минуты. В этом занятии учтено, что объем работы должен быть рассчитан на 1-минутный интервал. Две операции — взять и положить палочку — требуют 2 секунды, поэтому на все три задания на первом занятии детям дается по 30 палочек. Таким образом, создаются условия, при которых они могут выполнить задание в срок.

На следующем занятии дети вновь наблюдают с помощью песочных часов за протеканием 1 минуты и выполняют несколько усложненные задания, в которых количество операций зависит от индивидуального темпа действий. В конце занятия детям показывают зависимость результатов от темпа работы при одинаковой ее длительности.

Можно предложить такие задания:

1) рисовать палочки на бумаге в клетку по строчкам в течение 1 минуты;

2) разрезать бумагу на полоски (по намеченным линиям), а потом сосчитать, кто сколько полосок успел нарезать;

3) троим детям предложить раздевать куклу в течение 1 минуты, а потом рассказать, сколько вещей успели снять с куклы за это время;

4) одеть куклу в течение 1 минуты и рассказать, сколько вещей успели надеть на куклу; сравнить, что быстрее делали: одевали или раздевали куклу;

5) предложить некоторым детям одеться за 1 минуту, а всем остальным следить, сколько вещей они успеют надеть за это время.

На следующем занятии дошкольники могут разрезать полоски бумаги на квадраты, потом квадраты на треугольники, а затем из квадратов вырезать круги. Педагог вместе с детьми сравнивает, сколько за 1 минуту можно вырезать квадратов, кругов и треугольников. В конце занятия ребята выкладывают узоры из полученных

10 Заказ 151

геометрических фигур и выясняют, из какого количества фигур можно успеть сложить узор за 1 минуту.

В последующих трех занятиях используется уже другой материал. Следует учить детей оценивать длительность своей деятельности по представлению. На этих занятиях ребята выполняют те же самые задания, что и на первых трех, но теперь они определяют время уже без песочных часов. Инструкцию можно дать следующую: «Вы сами будете заканчивать работу, когда вам покажется, что 1 минута кончилась. Посмотрим, кто из вас правильно угадает, когда кончится минута».

Следующие два занятия посвящаются обучению умению правильно выбирать объем работы, соответствующий интервалу в 1 минуту. Важно, чтобы дети заранее планировали объем работы, а после ее выполнения определяли затраченное время.

Для развития чувства времени в процессе выполнения разных заданий недостаточно введения самого фактора времени, т. е. когда взрослый объявляет о начале и окончании временного интервала. Необходимо ввести фактор учета времени самими детьми с помощью песочных часов. Это наиболее удачный прибор для измерения детьми времени. По объему песка в баллончике видно, сколько времени прошло и сколько примерно осталось до окончания минуты. Наблюдая за течением времени в процессе выполнения задания, дети могут сами регулировать темп своей деятельности.

Минутные песочные часы могут использоваться не только на занятиях, но и при других видах деятельности. Песочные часы можно поставить в раздевальной, и дети будут проверять, сколько вещей они успевают надеть за 1 минуту.

Ознакомление дошкольников с длительностью 3- и 5-минутных интервалов проводится по той же методике. Сначала выясняется, сколько раз надо перевернуть минутные песочные часы и сколько кругов сделает стрелка на секундомере, пока пересыплется песок в 3-минутных песочных часах. Выполняя работу, рассчитанную на 3 минуты, дети сравнивают ее объем с тем объемом, который выполнили за 1 минуту. Например, при одевании на прогулку можно сравнить, сколько вещей успевали надеть за 1 минуту и за 3 минуты.

Этот (в 5 минут) интервал дети должны воспринять как величину, производную от 1 минуты: пять раз будут перевернуты минутные песочные часы, пять раз обойдет круг стрелка на секундомере. Таким образом, восприятие нового временного интервала произойдет на основе уже имеющихся у детей знаний о длительности 1 и 3 минут.

При знакомстве с интервалом в 5 минут дошкольники учатся измерять время и на песочных часах, и на игрушечных часах-конструкторе с прозрачным корпусом. Эти часы можно пускать и останавливать в нужный момент. 5-минутный интервал легко увидеть на этих часах как расстояние от цифры до цифры.

Ознакомление с 10-минутным интервалом можно проводить не только на занятиях по математике, но и во время других занятий, на которых детям предлагают выполнять то или иное задание в течение 10 минут.

Так, можно предложить ребятам за 5 минут нарисовать и закрасить вазу, а затем за 10 минут нарисовать узор. Воспитатель показывает, что за 10 минут стрелка часов пройдет расстояние между двумя цифрами. Пускаются часы, и дети самостоятельно заканчивают работу с окончанием отведенного на нее времени.

Обучение детей умению определять время на часах и ознакомление их со строением часов желательно осуществлять на занятии. В качестве раздаточного материала используются макеты часов. Воспитатель выясняет, догадываются ли дети, что это макеты часов, разъясняет назначение стрелок часов. Можно предложить детям большую стрелку поставить на цифру 12, а маленькую переводить с цифры на цифру и определять, что она показывает.

На следующем занятии следует пояснить детям, что минутная стрелка, двигаясь по кругу, за 1 час проходит целый круг. А если круг разделить пополам (показать на макете часов, прикрыв половину циферблата цветным полукругом), получается две половины круга. Половину круга стрелка проходит за полчаса. Если каждую

половину круга еще разделить пополам, получится четыре четверти часа. Каждый из четырех отрезков круга стрелка проходит за четверть часа — 15 минут. Можно пояснить выражения *четверть первого, без четверти час,* демонстрируя время на макете часов. Дети на макетах часов переводят стрелки на половину часа, четверть часа и называют это время. Воспитатель обращает внимание ребят и на стенные часы, определяет по ним время. Так, достаточно двух занятий, чтобы дать детям необходимые сведения о часах как приборе измерения времени. В дальнейшем следует обращаться к часам по мере необходимости. Для того чтобы дети начали узнавать время не только по заданию воспитателя, но и самостоятельно, надо уточнить их знания о почасовом распорядке жизни в детском саду. Ребята передвигают на часах-макетах стрелки и, устанавливая соответствующее время, рассказывают, что они должны делать.

В процессе любого занятия в детском саду есть возможность упражнять детей в умении выполнять работу точно в рамках указанного времени, учить их самих определять продолжительность той или иной деятельности и заранее планировать возможный объем работы на тот или иной отрезок времени в пределах 5—30 минут. В таких условиях дети более организованно работают, меньше отвлекаются, регулируют темп своей деятельности и больше успевают. У них не пропадает время на ожидание отстающих, все стремятся заканчивать работу одновременно, что крайне важно в плане подготовки к школе.

Формирование понимания отношений временной последовательности

В существующем объективно времени различные события, явления, действия человека следуют одно за другим, поэтому можно вычленить их временную последовательность и руководствоваться ею при планировании и организации своей деятельности. Дети должны уметь последовательно рассматривать то или иное явление, объект, картину, излагать свои мысли, выполнять операции в трудовой, спортивной и любой продуктивной деятельности. Для этого надо уметь вычленять временную последовательность в предложенном содержании и уметь ее воспроизводить или устанавливать заново. Самостоятельно овладевать этими умениями дети не могут.

Следовательно, нужны специально разработанные и введенные в процесс обучения приемы, направленные на вычленение, восстановление и установление временной последовательности, которые вооружат детей необходимыми способами действий.

Материал, на котором детей учат устанавливать временную последовательность, должен быть хорошо знаком им; выделяемые в нем звенья — значимыми и несущими определенную информацию; эмоциональная значимость выделенных звеньев должна быть примерно равнозначной. Надо выбирать такие занятия или виды деятельности, которые повторяются так, что с одним и тем же наглядным материалом можно провести работу на всех этапах обучения.

Временную последовательность ряда звеньев ребенок сможет усвоить тогда, когда он будет практически действовать с предложенными звеньями. Ребенок сможет одновременно сопоставить наличное состояние с предшествующим и последующим, когда каждое звено будет восприниматься не само по себе, а в системе. Для этого необходимо создать модель последовательного ряда, где отдельные звенья с промежуточными элементами, обозначенные символами, расположены от начала до конца.

Таким образом, обучение детей старшего дошкольного возраста установлению временной последовательности осуществляется по следующему плану:

1. Материал объясняется в той последовательности, которая необходима.

2. Вычленяется временная последовательность содержания материала.

3. Первоначально сам воспитатель, а по мере обучения дети самостоятельно воспроизводят временную последовательность на модели с помощью символов или самих предметов.

4. Дети сами устанавливают временную последовательность на модели: а) воспитатель ставит первое звено, а дети продолжают; б) дети самостоятельно устанавливают последовательность всех звеньев и рассказывают о ней.

5. Воспитатель раскладывает на модели звенья, нарушая последовательность некоторых из них, а дети восстанавливают эту последовательность.

6. Дети выполняют задания без модели в предложенной последовательности.

Опыт проведения занятия по обучению детей устанавливать последовательность показывает, что в таких условиях дошкольники чувствуют себя увереннее, работают планомернее и самостоятельнее.

Глава XVII. ОБУЧАЮЩИЕ ИГРЫ В СИСТЕМЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

§ 1. Формирование логического мышления

Усвоение математических знаний на различных этапах школьного обучения вызывает существенные затруднения у многих учащихся. Одна из причин, порождающих затруднения и перегрузку учащихся в процессе усвоения знаний, состоит в недостаточной подготовке мышления дошкольников к усвоению этих знаний.

Вопрос о том, с чего и как начать подготовку детей дошкольного возраста к изучению математики (или предматематическую подготовку) не может решаться в настоящее время так, как решался 100 или даже 50 лет тому назад. По своему содержанию эта подготовка не должна исчерпываться формированием представ-

лений о числах и простейших геометрических фигурах, обучением счету, сложению и вычитанию, измерениям в простейших случаях. С точки зрения современной концепции обучения самых маленьких детей не менее важным, чем арифметические операции, для подготовки их к усвоению математических знаний является формирование логического мышления. Детей необходимо учить не только вычислять и измерять, но и рассуждать.

Когда речь идет об обучении дошкольников, то, конечно, имеется в виду не прямое обучение логическим операциям и отношениям, а подготовка детей к усвоению точного смысла слов и словосочетаний, обозначающих эти операции и отношения посредством практических действий, приводящих к ним.

Таким образом, предматематическая подготовка детей представляется состоящей из двух тесно переплетающихся основных линий: логической, т. е. подготовкой мышления детей к применяемым в математике способам рассуждений, и собственно предматематической, состоящей в формировании элементарных математических представлений. Отметим, что логическая подготовка выходит за рамки подготовки к изучению математики, развивая познавательные способности детей, в частности их мышление и речь.

Анализ состояния обучения дошкольников приводит многих специалистов к выводу о необходимости развития в дидактических играх (наряду с получившей широкое распространение функцией закрепления и повторения знаний) функции формирования новых знаний, представлений и способов познавательной деятельности. Иными словами, речь идет о необходимости развития обучающих функций игры, предполагающей обучение через игру.

Иногда мы слышим, как воспитатель обращается к детям: «Дети, поиграли, теперь будем заниматься, а после занятия еще будем играть». Таким образом, организованное учебное занятие противопоставляется игре, учеба отрывает детей от игры. Вместе с тем мы помним и часто цитируем известное высказывание Н. К. Крупской о том, что игры для ребят дошкольного возраста имеют исключительное значение. Игра для них — труд, учеба, серьезная форма воспитания. Иногда спрашивают, когда играть с детьми, до или после занятия, не подозревая даже, что можно играть с детьми на самом занятии, обучать их в процессе игры, играя с ними.

Концепция обучения детей 4—6 лет должна рассматривать игру не просто как один из методов обучения, а как основной метод обучения детей этого возраста, в дальнейшем постепенно уступающий свои позиции другим методам обучения. Для детей 4—6 лет игра является ведущим видом деятельности: в ней психика ребенка наиболее ярко и интенсивно проявляется, формируется и развивается.

Обучение через игру, интересное и увлекательное занятие для самых маленьких, способствует постепенному переносу интереса и

увлеченности с игровой на учебную деятельность. Игра, увлекающая детей, их не перегружает ни умственно, ни физически. Очевидно, что интерес детей к игре постепенно переходит не только в интерес к учению, но и к тому, что изучается, т. е в интерес к математике. Поддерживаемый же интерес к изучению математики с самого раннего возраста снимает многие из трудностей, возникающих на пути усвоения математических знаний. Устойчивый интерес к изучению математики должен поддерживаться различными методами на всех этапах обучения. Для детей 4—6 лет специальная система обучающих игр — наиболее приемлемый метод обучения.

Обучающие логико-математические игры специально разрабатываются таким образом, чтобы они формировали не только элементарные математические представления, но и определенные, заранее спроектированные логические структуры мышления и умственные действия, необходимые для усвоения в дальнейшем математических знаний и их применения к решению разного рода задач. Этим оправдано название «логико-математические игры». Названием «обучающая игра» (хотя слово *обучающая* можно считать синонимом слова *дидактическая*) подчеркивается использование игры как метода обучения, а не закрепления или повторения уже усвоенных знаний.

§ 2. Обучающие игры

Обучающая функция игр порождает особенности, отличающие их от тех дидактических игр, которые используются лишь для закрепления того, что уже усвоено с помощью других методов. Рассмотрим особенности обучающих игр в системе формирования элементарных математических представлений у дошкольников.

Система обучающих игр для предматематической подготовки детей состоит из отдельных серий. Каждая серия игр предназначена для формирования определенных логических структур или подготовки к усвоению определенной математической идеи. Внутри каждой серии игры располагаются в определенной последовательности, в которой постепенно усложняются решаемые в процессе игровой деятельности задачи.

Например, в серии игр с обручами, описанных в главе III, наиболее простыми являются игры с одним обручем, доступные детям 4 лет, затем проводятся игры с двумя обручами (для детей 5 лет) и, наконец, наиболее сложные задачи решаются шестилетними детьми в играх с тремя обручами.

Заметим, что некоторые, наиболее сложные из задач, решаемых детьми в процессе игровой деятельности, заставляют порой задумываться и взрослых. На этом основании иногда делают неправильное заключение о недоступности этих задач детям.

Игры актуализируют скрытые интеллектуальные возможности детей, развивают их. Если мы хотим что-то развивать, например ум детей или их физические качества, нужно создавать условия

для адекватной умственной или физической работы, создавать ситуации, в которых дети с радостью будут работать. Для этого наилучшим образом приспособлены игровые ситуации.

В процессе обучающей игры дети постепенно подводятся к решению различных задач.

Приведем в качестве примера такую задачу: «Сколько нужно вынуть шариков из мешочка, в котором находятся три красных и три желтых шарика, чтобы заранее можно было с уверенностью сказать, что по крайней мере один из вынутых будет обязательно красным?»

Эта задача затрудняет многих школьников и, конечно, недоступна детям 5—6 лет. Однако она становится доступной им после проведения серии игр «Чудо мешочек».

Первая игра. Детям показывают пустой мешочек и два шарика: красный и желтый, затем кладут шарики в мешочек. На вопрос «Сколько шариков в мешочке?» дети отвечают: «В мешочке два шарика, один красный, другой желтый». Игра состоит в том, что дети поочередно, не глядя в мешочек, вынимают один шарик, называет его цвет и снова кладут в мешочек. Таким образом обнаруживается, что вынутый шарик может оказаться красным или желтым и что заранее нельзя сказать, какого цвета шарик будет вынут из мешочка.

Вторая игра. В мешочек кладут два красных и два желтых шарика, повторяются опыты по вытаскиванию одного шарика. Затем переходят к выбору двух шариков. После достаточного числа повторений этих опытов обнаруживается, что если из мешочка вынимать, не глядя в него, два шарика, то они могут оказаться оба красными, или оба желтыми, или один красный и один желтый. Дети сами убеждаются в том, что других вариантов нет.

Далее проводятся опыты по выбору трех шариков. Легко обнаруживается, что в этом случае возможны лишь два варианта: либо будут вынуты два красных шарика и один желтый, либо один красный и два желтых. После этих опытов предлагается задача: «Сколько шариков надо вынуть из мешочка, чтобы хотя бы один из вынутых шариков оказался красным?»

Вначале, естественно, у детей возникают некоторые затруднения. Требуется разъяснение, что означает выражение «хотя бы один». Однако некоторые дети быстро догадываются, что надо вынуть три шарика. После того как выясняется, почему достаточно вынуть три шарика, это становится понятным многим детям, а после нескольких повторений игры все дети решают задачу.

Третья игра. В мешочек кладут три красных и три желтых шарика. Проводятся опыты по выбору трех шариков. Выясняются все возможные случаи: все три вынутых шарика красные, два красных и один желтый, два желтых и один красный, все три желтые. Затем ставится задача, аналогичная задаче для мешочка с двумя красными и двумя желтыми шариками: «Сколько надо вынуть шариков, чтобы хотя бы один из вынутых оказался красным?»

Серия игр «Чудо мешочек» формирует у детей представления о случайных и достоверных событиях. При этом, как нетрудно заметить, имеет место и тренировка в счете. Но не счет ради счета, а в связи с решением определенных задач.

Особое значение для формирования дисциплины ума имеют игры, в которых дети выполняют определенные действия, предписанные некоторым алгоритмом, или программой «вычислительной машины», работу которой они имитируют. Однако наряду с этой важной воспитывающей и развивающей функцией данные игры выполняют и прямую обучающую функцию. Имитируя, например, работу «вычислительной машины» (в виде блок-схемы или программы машины Поста), дети обучаются выполнять арифметические действия над числами.

Обычно вычисления быстро надоедают детям и утомляют их. Но вычисления, выполненные в процессе игры, при исполнении роли «вычислительной машины», имитируя ее работу, вызывают у них интерес. Они не вычисляют, а играют.

В обучающих играх (примеры описаны в главе VIII) явно выступает еще одна особенность, отличающая их от традиционных дидактических игр,— большая вариативность условий, правил, задач, решаемых в процессе игровой деятельности.

В играх серии «Преобразование слов» меняется алгоритм преобразования слов, может меняться и алфавит. В играх серии «Вычислительные машины» меняется блок-схема вычислительного процесса и программа машины Поста, т. е. сами действия, выполнению которых обучаются дети в процессе игры.

Благодаря этой особенности многократное повторение обучающей игры одной и той же серии включает определенные элементы новых знаний, которые приобретаются детьми, и этим осуществляется обучающая функция игры. Кроме того, и это тоже немаловажно, постоянное обновление при повторении игр одной серии поддерживает интерес детей к игре.

Обучающая игра выполняет еще одну важную функцию обучения — воспитывающую, формируя познавательные процессы, способности ребенка.

В таких играх зарождаются и развиваются многие личностные качества: самостоятельность и коллективизм, инициативность и трудолюбие, целеустремленность и сообразительность, уверенность и любознательность. Дети начинают сознавать, что, хотя предстоит играть в уже известную игру, в ней обязательно будет что-то новое, интересное. В любой серии обучающих игр приобретаемое знание и умение, расширяясь и углубляясь при повторном обращении к игре, позволяет ребенку постигнуть определенную закономерность или логическую структуру, которые готовят его к усвоению в дальнейшем математических знаний.

Знания, приобретаемые детьми в процессе обучающих игр, разумеется, не носят еще оформленный характер, что вполне объяснимо, так как четкие знания формируются лишь на базе усвоения поня-

тий, т. е. на логическом уровне познания, а у дошкольников формируются лишь представления, т. е. они остаются на чувственной ступени познания. Именно поэтому нельзя достичь значительного развития необходимых логических структур мышления детей, обучая их классическими (неигровыми) методами. Для устранения этих трудностей наряду с обучающими играми, формирующими определенные математические представления, необходимо широко практиковать и такие игры, в которых моделируются определенные структуры мышления, т. е. игры, обучающие мыслить. Примером таких обучающих игр являются игры с обручами, описанные в главе III.

В обучающих играх меняется характер общения воспитателя с детьми. Воспитатель становится участником игры, незаметно для детей он их обучает через игру. Часто, после окончания очередного занятия-игры, дети спрашивают: «Когда еще будем играть?»

Многие из обучающих игр, в том числе и приведенные в главах III и VIII, могут быть усовершенствованы. Если при проведении некоторых игр отмечается недостаточная активность отдельных детей, это служит поводом для поисков совершенствования организационных форм игры, создания новых игровых ситуаций, развивающих дух соревнования, разумеется, при сохранении логико-математического содержания игры, т. е. тех логических и математических конструкций, которые в ней моделируются.

Рассматривая игру как основной метод обучения дошкольников, нельзя ее, однако, считать универсальным методом обучения детей этого возраста. Обучающая игра неизбежно должна сочетаться с другими, традиционными методами обучения, оставаясь при этом ведущим методом. Это не исключает и применение традиционных дидактических игр для закрепления уже полученных знаний.

Немаловажное значение имеет выяснение того, какие занятия меньше утомляют детей и больше развивают их. Физиологи, участвовавшие в экспериментальном обучении детей с помощью обучающих игр, на основе специальной методики измерили утомляемость детей в зависимости от участия в обычном (неигровом) занятии и занятии-игре. Последнее значительно меньше утомляет детей. В результате применения специальных методов обучения мышление детей достигает более высокого уровня развития, чем с помощью традиционных, рано отрывающих детей от игры.

§ 3. Измерение развития мышления с помощью игры

В советской психологии наиболее полно способность к мыслительной деятельности исследовал Я. А. Пономарев. Для проверки уровня развития этой способности он использовал задачи, в которых требовалось перемещать шахматного коня в соответствии с правилами его хода по фрагменту шахматной доски, состоящему из девяти черно-белых клеток. Эксперименты проводились с детьми младшего школьного возраста.

На этом же материале была разработана для детей 5—6 лет целая серия игр под общим названием «Ход коня».

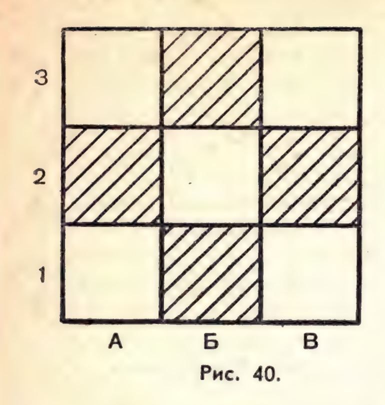


Рис. 40.

Прежде всего дети учатся называть каждую клетку, каждое поле своим именем. Для этого им объясняется, что все поля левого столбца обозначаются буквой А, среднего столбца — буквой Б, а правого — буквой В. Все поля нижнего ряда обозначены цифрой 1, среднего ряда — цифрой 2, а верхнего — цифрой 3. Таким образом, каждое поле имеет свое имя, состоящее из буквы (А, Б или В), показывающей, в каком столбце находится это поле, и цифры (1, 2 или 3), показывающей, в каком ряду оно находится. Достаточно оказалось (на экспериментальных занятиях) в качестве примеров назвать несколько полей, как дети, глядя на доску (рис. 40), без особых затруднений научились называть имя каждого поля.

Здесь решались две взаимно обратные задачи: воспитатель указывает на некоторое поле — дети называют его имя; воспитатель называет имя некоторого поля (например, А2, Б3, В1) — дети показывают названное поле.

Нетрудно заметить аналогию между этими задачами и теми, которые решаются при ознакомлении школьников с системой координат на плоскости: найти координаты указанной точки и указать точку по заданным ее координатам (пару координат можно считать именем точки). Буква и цифра, составляющие имя некоторого поля шахматной доски, рассматриваются как координаты этого поля.

Такого вида задачи подготавливают детей к усвоению в дальнейшем координатной системы на плоскости.

Далее детям объясняют, как ходит (прыгает) шахматный конь: «Шахматный конь ходит не по соседним полям, а через одно поле, причем не прямо, а наискосок, например из А1 в В2 или в Б3; из А2 в В1 или В3.

На каждом поле фрагмента шахматной доски, изготовленной из картона размером 1×1 м, была натянута леска, чтобы можно было поставить на это поле вырезанного из картона шахматного коня.

Сначала конь ставится на произвольное поле; дети называют это поле и показывают, на какие поля он может передвигаться. После некоторых попыток они обнаруживают, что, если конь стоит на любом поле, кроме Б2, он имеет два хода. Если же он стоит на поле Б2, то у него нет ни одного хода.

Чтобы повысить интерес детей к этой игре, можно изготовить полотно (2×2 м) с тем же фрагментом шахматной доски и предложить детям самим изобразить шахматного коня. Можно организовать подвижную игру на площадке с изображением фрагмента шахматного поля и таким образом сочетать физические и умственные упражнения.

Затем игра усложняется введением двух коней, черного и белого, и постановкой задачи: «Белый конь выбивает черного коня» (или наоборот). Вполне понятно, что сложность зависит от исходного расположения коней. Сначала предлагаются простые (одноходовые) задачи: например, белый конь стоит на поле А2, черный — на поле В1 (или В3). Когда эта задача решается на доске, то указывается, какой конь выбивает: белый или черный. Когда же задача решается на полотне (или на площадке во дворе, где также изображен фрагмент шахматной доски) и роль шахматных коней играют дети, можно не указывать, какой конь выбивает. Тот, который быстрее догадается, что одним ходом выбивает другого коня, тот и побеждает.

Далее предлагается более сложная (двухходовая) задача: например, белый конь стоит на поле А1, черный — на поле В1. Эта задача заставляет детей задуматься. Некоторые, нарушая правила игры, одним ходом выбивают коня. Поэтому приходится все время разъяснять, что ходить нужно только по правилам игры, т. е. по правилам хода коня. Некоторые догадываются, что нужны два хода (А1—Б3—В1). Особое оживление вызывает игра «Выбивание коня», когда сами дети играют роли коней.

Нарушение правил порождает исходное положение, когда кони стоят рядом, на двух соседних полях (например, А1 и Б1), а задача выбивания здесь еще сложнее (трехходовая). После некоторых попыток отдельные дети находят решение и этой задачи (А1 — В2 — А3 — Б2).

Опыт показывает, что пятилетние дети, как правило, справляются с одноходовыми и двухходовыми задачами. Часть шестилетних детей справляется с трехходовыми задачами, а некоторые из них даже с четырехходовыми, например А1 — В2 — А3 — Б1 — А3. Обнаружено, что, когда сами дети играют роль шахматного коня и прыгают по правилу хода коня, они лучше решают задачи выбивания, чем на доске.

В ходе игры можно рассмотреть и неразрешимую задачу: если конь находится на поле Б2, то его нельзя выбить ни с какого поля. Это вызывает особое оживление, радость коня.

Можно изготовить и более обширный фрагмент шахматной доски (4×4), изображенный на рисунке 41.

Повторение игры через определенные промежутки времени (3—4 месяца) показывает, например, что дети, которые могли решать только одноходовые за-

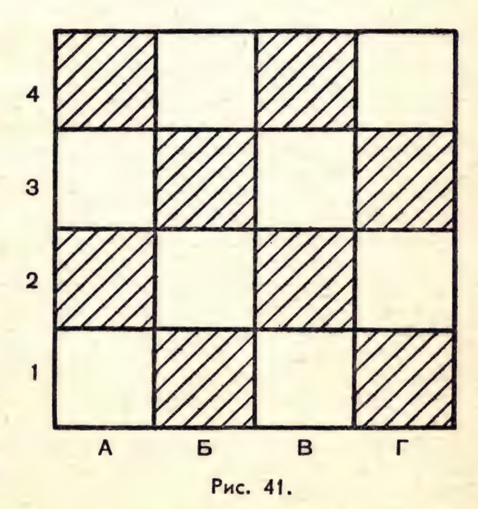


Рис. 41.

дачи, по истечении указанного периода времени свободно стали решать задачи в два хода, а те, которые вначале с трудом решали двухходовые задачи, стали решать трехходовые. Таким путем можно оценить определенное развитие мышления.

Для этой же цели используется и другой вариант игры. Каждый ребенок прыгает по правилу коня до первой ошибки. Число правильных ходов фиксируется и сравнивается с тем числом, которое зафиксировано раньше.

С помощью игр типа «Ход коня» можно также сравнить развитие мышления различных групп детей, достигаемое обучением их как с применением, так и без применения обучающих игр.

§ 4. Методическая обработка обучающих игр

В главах III—VIII второй части настоящего пособия были описаны некоторые обучающие логико-математические игры. Возможны различные варианты методической обработки этих и других обучающих игр, ориентированной на повышение интереса детей к обучению в игре.

Приведем в качестве примеров некоторые варианты методической обработки отдельных игр. Эти варианты, разумеется, не исчерпывают всевозможных случаев.

Игра «Кто где живет?»

Дидактическая задача. Сформировать представление о внутренней и внешней области по отношению к замкнутой линии, включить в активную речь детей словосочетания *внутри обруча, вне обруча.*

Игровое действие. Соревнование, разыгрывание сюжета.

Правила. 1. В каждом домике может поселиться только один житель. 2. Хозяином домика становится тот, кто первым его займет. 3. Заняв домик, назвать, где он находится (внутри или вне обруча).

Материал. Три разноцветных обруча, не пересекающих друг друга; семь — девять домиков (макетов), расположенных следующим образом: по одному домику внутри каждого обруча и по одному-двум возле обручей; маски зверей (заяц, лиса, медведь).

Указания к проведению игры. Воспитатель говорит: «В хорошую, солнечную погоду все жители леса оставляют свои домики и выходят кто поохотиться, кто погулять. А когда приближается ненастье, собирается дождь, каждый спешит спрятаться в свой домик».

По сигналу «дождь начинается» или «небо хмурится» дети (с соответствующими масками) стремятся занять домики. Воспитатель следит за выполнением правил, добивается, чтобы дети могли назвать, где находится домик («Мой домик находится внутри синего обруча»; «Я живу вне красного обруча» и т. п.).

Игра «Кто где живет?» может проводиться с двумя и тремя пересекающимися обручами. Задача на этом подготовительном этапе состоит в том, чтобы учить детей показывать и называть области, полученные при пересечении обручей (внутри красного обруча, но вне синего и черного; внутри черного и синего, но вне красного и т. д.). На определенном этапе обучения, когда большинство детей успешно решают задачу, можно усложнить игру за счет дополнительного правила: «Кто не может правильно назвать место расположения домика, лишается права быть его хозяином».

Для тренировки детей в распознавании формы, цвета, величины фигур (или блоков) полезными являются игры по образованию цепочек фигур, выложенных по определенным правилам.

Игра «Различные по форме»

Дидактическая задача. Учить распознавать фигуры (блоки) по форме.

Игровое действие. Соревнование.

Правила. 1. Последующая фигура цепочки должна отличаться по форме от предыдущей, а остальные свойства фигур в этой игре не принимаются во внимание. 2. Каждому можно увеличить цепочку только на одну фигуру.

Материал. Комплект фигур (или блоков).

Указания к проведению игры. Воспитатель делит группу на две команды: «Сегодня мы посмотрим, какая команда лучше знает форму фигур. Для этого каждая команда построит свою цепочку фигур». Далее воспитатель объясняет правила игры и условия победы: победит та команда, которая быстрее и с меньшим числом штрафных очков (начисляемых за ошибки) построит свою цепочку.

Исходные фигуры цепочек воспитатель предлагает таким образом, чтобы они отличались по форме. Дети поочередно находят в наборе нужный блок и дополняют им цепочку.

Аналогично проводятся игры «Различные по цвету», «Различные по форме и цвету», «Различные только по форме» и др.

Различным образом можно методически обработать и сами игры с обручами, с одним, двумя или тремя.

Например, игру с одним обручем можно представить в виде игры «Какие утята плавают, какие остались на берегу?» или в виде игры «Где какие цветы растут?» или «Где какие грибы растут?». В первой игре внутренняя область обруча — пруд, в котором плавают только большие (или только маленькие, белые, желтые) утята. Во втором случае внутренняя область обруча превращается в клумбу, на которой по правилам игры нужно посадить определенные цветы из имеющегося набора. В игре «Где какие грибы растут?» внутренняя область обруча — полянка, а блоки могут быть использованы как носители определенных свойств грибов: толстые и тонкие, большие и маленькие.

Приведем описание игры с тремя обручами «Где какие цветы растут?».

Дидактическая задача. Формирование представления о разбиении множества на классы по трем свойствам. Формирование умения строить отрицание свойства с использованием частицы *не*, конъюнкцию свойств с использованием союза *и*, дизъюнкцию свойств с использованием союза *или*. Обучение деятельности по классификации.

Игровое действие. Разыгрывание сюжета.

Правила игры. 1. На клумбах внутри красного обруча должны расти все красные цветы; внутри синего обруча — все большие цветы; внутри черного обруча — все цветы на длинных стебельках. 2. Высаживать цветы на клумбу можно только по очереди. 3. Кто первым замечает ошибку, говорит «стоп» и исправляет ее.

Материал. Три попарно пересекающихся обруча: красный, синий, черный; цветы из бумаги, различные по трем признакам: цвету (красные, желтые, белые), величине (большие, маленькие), длине стеблей (короткие, длинные), всего 30—40 штук.

Указания к проведению игры. Дети получают по одному-два цветка. Воспитатель говорит: «Ребята, представьте себе, что в каждой из восьми образовавшихся областей (это уже ранее выяснено) сделаны маленькие клумбы, которые вместе образуют большую клумбу. В них должны высадить цветы. Чтобы получилась красивая большая клумба, рассадим цветы следующим образом: на клумбочках внутри красного обруча будут расти красные цветы, на клумбочках внутри синего обруча — все большие цветы, на клумбочках внутри черного обруча — все цветы на длинных стебельках. Затем дети выполняют задание. После того как все цветы будут высажены, следует спросить, какие цветы оказались внутри всех трех обручей: внутри красного и черного, но вне синего, внутри черного и синего, но вне красного и т. д.

Как видно, в этой игре используются не блоки или фигуры, а цветы. Для проведения игр с двумя и тремя обручами можно использовать и другие сюжеты и предметы.

Проведение игр различного конкретного содержания и сюжета, но моделирующих одну и ту же логико-математическую конструкцию, чрезвычайно важно для того, чтобы не связывать эту конструкцию в сознании детей только с одним определенным содержанием.

Игру «Преобразование слов» можно начать с такой «сказки»: «В некотором царстве, в далеком государстве люди умели писать только квадратики и кружочки. Это были их «буквы», а длинные цепочки таких букв — «слова», которыми они выражали свои мысли. Разгневался царь, увидев, какими длинными словами пользуются люди, и приказал сокращать слова по следующим правилам...» И дальше разъясняются правила, приведенные в главе VIII, и процедура их применения.

В этой серии можно предложить и другие игры. Например, меняется алфавит, вместо двухбуквенного (квадратики и кружочки) берется трехбуквенный (квадратики, кружочки и треугольники), меняются и правила игры, или двухбуквенный алфавит, состоящий из 0 и 1, и те же правила или другие правила преобразования слов.

Использование нуля и единицы и «длинных» слов из этих «букв» позволяет начать раннюю подготовку детей к пониманию кодирования информации посредством двоичного кода, т. е. 0 и 1, находящего широкое применение в современных ЭВМ.

В игре «Узнай фигуру» информация о фигуре (форма, цвет, величина) подается в закодированном виде, с помощью двоичного кода. Играющий должен по коду узнать фигуру или же по фигуре найти ее код (который в игре можно назвать «именем» фигуры).

В этой игре используют фигуры двух форм и двух цветов, например красные и желтые круги и квадраты. Необходимо запомнить вопрос: «Является ли фигура кругом?» Ответ, естественно, может быть «да» или «нет». Один из играющих поднимает карточку, на которой записан 0, другой должен показать соответствующую фигуру (круг). Если же первый показал карточку, на которой записана 1, то второй должен показать квадрат.

Возможна и другая, обратная, игра: первый показывает фигуру, а второй — карточку с соответствующим кодом.

Дальше к первому вопросу («Является ли фигура кругом?») добавляется второй вопрос: «Является ли фигура красной?» Ответ на этот вопрос, так же как и на первый, обозначается через 0, если «да», и через 1, если «нет».

Рассмотрим возможные ответы на оба вопроса, помня, в каком порядке они задаются:

Ответ	Код	Фигура
Да, да	00	круг, красный
Да, нет	01	круг, некрасный (желтый)
Нет, да	10	не круг (квадрат), красный
Нет, нет	11	не круг (квадрат), некрасный (желтый)

Имеются карточки с кодами (00, 01, 10, 11). Один из играющих поднимает карточку, другой должен показать соответствующую фигуру. Затем они меняются ролями. Проводится и обратная игра: один показывает фигуру, другой должен отыскать карточку с соответствующим кодом.

Можно использовать карточки с двоичными кодами и в игре с двумя обручами. Если при этом решалась задача, расположить все фигуры так, чтобы внутри одного из обручей оказались все круги, а внутри второго — все красные, то можно на каждую из четырех областей положить карточку с соответствующим кодом. Только в этом случае некрасный будет не обязательно желтым, а желтым или синим, а некруглый (блок, или некруглая фигура) будет квадратом, или треугольником, или прямоугольником.

Дальнейшим усложнением игры является добавление третьего вопроса, например: «Является ли фигура большой?» Это приводит к трехзначному двоичному коду (к трехбуквенному слову —000, 001, 010, ..., 111). Однако с задачами, решаемыми в ходе этой игры, справляются лишь некоторые шестилетние дети. Поэтому целесообразно ограничиваться игрой с двухзначным кодом. Разумеется и эту игру можно по-разному методически обработать, используя различные сюжеты.

В заключение отметим, что целенаправленность обучающих игр существенна не только для формирования элементарных математических представлений, но и для подготовки мышления детей к тому, что им придется усвоить при изучении математики, информатики и других школьных предметов.

Глава XVIII. ОРГАНИЗАЦИЯ МЕТОДИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ПО ФОРМИРОВАНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДЕТЕЙ

§ 1. Планирование и учет работы по развитию элементарных математических представлений

Значение планирования и учета работы

Задачи развития у детей элементарных математических представлений не могут быть решены без правильного планирования и учета работы. Планирование — один из способов управления процессом формирования элементарных математических представлений у детей. План дает возможность целенаправленно и систематически распределять по времени программные задачи и пути их осуществления. Кроме того, план определяет отчетную документацию, по которой можно судить о состоянии и результатах педагогического процесса. Для правильного планирования и постановки работы по развитию элементарных математических представлений у детей воспитатель должен:

1) хорошо знать программу в целом и программу той возрастной группы, в которой он работает в текущем учебном году;

2) знать возрастные и индивидуальные особенности своих воспитанников;

3) уметь руководствоваться дидактическими принципами при планировании и организации обучения;

4) знать методические основы развития у детей математических представлений;

5) постоянно повышать квалификацию, быть в курсе современных достижений науки и практики воспитания дошкольников.

Планирование учебно-воспитательного процесса невозможно без учета его результатов. Учет — это глубокий, всесторонний и конкретный анализ результатов работы педагога и детей в процессе обучения. Он дает возможность оценить эффективность приемов и методов обучения, результаты усвоения программного материала детьми, наметить перспективы дальнейшей работы.

Таким образом, планирование и учет взаимосвязаны. Только при правильном планировании и объективном, не формальном учете возможно достижение эффективных результатов выполнения программы формирования математических представлений.

Виды планирования

В практике работы дошкольных учреждений имеют место два вида планирования: перспективное и календарное. Перспективные планы относятся к числу методических материалов дошкольного учреждения, поэтому разрабатываются, как правило, воспитателями группы при непосредственном участии руководства дошкольного учреждения. Правильно составленный, проверенный на практике перспективный план может использоваться на протяжении нескольких лет, что значительно облегчит календарное планирование и позволит более полно реализовать принцип систематического обучения.

Перспективный план составляется обычно на текущий квартал. В нем предусматриваются лишь образовательные задачи. В его содержание входит распределение программных задач в строго определенной системе. Возможно применение двух способов перспективного планирования. Первый — распределение программных задач по определенной теме (количество и счет, величина и др.). Второй — комплексное распределение программных задач всего раздела «Развитие элементарных математических представлений». При комплексном распределении программного материала следует иметь в виду, что содержание занятий, на которых решаются новые задачи, следует ограничивать 1—2 темами в младшей и средней группах и 2—3 темами в старшей и подготовительной к школе группах. Занятия на повторение программного материала могут включать от 3 до 5 программных задач, как правило, взаимосвязанных между собой.

В перспективном плане должны быть представлены все виды работ по усвоению программных задач.

Примерный перспективный план занятий в старшей группе на I квартал

1. Закрепление умений сравнивать по длине от 3 до 5 предметов способом расстановки их в порядке увеличения или уменьшения размера.

Упражнения в счете предметов в пределах 5. Совершенствование умения считать разные группы предметов путем установления равенства и неравенства между ними. Продолжение обучения детей обозначению положения предметов по отношению к себе.

2. Упражнения в количественном и порядковом счете предметов в пределах 5. Закрепление умений различать вопросы «Который (какой) по счету? Сколько всего?» Закрепление умений различать и правильно называть геометрические фигуры (круг, квадрат, треугольник). Упражнения по группировке фигур по размеру и цвету. Проверка знаний детьми последовательности частей суток.

3. Упражнения по сравнению двух групп предметов, расположенных на разном расстоянии, и определению большего и меньшего числа (в пределах 3). Закрепление знаний детьми последовательности частей суток. Совершенствование умений определять местонахождение предметов (других детей) по отношению к себе.

4. Упражнения по сравнению двух групп предметов разного размера и определению большего и меньшего числа (в пределах 5). Закрепление умений сравнивать от трех до пяти предметов по высоте путем расстановки их в убывающем и возрастающем порядке. Продолжение обучения детей умению передвигаться в указанном направлении.

5. Закрепление умений устанавливать равенство двух групп предметов способом добавления или удаления одного предмета. Упражнения в количественном и порядковом счете предметов в пределах 5. Упражнения по распознаванию геометрических фигур. Обучение умениям находить фигуры на ощупь по зрительно воспринимаемому образцу.

6. Закрепление представлений об образовании чисел (3, 4, 5). Упражнения в счете разных групп предметов. Продолжение обучения детей умениям запоминать число предметов и место их расположения. Упражнения по определению взаимного положения предметов на листе бумаги. Проверка понимания детьми понятий «вчера», «сегодня», «завтра».

7. Образование чисел 6 и 7. Обучение умению считать предметы в пределах 7. Продолжение обучения детей навыкам сравнивать (соизмерять) предметы по двум признакам величины. Закрепление умений ориентироваться в пространстве в процессе движения.

8. Ознакомление с четырехугольником. Упражнение по образованию чисел 6 и 7. Совершенствование умений считать в пределах 7, правильно отвечать на вопрос «сколько?».

9. Закрепление знаний детей об образовании чисел 6 и 7. Ознакомление с образованием чисел 8 и 9. Обучение счету до 9. Упражнения по классификации четырехугольников по размеру и цвету. Продолжение обучения умению определять взаимное расположение фигур на листе бумаги.

10. Обучение умениям расставлять предметы (до 9) разной длины в возрастающем и убывающем порядке. Объяснение порядка расположения предметов. Закрепление пространственных представлений (слева, справа, рядом и пр.). Упражнения по образованию чисел 8 и 9. Совершенствование умений считать и отсчитывать предметы в пределах известных чисел.

11. Закрепление представлений об образовании чисел в пределах 9. Ознакомление с образованием числа 10, обучение счету до 10 при соблюдении правил счета. Продолжение обучения детей сортировке предметов (до 10) разного размера в возрастающем и убывающем порядке. Обучение умениям объяснять порядок расположения предметов. Закрепление пространственных представлений (вверху, внизу, между).

12. Закрепление знаний детей об образовании чисел первого десятка. Развитие представлений о том, что считать предметы можно в любом направлении. Совершенствование умений согласовывать числительные с существительными в роде и числе. Уточнение представлений детей о последовательности частей суток. Введение понятия «сутки». Закрепление пространственных представлений (слева, справа, вверху, внизу).

В календарном плане перспектива, намеченная на квартал, находит свое конкретное воплощение. Разрабатывая его, следует учесть, что занятия по математике проводятся в установленный день один раз в неделю во всех дошкольных группах, кроме подготовительной, где планируются два занятия.

Календарный план занятий содержит:

1. Программные задачи: а) образовательные, б) развивающие, в) воспитательные.

Образовательные задачи берутся в основном из перспективного плана, нередко требуется их конкретизация и уточнение.

Развивающие задачи предусматриваются с целью развития речи, мышления, других психических процессов. Планировать их необходимо, так как обязательным требованием к каждому занятию по математике является не только сообщение знаний, но и развитие умственных способностей детей.

Воспитательные задачи планируются с целью формирования у детей дисциплинированности, положительного отношения к учебной деятельности и т. п. Они предусматриваются на длительный период работы, поэтому указывать их в каждом занятии не обязательно.

2. Задачи индивидуальной работы с отдельными детьми планируются по тем же трем направлениям. Индивидуальную работу следует планировать в определенной системе на каждом занятии.

3. Дидактический материал.

Своеобразным видом учета является отчет воспитателей о готовности детей к усвоению программы по математике в I классе школы. Такой отчет заслушивается на педагогическом совещании.

§ 2. Методическое руководство работой по развитию математических представлений у детей в дошкольных учреждениях

Задачи методической работы

Основными задачами методического руководства работой по формированию элементарных математических представлений являются:

— организация работы по повышению профессиональной квалификации воспитателей;

— оказание своевременной квалифицированной помощи по выполнению «Программы воспитания и обучения в детском саду»;

— организация контроля за работой воспитателей по выполнению «Программы воспитания и обучения в детском саду» и усвоением детьми предусмотренных программой знаний, умений и навыков;

— изучение, обобщение, распространение и внедрение передового педагогического опыта и новаторских идей.

Организация методической работы с воспитателями

Эффективность методического руководства работой педагогов по формированию элементарных математических представлений зависит от реализации следующих условий.

1. Плановость. Содержание методической работы вытекает из конкретных задач дошкольного учреждения и предусматривается в годовом и месячных планах. В комплексе всех мероприятий методическое руководство работой по формированию элементарных математических представлений будет составлять какую-то определенную часть. Ее объем зависит от уровня квалификации педагогических кадров и состояния работы по данному разделу «Программы воспитания и обучения в детском саду», от умения руководителя понимать перспективу дальнейшего совершенствования работы по обучению детей математике и подготовке их к школе.

Вместе с тем плановость предполагает возможность комплексного решения задач повышения методического уровня педагогов с целью улучшения качества воспитательно-образовательной работы в целом.

2. Целенаправленность. Цели и задачи методического руководства должны быть неразрывно связаны с целями и задачами воспитательно-образовательного процесса. Постановка цели — первоначальный и важнейший этап осуществления любого мероприятия. Известно, что одни и те же формы методической работы могут проводиться с разной целью. Цель определяет содержание работы, предусматривает конечный результат. Руководству дошкольного учреждения необходимо не только ставить перед коллективом конкретные цели, но и выступать в роли организатора, направляя действия сотрудников, объединяя индивидуальные усилия всех работников на решение поставленных задач.

3. Систематичность. Методическое руководство будет по-настоящему эффективным, если намеченные в плане мероприятия будут составлять единую, связанную с общей целью систему воздействия на коллектив воспитателей.

4. Дифференцированный подход. Мастерство педагога, его отношение к делу, конкретные успехи или недостатки в работе составляют основные показатели, которые помогают руководителю определять конкретные цели и выбирать наиболее рациональные формы и приемы методической помощи воспитателю.

5. Проверка исполнения. Эффективность конкретных видов и форм методической работы должна проявляться в деятельности каждого педагога и как конечный результат в знаниях и умениях детей. Необходимо систематически проверять, как воспитатели реализуют в своей работе рекомендации руководителя. Контроль и проверка исполнения способствуют оперативному устранению имеющихся и возникающих недостатков и порождающих их причин.

6. Координированность. Согласованность в работе заведующего, старшего воспитателя и общественных организаций особенно необходима в организации контроля за учебно-воспитательным процессом. Обеспечение координационных действий в работе определяется правильным планированием.

7. Непрерывность повышения квалификации. Непрерывное повышение квалификации и переподготовки руководства дошкольного

учреждения и воспитателей происходит путем самообразования и участия в разных формах методической работы в масштабах района, города; в рамках факультетов повышения квалификации и др.

Формы методической работы в дошкольном учреждении

Реализация задач методического руководства осуществляется через коллективные и индивидуальные формы работы с кадрами. К коллективным формам относят педагогические совещания.

В соответствии с п. 3 «Положения о педагогическом совете детского дошкольного учреждения»[1] на рассмотрение можно выносить следующие вопросы: отчеты воспитателей о выполнении «Программы воспитания и обучения в детском саду», обмен опытом работы по какой-либо конкретной теме, оценка результатов сравнительной или тематической проверки, внедрение в практику новейших достижений науки и передового педагогического опыта, выполнение инструктивно-нормативных документов и др. Конкретная тематика обсуждаемых на педсоветах вопросов зависит от состояния работы в данном дошкольном учреждении и предусмотренных годовым планом задач ее совершенствования. Приведем примеры таких тем:

1. Активизация мыслительной деятельности детей на занятиях по математике (обмен опытом работы);
2. Использование игровых приемов и занимательных упражнений при формировании элементарных математических представлений (обмен опытом работы);
3. Индивидуальные особенности усвоения математических знаний детьми (по материалам сравнительной проверки);
4. Индивидуальный подход к детям на занятиях по формированию элементарных математических представлений (обмен опытом работы);
5. Состояние готовности детей к изучению математики в школе (по материалам тематической проверки).

Семинары. Это групповые занятия педагогов, проводимые с целью глубокого и всестороннего изучения той или иной проблемы. Тематика семинаров определяется потребностью педагогов в повышении теоретического уровня по какому-либо конкретному вопросу. Проведение семинаров особенно необходимо в коллективах, состоящих из преобладающего большинства начинающих педагогов, а также в случаях серьезных затруднений воспитателей в реализации какой-либо конкретной программной задачи.

На семинаре должны рассматриваться как общетеоретические, так и практические вопросы. Целесообразно проводить и анализ работы воспитателей.

Так, например, семинар на тему «Индивидуальный подход к де-

---

[1] См.: Справочник по дошкольному воспитанию.— М., 1980.— С. 281.

тям на занятиях по математике» можно провести по следующему плану:

1) проблема индивидуального подхода в дошкольной педагогике;

2) возрастные и индивидуальные особенности детей дошкольного возраста;

3) индивидуальные особенности усвоения дошкольниками математических знаний;

4) задачи индивидуальной работы с детьми на занятиях по математике;

5) приемы индивидуального подхода к детям при обучении их математике;

6) планирование индивидуальной работы на занятиях по математике;

7) практические занятия:

а) анализ планов занятий за 3 месяца с целью определения системы в реализации конкретных задач индивидуальной работы;

б) наблюдение и анализ 2—3 занятий с целью установления разнообразия приемов индивидуальной работы с детьми.

С е м и н а р ы-п р а к т и к у м ы. Цель их — научить воспитателей определенным практическим умениям. В совершенствовании практических умений и навыков педагогов эта форма работы наиболее эффективна, так как здесь рассматриваются важнейшие вопросы конкретной работы с детьми: разработка системы занятий по осуществлению определенной программной задачи; отбор системы дидактических игр, изготовление их, разработка вариантов и правил; изготовление наглядных пособий; использование наиболее эффективных приемов и методов работы по реализации конкретных программных задач (обучение измерительной деятельности, обучение решению задач, обучение порядковому счету и т. п.).

Как семинары, так и семинары-практикумы проводятся в течение определенного периода или на протяжении всего учебного года. Вопрос о том, как часто их проводить, решает руководство дошкольного учреждения в соответствии с содержанием и планом семинаров.

На последнем занятии нужно подвести итог, отметить результаты работы каждого участника семинара, наметить задачи на будущее.

К о л л е к т и в н ы е   п р о с м о т р ы   з а н я т и й. Такой вид работы организуется с целью изучения наиболее эффективных приемов и методов работы лучших педагогов. Открытые занятия должны проводить опытные воспитатели, хорошо владеющие методикой воспитания и обучения детей. Они проводятся один раз в квартал. Воспитатели могут принимать в них участие только в свое нерабочее время. В коллективном просмотре участие всех воспитателей не обязательно. В зависимости от цели просмотра руководство определяет его участников. Тематика и содержание открытых занятий определяются вопросами, выносимыми на обсуждение педагогическо-

го совета или в связи с изучением и внедрением передового педагогического опыта. Но вместе с тем они не должны нарушать систему занятий по выполнению определенных программных задач.

Целесообразно также организовать наблюдение цикла занятий, состоящего из нескольких последовательно проводимых занятий, с тем чтобы воспитатели смогли увидеть и оценить комплексный подход в воспитании, разнообразие приемов и методов обучения в зависимости от типа занятия, его содержания, уровня знаний и умений детей. Правильная организация коллективного анализа и обсуждения открытых занятий предполагает тщательную подготовку не только педагога, проводившего занятие, но и тех, кто присутствует на нем. Целесообразно перед посещением занятия ознакомиться с его программным содержанием, проследить связь с предыдущим занятием, поставить конкретную цель наблюдения. Это особенно важно для начинающих педагогов, испытывающих определенные трудности в проведении занятий.

При обсуждении просмотренного занятия или цикла занятий по заранее составленному плану заведующий подводит итоги и дает общую оценку. Обсуждение открытого занятия следует заканчивать коллективными рекомендациями по внедрению наиболее эффективных приемов и методов работы.

Примерный план анализа занятий по формированию элементарных математических представлений

1. Анализ программного содержания занятия:

а) соответствие занятия программе данной группы;

б) взаимосвязь степени сложности программных задач с содержанием материала;

в) связь программных задач данного занятия с пройденным материалом на предыдущих занятиях (какое место занимает занятие в системе занятий для достижения данной программной задачи);

г) конкретность формулировки программного материала.

2. Подбор дидактического материала.

3. Организация работы детей.

4. Анализ деятельности воспитателя на занятии:

а) грамотность, четкость указаний, объяснения, демонстрации;

б) умение организовать практическую, самостоятельную деятельность детей;

в) умение активизировать мыслительную деятельность детей;

г) умение активизировать речь детей (конкретность, точность вопросов, разнообразие их формулировок);

д) умение подводить детей к обобщению; краткость, доступность обобщений воспитателя;

е) индивидуальная работа на занятии;

ж) воспитательное влияние на детей;

з) подведение итога занятия.

5. Анализ деятельности детей на занятии: дисциплинированность, внимание, умение действовать в соответствии с указаниями воспитателя, умение отвечать на вопросы воспитателя, самостоятельность ответов, полнота, умение дополнить, поправить товарища; активность детей; интерес детей к занятию.

6. Постановка задачи для последующей работы.

К о л л е к т и в н ы е к о н с у л ь т а ц и и для воспитателей проводятся с целью обогащения их теоретическими знаниями и практическими умениями. Тематика консультаций предусматривается в го-

довом плане и, как правило, обусловлена фактическим уровнем профессиональных знаний и умений педагогов. Темы консультаций могут выбираться из предложенных самими педагогами. Полезно, когда воспитатели, зная тему консультации, заранее продумывают вопросы, интересующие их. К каждой консультации необходимо тщательно готовиться и проводить ее так, чтобы у воспитателей возникало желание самостоятельно приходить к выводам, как следует поступать в затруднительной ситуации.

При подготовке к консультации руководителю необходимо:

1) заранее оповестить воспитателей о теме консультации, чтобы они смогли продумать вопросы;

2) подготовить научно обоснованные рекомендации по каждому вопросу и проиллюстрировать их примерами из практики работы детского сада, учебно-методической и другой литературы;

3) подобрать иллюстративные материалы (примерные планы, пособия, дидактические материалы, фото-, фоно-, а возможно, и видеозапись занятий);

4) составить список литературы и указания к ее использованию.

Важная роль в повышении квалификации педагогов принадлежит методическому кабинету. Методические материалы, литература, дидактические пособия по разделу «Развитие элементарных математических представлений» должны занимать в нем надлежащее место.

К числу методических материалов следует отнести рекомендации по методике проведения занятий; примерные конспекты занятий по математике; перспективные планы, отражающие систему работы по реализации программного материала по конкретным темам; планы занятий в разных возрастных группах на квартал; перечень пособий по математике по всем возрастным группам[1], обобщенный опыт работы педагогов и др.

В кабинете необходимо сосредоточить образцы пособий для занятий по математике по всем возрастным группам, а также эпизодически используемые педагогами учебно-наглядные пособия (панно, картины для составления и решения задач, мерки для измерения, геометрические фигуры, дидактические игры и т. п.).

На всю имеющуюся в кабинете литературу составляется систематический каталог, а на новые публикации — аннотации. Целесообразно организовывать в кабинете выставки новых поступлений, методических и дидактических материалов. Все материалы нужно располагать так, чтобы воспитателям было легко и удобно ими пользоваться.

Работа методиста в отделе народного образования

Вопросы руководства математическим развитием детей в дошкольных учреждениях составляют часть всей многогранной деятельности методиста отдела народного образования, задачами которого являются:

---

[1] См.: Игрушки и пособия для детского сада (оборудование педагогического процесса) / Под ред. В. М. Изгаршевой.— М., 1987.

— изучение состояния работы дошкольных учреждений по разделу программы — «Развитие элементарных математических представлений»;

— повышение квалификации педагогических кадров;

— организация работы по внедрению передового опыта (его поиск, обобщение, распространение);

— оказание конкретной методической помощи воспитателям в повышении качества работы по данному разделу «Программы воспитания и обучения в детском саду».

В реализации этих задач методист опирается на актив дошкольных работников, внештатных инспекторов и методистов.

Для систематического изучения состояния работы дошкольных учреждений используются разные методы: эпизодические наблюдения, анализ документации, тематические проверки. Методисту следует хорошо знать уровень работы не только каждого детского учреждения, но и каждого воспитателя. Это поможет определить конкретные меры по повышению качества обучения и воспитания детей, а также влиять соответствующим образом на работу методических объединений.

Целесообразно в первую очередь изучить работу тех дошкольных учреждений, где воспитатели добиваются высоких результатов. Их знания, мастерство могут затем использоваться в работе с другими педагогами.

По мере необходимости, но не реже одного раза в год, проводится тематическая проверка работы дошкольных учреждений по разным разделам «Программы воспитания и обучения в детском саду», в том числе и по разделу «Развитие элементарных математических представлений». Как часто проводить такие проверки, сколько и какие детские учреждения охватить ими, решается в зависимости от конкретного положения дел.

Тематическая проверка организуется в соответствии с общими рекомендациями по инспектированию. Прежде всего нужно ознакомиться с материалами предыдущих проверок, чтобы установить, какие произошли изменения в работе детского сада по данному разделу.

В содержание проверки входят: беседа с руководством дошкольного учреждения, изучение документации (годовой и календарный планы работы детского сада, протоколы педагогических совещаний, тетради наблюдений педагогического процесса и др.).

Методист отмечает, какие задачи по развитию элементарных математических представлений наметил коллектив, чем обусловлен их выбор, как реализуются поставленные задачи, какова эффективность проведенных мероприятий, анализирует учебно-воспитательную работу по данному разделу в разных возрастных группах, уровень знаний и умений детей, их соответствие требованиям «Программы воспитания и обучения в детском саду». Нужно дать оценку имеющегося оборудования педагогического процесса, ознакомиться с планом и учетом работы. Важно изучить также состояние работы

по обобщению, распространению и внедрению передового педагогического опыта. В ходе проверки методист должен получить и объективное представление о положении дел в проверяемом учреждении. Внимание нужно сосредоточить не только на выявлении недостатков, но и на анализе и исследовании их причин, определении способов их устранения. Только при этом можно компетентно, с перспективой определять и решать задачи дальнейшего повышения качества обучения детей.

По итогам проверки составляется справка, основное содержание которой сообщается на педагогическом совещании. Тематическая проверка длится не более 3—4 дней, к ее проведению привлекаются общественные методисты или инспектора.

Примерный план тематической проверки работы дошкольного учреждения по развитию элементарных математических представлений у детей

1. Дата проверки, кем она проводилась:

а) общие сведения о дошкольном учреждении: его номер, адрес, ведомственная направленность, режим работы;

б) комплектование: количество групп, из них круглосуточных, специализированных, санаторных; количество детей по плану, по списку, в период проверки. Причины отсутствия детей.

2. Кадры дошкольного учреждения:

а) заведующий, старший воспитатель — образование, стаж педагогической и административной работы, партийность;

б) количество воспитателей, их образование, стаж, партийность;

в) повышение квалификации педагогических кадров (формы, сроки). Формы повышения квалификации по теме проверки, применяемые в детском саду.

3. Цели и методы проверки. Основные данные предыдущих проверок, их выполнение.

4. Анализ условий работы воспитателей по развитию элементарных математических представлений:

а) оборудование педагогического процесса: наличие и состояние наглядных пособий, технических средств обучения, их применение на занятиях;

б) оборудование для самостоятельной деятельности детей вне занятий;

в) оборудование методического кабинета по теме проверки: наличие и уровень методических материалов, литературы по развитию математических представлений у детей, использование их воспитателями. Стенды, выставки; периодичность их обновления, актуальность материалов;

г) общие выводы. Соответствие условий работы современным требованиям организации учебно-воспитательного процесса.

5. Планирование и учет работы. Оцена календарных планов не менее чем за 1—3 месяца.

6. Оценка методики работы воспитателей на занятиях (см. схему анализа занятий на с. 294). Организация работы с детьми вне занятий. Применение полученных знаний и умений в других видах деятельности.

7. Анализ уровня знаний и умений детей в соответствии с требованиями «Программы воспитания и обучения в детском саду» (по материалам индивидуального обследования детей).

8. Методическая работа с коллективом:

а) место вопросов развития математических представлений детей в годовом плане работы детского сада;

б) формы методической работы с воспитателями, их отражение в педагогической документации (протоколы педагогических совещаний, обсуждений открытых занятий, тетради наблюдений педагогического процесса в разных возрастных группах и др.); принятые решения и рекомендации, их конкретность,

сроки, проверка исполнения. Состояние анализа планов воспитательной работы;

в) влияние методической работы на качество педагогического процесса;

г) состояние работы по обобщению и распространению педагогического опыта.

9. Общие выводы. Предложения по устранению выявленных недостатков.

Работа по повышению квалификации кадров проводится дифференцированно, т. е. с учетом образования, стажа, должности, уровня педагогического мастерства. С этой целью организуются как коллективные, так и индивидуальные формы работы. К коллективным формам относятся семинары. Семинар может быть посвящен рассмотрению как всех вопросов методики развития элементарных математических представлений, так и отдельных тем, например: обучение измерительной деятельности; формирование количественных представлений; развитие представлений о времени и др. Задача методиста — провести необходимую подготовительную работу к семинару. Нужно подобрать преподавателей, подготовить базу для проведения открытых занятий, организовать выставку с целью пропаганды передового опыта и др.

Определенное количество часов по вопросам методики развития элементарных математических представлений предусматривается учебным планом в рамках систематического повышения квалификации. Здесь можно рассмотреть отдельные вопросы методики. Поэтому на подготовительном этапе нужно хорошо продумать наиболее актуальные проблемы и соответствующим образом нацелить преподавателей. Обычно преподавателями на курсах и семинарах являются самые квалифицированные заведующие, старшие воспитатели дошкольных учреждений, педагоги училищ, методисты отделов народного образования. Для руководства их работой хорошо создать предметную комиссию, на заседаниях которой обсуждают сложные разделы программы, согласуют распределение часов по темам, обмениваются опытом преподавания.

В дальнейшем методист с помощью внештатных методистов и инспекторов проверяет качество работы педагогов, участвовавших в семинарах и курсах.

Вопросы методики развития элементарных математических представлений рассматриваются также на семинарах-практикумах, кружках. Заслуживает одобрения организация проблемных кружков. Членами такого кружка, как правило, являются воспитатели, проявляющие повышенный интерес к работе по данному разделу программы. Они обсуждают новейшие достижения науки и практики и пути их реализации в своей работе.

Большое место в работе методиста занимают консультации, как групповые, так и индивидуальные. Тематика групповых консультаций предусматривается годовым планом работы методического кабинета, индивидуальные консультации проводятся в зависимости от поступающих запросов.

При посещении детских садов, в личных беседах с педагогами

методист выявляет их знания, умения, отношение к делу, в доброжелательной форме советует, что и как нужно улучшить в работе.

Открытые занятия — наиболее эффективная форма овладения приемами и методами обучения и воспитания. Они организуются только в тех детских садах, где вся воспитательная работа ведется на высоком уровне. Провести открытое занятие не просто даже опытному педагогу. Задача методиста — заблаговременно оповестить коллектив детского сада о проведении открытых занятий, оказать помощь в подготовке к ним.

Большое внимание уделяет методист обобщению и распространению передового опыта. Методист не должен забывать, что его задача не только выявлять и распространять передовой опыт, но и содействовать его появлению. Для этого нужно целенаправленно воспитывать у педагогов глубокий и устойчивый интерес к работе по развитию у детей элементарных математических представлений, способствовать совершенствованию их педагогического мастерства. Информацию о передовом опыте методист получает в результате личных наблюдений, сообщений руководителей дошкольных учреждений, а также по материалам педагогических совещаний и методических объединений.

Методист всемерно помогает обобщать лучший опыт. С этой целью проводятся групповые и индивидуальные консультации, помогающие воспитателям оформить опыт работы в виде доклада, выступления, статьи.

В практике работы районных, городских отделов народного образования применяются как постоянно действующие, так и эпизодические формы распространения передового опыта. К постоянно действующим следует отнести методические объединения, школы передового опыта и базовые детские сады. Эпизодически проводятся педагогические чтения, научно-практические конференции, тематические совещания[1].

В методическом кабинете следует иметь все необходимые материалы по пропаганде передового опыта. Методист осуществляет контроль за внедрением передового опыта в детских садах. Проверяя и направляя работу дошкольных учреждений по развитию элементарных математических представлений, методист (инспектор) оказывает непосредственное влияние на повышение ее качества

---

[1] Подробно об этих формах распространения передового опыта говорится в курсе «Организация и руководство дошкольным воспитанием в СССР».

Литература

Энгельс Ф. Диалектика природы // Маркс К., Энгельс Ф. Соч.—2-е изд.— Т. 20.— С. 572—588.

Крупская Н. К. О дошкольном воспитании.— М., 1973.

Крупская Н. К. Главное в преподавании математики // Пед. соч.— М., 1960.— Т. 9.

О реформе общеобразовательной и профессиональной школы: Сборник документов и материалов.— М., 1984.

Альтхауз Д., Дум Э. Цвет, форма, количество.— М., 1984.

Воспитание детей во второй младшей группе детского сада / Сост. Г. М. Лямина.— М., 1981.— С. 190—222.

Воспитание детей в средней группе детского сада / Сост. Г. М. Лямина.— М., 1982.— С. 183—226.

Воспитание детей в старшей группе детского сада / Сост. Г. М. Лямина.— М., 1984.— С. 189—245.

Грин Р., Лаксон В. Введение в мир числа.— М., 1982.

Дидактические игры и упражнения по сенсорному воспитанию дошкольников / Под ред. Л. А. Венгера.— М., 1978.

Житомирский В. Г., Шеврин Л. Н. Математическая азбука.— М., 1984.

Игрушки и пособия для детского сада / Под ред. В. М. Изгаршевой.— М., 1987.— С. 48—63.

Касабуцкий Н. И. и др. Математика, 0.— Минск, 1983.

Леушина А. М. Формирование элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста.— М., 1974.

Метлина Л. С. Занятия по математике в детском саду.— М., 1985.

Метлина Л. С. Математика в детском саду.— М., 1984.

Михайлова З. А. Игровые занимательные задачи для дошкольников.— М., 1985.

Моро М. И., Вапняр Н. Ф., Степанова С. В. Математика в картинках.— М., 1985.

Непомнящая Н. И. Психологический анализ обучения детей 3—7 лет.— М., 1983.

Никитин Б. П. Развивающие игры.— М., 1985.

Подготовка детей к школе в детском саду/Под ред. В. А. Сохина, Т. В. Тарунтаевой.— М., 1977.

Рихтерман Т. Д. Формирование представлений о времени у детей дошкольного возраста.— М., 1982.

Сорокина А. И. Дидактические игры в детском саду.— М., 1982.— С. 70—95.

Столяр А. А., Соболевский Р. Ф., Рузин Н. К. Методические указания к учебному пособию «Математика, 0».— Минск, 1983.

Тарунтаева Т. В. Развитие элементарных математических представлений у дошкольников.— М., 1980.

Удальцова Е. И. Дидактические игры для детей дошкольного возраста.— М., 1982.

Удальцова Е. И., Сай М. К. Занятия по математике с использованием дидактических игр в детском саду.— Минск, 1979.

Фидлер М. Математика уже в детском саду.— М., 1981.

Шпорер З. Ох, эта математика! — М., 1985.

Щербакова Е. И. О математике малышам.— Киев, 1984.

Энциклопедический словарь юного математика / Сост. А. П. Савин.— М., 1985.

Содержание

Учебное издание

Березина Роза Лейзеровна
Михайлова Зинаида Алексеевна
Непомнящая Раиса Львовна и др.

ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У ДОШКОЛЬНИКОВ

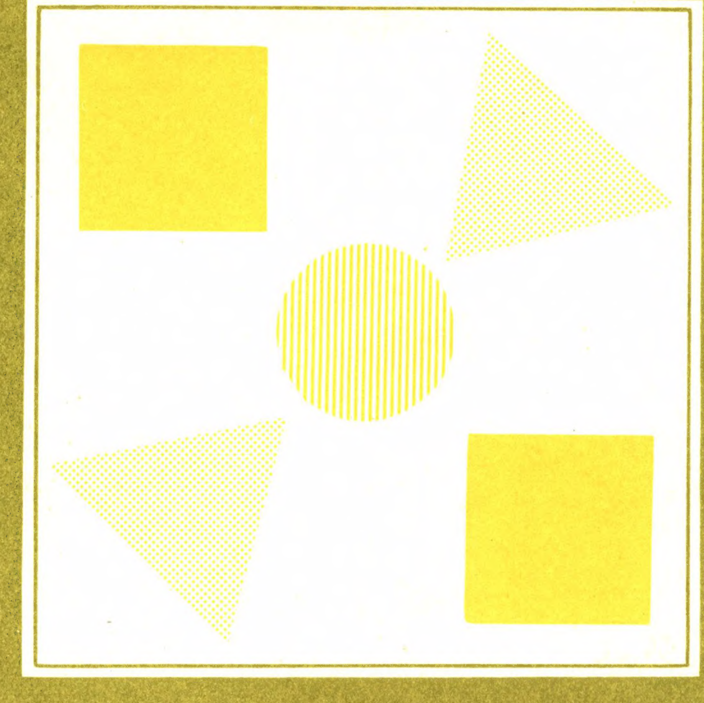
Зав. редакцией Л. А. Соколова
Редакторы В. И. Ефимов, Л. Г. Фронина
Младший редактор М. И. Ерофеева
Художник В. А. Разумов
Художественный редактор Е. А. Михайлова
Технические редакторы Л. П. Бирюкова, Г. В. Субочева
Корректор М. Ю. Сергеева

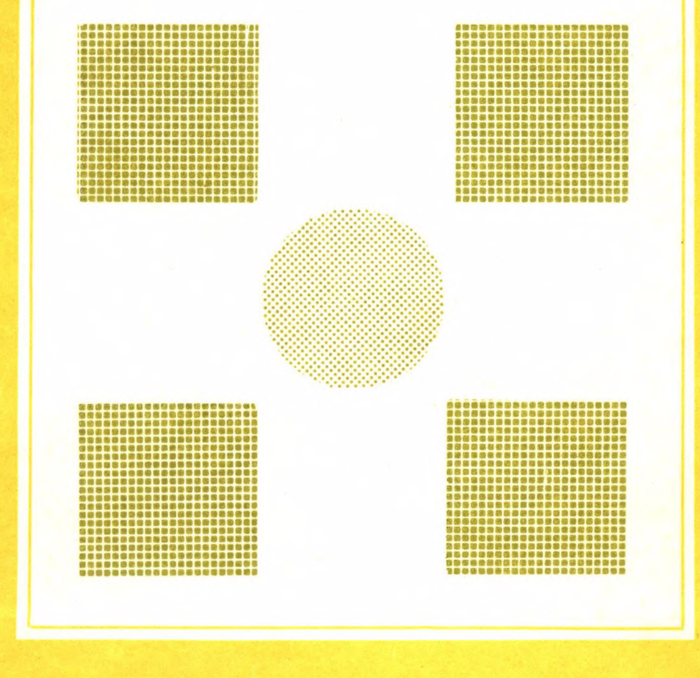
ИБ № 10891

Сдано в набор 02.06.87. Подписано к печати 29.01.88. Формат. $60 \times 90^1/_{16}$. Бум. типограф. № 2. Гарнит. литер. Печать высокая. Усл. печ. л. 19+форз. 0,25. Усл. кр.-отт. 19,69. Уч.-изд. л. 22,12+форз. 0,45. Тираж 177 000 экз. Заказ 151. Цена 95 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 129846, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Саратовский ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат Росглавполиграфпрома Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 410004, Саратов, ул. Чернышевского, 59.





95 к.

